

国家社科基金资助项目

西南师范大学出版基金资助出版

认知的逻辑分析

唐晓嘉摇著

西南师范大学出版社

前摇摇头

认知的逻辑最早被归类于哲学逻辑的范畴,它研究与认知活动相关的推理。这些推理总是同诸如“我们知道(相信)什么?”“我们能够知道(相信)什么?”说某人知道(相信)某事某物意味着什么?”等这样一些问题相关的。而认知逻辑的典型特征就是将“知道”、“相信”等表达认知关系的特殊语词作为逻辑算子处理,以分析处理一般逻辑无法描述的认知推演关系,建立与人们的认知行为相符合的推理模型。

然而认知逻辑在概念和演算方法方面与经典逻辑有明显的不同。要避免全能悖论认知逻辑就必须允许以部分的或不完全的知识为基础建立推理模型,这就使得认知推理模型具有构造性特征。而认知过程中的信息不完全问题意味着认知推理具有容错性,推理的单调性也得放弃。由此许多新的术语和研究方法被引入认知逻辑研究领域,导致了相关概念和方法的改变。最具代表性的变化是构造性及非经典逻辑推理被引入了认知逻辑体系,如多值逻辑、非单调推理以及缺省推理等等都在认知逻辑研究中受到广泛重视。

严格地说,认知是许多学科的研究对象,不仅哲学认识论,心理学以及人工智能科学的研究内容都涉及到认知。这就不难理解为什么人们对认知推理的逻辑研究如此重视。在今天,认知逻辑和以知识为基础的推理已发展成为哲学、数学与计算机理论等学科的共同研究内容。各个学科研究的出发点也许不同,但区分它们在研究内容上的差异已无实际意义,因为它们都是在从事同一

领域的研究,它们的研究成果都是对各个理论以及逻辑理论的丰富和发展。

认知逻辑的应用价值还得到经济学和法学学者的重视。如果说人工智能学者重视认知逻辑是因为它为知识的表达和知识库模型的建立提供了有效工具,经济学和法学学者重视认知逻辑则是因为它为分析描述知识与行为的关系提供了有效工具。运用认知逻辑的研究成果有助于我们把握需要获取什么样的信息,以及获取信息到何种程度才能做出正确的判定,进而做出正确的决策。

认知逻辑的内容非常丰富,涉及多方面的逻辑知识。感谢国家社会科学基金的资助,使我能潜心于认知逻辑的研究。鉴于作者有限的知识结构和分析能力以及课题的要求,本书仅仅讨论如何根据认知概念的逻辑性质确立认知推演关系,在此基础上建立与人的认知行为相符合的主体推理模式问题。为尽量保证内容的自足性,本书第二章中将讨论一阶逻辑及相关模态逻辑的一些基本知识,为分析理解认知逻辑奠定基础。第三章中分析讨论辛提卡经典认知模态逻辑的内容及系统的缺陷。第四章讨论为克服这些缺陷引入概念逻辑,由此得到的 \mathcal{K}^c 认知逻辑系统及其基本内容。第五章以 \mathcal{K}^c 认知逻辑为基础讨论多主体认知逻辑体系建立及相关问题。

目摇摇录

第一章 绪论	(员)
一 认知与语言	(员)
二 逻辑、语言与信息	(猿)
三 认知逻辑	(远)
第二章 一阶模态逻辑基础	(怨)
一 形式语言 \mathcal{L}_M	(怨)
二 一阶谓词演算系统 \mathcal{L}	(员源)
三 模态逻辑	(圆)
第三章 经典认知逻辑体系	(猿)
一 认知模态算子与形式语言 \mathcal{L}_M	(猿)
二 认知算子的逻辑性质及相关语义模型	(猿)
三 公理化的认知逻辑系统 \mathcal{L}_M 和 \mathcal{L}_M^*	(源)
四 \mathcal{L}_M 和 \mathcal{L}_M^* 的可靠性和完全性	(源)
五 一阶认知逻辑系统 \mathcal{L}_M^* 和 \mathcal{L}_M^{**}	(缘)
六 经典认知模态系统的缺陷	(远)
第四章 以概念语言为基础的认知逻辑系统 \mathcal{L}_M^*	(苑)
一 导言	(苑)
二 概念逻辑 \mathcal{L}_M^* 的语形和语义	(苑)
三 \mathcal{L}_M^* 公式可满足性的检验—— \mathcal{L}_M^* - 可 满足性算法规则	(愿)
四 \mathcal{L}_M^* 系统的可靠性和完全性	(怨)
第五章 公共知识与多主体认知	(员)

缘员瑶导论	(员圆)
缘圆瑶团体知识与公共知识	(员圆)
缘猿瑶形式语言悦粤(悦月)	(员苑)
缘源瑶公共知识与公共信仰的性质	(员苑)
缘缘瑶陈规范畴	(员圆)
缘远瑶泥孩子智力游戏再分析	(员圆)

第一章 摇绪摇论

摇摇认知与语言

摇摇关于认知我们一般可以从两个方面来理解：首先，认知是人的
一种心理活动，它总是同个别人的思维联系在一起的，即它总表现
为由外在事物的作用而激发的个人的感觉、表象、记忆以及情感等
心理要素的一种综合活动。然而，作为认知的思维活动与其它类
型的思维活动有显著的区别。某人在回忆童年的幸福时光，我们
说他在思维，但他不是在进行认知。因为认知是一种主体和客
体相互作用的活动，认知的动机和目的是要获取关于对象的知识，
即认知是人们获取有关外在世界信息的思维活动。因此，从另一
个角度看，认知又表现为人们关于世界的知识或信仰。这些知识
或信仰借助语言符号为载体，在其存在和表现形式上可以独立于
个别人的心理活动而具有特殊的条理和秩序，即一种理论的结构
和秩序。哲学和逻辑分析的对象是作为特殊的理论结构和秩序的
认知，借用金岳霖的话来讲，它们“不是所思的历程而是所思的结
构”^{〔1〕}。这是我们首先要明确的。

认知与语言是密切相关的。人们关于外在世界的知识和信仰
建立在经验基础之上，日常知识更是明显地直接依赖于感知。然
而人的认知能力最具代表性的特征是运用符号、特别是语言符号
的能力。即使是人们对外在世界最直接最初级的感知，也只有
在借助语言表达出来后才能真正为人理解和接受。在系统的知识中

外在世界及其规律则是用按一定秩序构造而成的语句集合描述的,我们可以把一个个特定的知识系统看作一个个语句集合,知识的理论性表现为语言的系统性。这些都说明,人们对世界的认知同对语言的运用二者相辅相存,密不可分。

一个特定的知识系统作为一个语言集合,其构成元素是描述人们所认识的事物情况的语句。借用维特根斯坦的术语,我们称这些用语句描述的事物情况为事态。知识就像数据库,储存着人们实现不同目的所需了解的种种事态。在知识中,事态与事态之间的关联表现为语句与语句之间的关系。任一由相互联系的语句构成的语句集合能否表达知识?如果能表达知识,其表达是否协调一致,是否完整?这些构成认知哲学逻辑研究基本内容的问题,只能在对语言表达式本身进行分析后才能回答。因此,对认知的哲学和逻辑分析同对认知表达式的语言分析是联系在一起的。

语言有形式语言和自然语言之分。自然语言是我们日常运用的语言,汉语就是一种自然语言。自然语言具有表达上的普遍适用性和表意的丰富性。在它的语言体系中潜在地包含着任何类型的表达式,这正是导致歧义和语义悖论的根源。科学知识不能容忍歧义和悖论,形式语言顺应了人们的这一需求。形式语言是一种符号化的语言系统,它具有两个基本特征(员)如同自然语言有字、词及语法一样,每种形式语言都有一系列的基本符号及形成规则,用于构造该语言的表达式(圆)每种形式语言都能根据纯粹结构的性质来判定任一符号是否该语言的基本符号,任一符号串是否该语言的合式表达式。显然,形式语言可以通过纯结构的规则把那些导致歧义或悖论的表达式排斥在合式表达式之外。

在形式语言中给定公理及变形规则,就可构成一个形式演绎系统。对于这样的语言系统,我们可以将其符号和表达式仅仅看作物理对象,将变形规则看作有关符号串的形状及空间关系的规定,而一个证明则是这样一个有穷的符号串序列,它的每一个符号

串或者是公理,或者与它前面的符号串之间具有变形规则所规定的关系。在这种基础上进行的研究是对语言形式自身的研究,它独立于对语言的任何解释,因此被称作语形学的研究或语法研究。

然而语言总是被用来指谓对象、描述事态的。我们通过确定表达式的定义域和值域,为形式语言建立语义模型的方法,把一种语言同特定的对象、事态联系起来,赋予语言表达式以意义。这种用语义模型对语言表达式进行解释的理论和方法构成了语义学研究的基本内容。在模型论语义学中,对表达式进行解释即指派个体符号以对象,指派谓词以对象序列集合,指派语句以真值。与语形学中的可证公式相对应的是有效公式,即在任一模型中都为真的公式。

逻辑、语言与信息

逻辑是关于论证的学问,它的研究目的是将正确的论证同错误的论证、可靠的论证同不可靠论证区分开来。而一个论证是正确的,当且仅当构成论证的推理是有效推理,即在推理中,作为前提的语句真时,作为结论的语句必真,绝不会出现前提真结论假的情况。我们称这样的结论是前提的“逻辑的后承(逻辑的必然选择)”。

然而,推理的前提语句和结论语句之间的这种有效联系只能从语句的形式结构上去分析。我们可以用“模型上的真”对这种联系进行语义的解释,用形式证明进行语法的解释。从这个意义上讲,逻辑也是研究语言的。只不过与语言学不同,逻辑为了研究推理而分析语言,因此它所侧重的是形式化的语言。

从逻辑的角度分析特定推理的结构,我们首先可以把构成推理的项区分为逻辑项和非逻辑项两大类。逻辑项又被称作“逻辑常项”,例如在一阶理论中,逻辑常项有“并且”、“或者”、

“蕴涵”、“并非”、“等同”、“所有”和“有些”等等。推理的有效无效一般只同逻辑词项相关，因此分析各种逻辑词项的语法及语义特征就构成逻辑理论研究的基本内容。我们甚至可以进一步推论在推理中凡是不能用逻辑词项定义分析的东西都不在逻辑研究的范围之内。这就决定了逻辑学所研究的是一个个的形式语言系统。形式系统与非形式论证的关系在于：一个非形式论证只要是有效的，其有效性就可在形式系统中得到证明，即形式逻辑系统为非形式论证提供了有效推理的规则和保证。

一阶理论是逻辑理论的一个重要而基础的组成部分，但逻辑的研究范围并不局限在一阶理论之内。我们的感觉和知觉，我们的数学运算以及其它日常思维活动都有各自的逻辑，这些逻辑所涉及的基本概念并非都能用一阶理论来解释。由此，在数学中产生了所谓“强逻辑（~~谓词逻辑~~）”理论，它研究这样一种形式语言，这些语言专门用来分析各种数学概念中包含的、而一阶逻辑又无能为力的逻辑问题。在哲学中则有哲学逻辑，它研究的形式语言用于分析知道、相信、时态、道义等哲学概念的逻辑问题。在计算机科学中也有专门的理论研究那些能分析程序和人工智能逻辑问题的形式语言。

然而逻辑的研究对象毕竟是推理和论证，我们在强调逻辑研究与语言分析密切相关的同时，必须看到逻辑的研究并不局限于语言。人们运用要推理论证的一个重要目的是揭示蕴涵在各种事实中的信息。对于获取信息的活动来说，推理的逻辑结构是必不可少的环节，而它不会仅仅局限在语言形式所能表达的范围之内。例如我要离开办公室外出，只须看看办公楼外过往人的穿戴就能推知天气情况，就能决定是否应加衣服，是否应带上雨具。在我获取气候信息的这一活动过程中没有直接涉及语言，但涉及到逻辑推理。其次，一些即使是需要运用语言才能获取的信息，其可靠推理与可靠论证之间的联系也不一定是直接的。假定我写的这本书

很失败,所持的论点及所进行的论证基本上是不可靠,但读者却能够凭借此书进行可靠的推演,可靠地揭示出关于我个人和我所持观点的许多信息。由此可见,为获取可靠信息而进行的推理涉及到语言以外的许多东西。这就要求我们把逻辑同信息联系起来,把研究的重心放在分析推理怎样正确揭示信息方面,而不是把逻辑仅仅局限于语言分析。

那么,应怎样理解推理对信息的揭示呢?首先,揭示符号或语句包含的信息相当于对符号或语句进行解释。例如符号“⊗”与语句“禁止抽烟”能传达相同信息,因为我们对它们有相同的解释。因此我们可以说一个符号或一个语言表达式包含的信息依赖于它们的意义。只有当我们理解了表达式意义时,我们才能揭示它所传达的信息。

但是,我们不能由此断定只要理解了符号或语言表达式的意义就揭示了它所传达的信息。就许许多多符号或语句的表达能力而言,它们的意义是多层次、多方面的。相对于不同环境,它们表达的意义各不相同,有些甚至是相互否定的。只有确定了语境,表达式的意义才能唯一确定。例如,某人门上贴了一张字条,写着“我将在员小时内回来”。虽然我们完全理解构成该语句的每个表达式的涵义,但是,如果不知道写字条的时间,仍不知道笔者何时回来,即仍然不能揭示这句话传达的信息。因此,只有把握了特定环境中表达式的确定涵义,我们才真正理解了表达式所传达的信息。在这里我们看到了语境问题在逻辑研究中的重要性。

语境问题是同表达式的运用问题联系在一起的。关于这些问题的研究可以归入语用学的范围。蒙塔古(配燥燥燥)指出^[4],语用学并不是重新建立的一个完全不同于一般语义学的其它理论,它仍然要讨论真、满足及逻辑有效等概念,但是它不仅是相关于某个模型,而且要相关于语言的语境来讨论这些语义概念。

语境问题总是同一些特殊语词,如表示时间、地点及人称代词

(如我、我们、他们)等特殊语词联系在一起的。由于这些语词的出现,我们只有明确了运用表达式的语境才能确定表达式的指称。因此在语用学中这些特殊语词被处理为索引词,它被看作从语境到表达式指称的一个函数,借助该函数我们就可以相对语境确定表达式的指称,在此基础上进一步讨论真、可满足及有效性等等逻辑语义问题。

很显然,相对于逻辑语法和逻辑语义的研究,逻辑语用学更注重对自然推理的研究。许多语用问题都源于对自然推理的逻辑分析。对于奠定在自然推理基础上的认知科学而言,重视语境的语用学方法是必不可少的逻辑分析工具之一。

逻辑认知逻辑

认知逻辑属于哲学逻辑的范畴,它研究与认知活动相关的推理。这些推理总是同诸如“我们知道(相信)什么?”“我们能够知道(相信)什么?”“说某人知道(相信)某事某物意味着什么”等一些问题的。而认知逻辑的典型特征就是将“知道”、“相信”等表达认知关系的特殊语词作为逻辑算子处理,以分析处理一般逻辑无法描述的认知推演关系,建立与人们的认知行为相符合的推理模型。

早在古代,哲学家们就开始研究关于知识的推理问题。但对认知逻辑的形式化系统研究却是最近几十年的事。20世纪50年代冯·莱特(增社宰屠)在《模态逻辑概论》^[1]中对认知模态命题的基本形式及相互关系进行了较为系统的研究。1974年辛提卡(刁)出版了名著《知道和相信》^[2],这本被誉为里程碑式的著述标志了现代认知逻辑体系的产生。辛提卡以传统的逻辑联结词系统为基础,通过增添合适的认知算子及选择相关逻辑概念,建立起认知逻辑的经典形式系统。

直到 20 世纪 60 年代,在辛提卡理论基础上发展起来的认知逻辑研究仍属于哲学逻辑领域,它的特点是以经典的逻辑法则为依据,通过扩张传统逻辑系统建立认知逻辑体系。然而,在辛提卡的系统中,如何克服逻辑全能悖论并保证主体认知的一致性是个难以逾越的障碍。这实际上证明认知逻辑在概念和演算方法方面与传统逻辑理论有明显的不同。要避免全能悖论,认知逻辑就必须允许以部分的或不完全的知识为基础建立推理模型,这就使得认知推理模型具有构造性特征。而认知过程中的信息不完全问题意味着认知推理具有容错性,推理的单调性也得放弃。这些都增加了认知逻辑演算的复杂性和问题研究的难度。要使问题简单化并使逻辑演算更易于处理,就有必要以某种方式对其认知逻辑的语形进行限制,对推理机制进行控制,在一定程度上增强系统的构造性。因此许多新的术语和研究方法被引入认知逻辑研究领域,导致了相关概念和方法的改变。最具代表性的变化是构造性及非经典逻辑推理被引入了认知逻辑体系,如多值逻辑、非单调推理以及缺省推理等等都在认知逻辑研究中受到广泛重视。

不仅研究方法在变革,认知逻辑的研究内容也在不断扩展。经典认知逻辑主要关心的是建立与特定主体相关的认知推理系统,而后来特别是 20 世纪 70 年代以来的许多学者则把研究重心放在研究和建立多主体互动的认知推理模式方面。研究方法和研究内容的演变使认知逻辑的应用价值和适用范围不断拓展,使认知逻辑和以知识为基础的推理逐渐发展成为哲学、数学与计算机理论等学科的共同研究内容。各个学科研究的出发点也许不同,但区分它们在研究内容上的差异已无实际意义,因为它们都是在从事同一领域的研究,它们的研究成果都是对逻辑理论的丰富和发展。

到今天,认知逻辑的应用价值还得到经济学和法律学者的重视。如果说人工智能学者重视认知逻辑是因为它为知识的表达和知识库模型的建立提供了有效工具,经济学和法律学者重视认知

逻辑则是因为它为分析描述知识与行为的关系提供了有效工具。运用认知逻辑的研究成果有助于我们把握需要获取什么样的信息,以及获取信息到何种程度才能做出正确的判定,进而做出正确的决策。

认知逻辑的内容非常丰富,涉及多方面的逻辑知识。鉴于作者有限的知识结构和分析能力,本书仅仅讨论如何根据认知概念的逻辑性质确立认知推演关系,在此基础上建立与人的认知行为相符合的主体推理模式问题。为尽量保证内容的自足性,本书第二章中将讨论一阶逻辑及相关模态逻辑的一些基本知识,为分析理解认知逻辑奠定基础。第三章中分析讨论辛提卡经典认知模态逻辑的内容及系统的缺陷。第四章讨论为克服这些缺陷引入概念逻辑,由此得到的 粤说 认知逻辑系统及其基本内容。第五章以 粤说 认知逻辑为基础讨论多主体认知逻辑体系建立及相关问题。

第二章 一阶模态逻辑基础

认知表达式的最基本结构是一阶语言结构。在一阶语言中,指代个体的词项、表示关系或性质的谓词以及量词是构造语言表达式的基本要素。一阶语言是最基本的语言形式,而认知表达式还有特殊的结构特征,即它包含有表达认知行为的语素,如“知道”、“相信”,等等。如果说一阶语言的逻辑性质是在一阶逻辑系统中分析研究的;“知道”、“相信”等特殊语词所表达的逻辑内容,则需要以模态逻辑为工具来分析形容。因此在本章中,我们要给出形式语言 \mathcal{L} ,在此基础上建立一阶逻辑系统 \mathcal{K} ,这是关于逻辑推理的最基础理论。最后引入模态词,建立一阶模态系统 \mathcal{K}_m 。

形式语言 \mathcal{L}

对推理进行逻辑分析首先需要设立特定的形式语言。我们给出一阶语言 \mathcal{L} 。一阶语言是一种包含量词和谓词,其量词只约束个体符号的语言。 \mathcal{L} 语言由初始符号和形成规则两部分构成。

定义 2.1 (\mathcal{L} 的初始符号)

一阶语言 \mathcal{L} 有如下几类符号:

- ① 命题符号: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
- ② 个体符号 $\left\{ \begin{array}{l} \text{个体变元: } x, y, z, \dots \\ \text{个体常元: } a, b, c, \dots \end{array} \right.$
- ③ 谓词符号: P, Q, R, \dots

- ④逻辑联结词： \rightarrow, \sim ；
 ⑤量词： \forall, \exists ；
 ⑥辅助符号（, ）。

一阶语言又叫做一阶谓词语言。一阶谓词语言是在命题语言基础上增添个体符号、谓词符号和量词得到的。因此命题公式也是一阶语言的公式。个体符号包括个体变元和个体常元，个体变元也就是一阶语言的变元。对于任一成员 x ， $F(x)$ 表示一元谓词。当 x 是成员时， $F(x)$ 是一元谓词，表示个体具有的性质。当 x, y 是成员时， $R(x, y)$ 是二元谓词，表示 x, y 个体间的关系；④类符号分别表示的是命题联结词实质蕴涵和否定，⑤类符号是量词， \forall 是全称量词， \exists 是存在量词，辅助符号是构造谓词语言的合式公式时所必需的。

并非所有用谓词符号构造的表达式都有意义。一个谓词表达式是否有意义只能从形式上来判定，形成规则提供了判别标准，它规定了什么样的表达式有意义。我们只把那些有意义的表达式称作谓词公式。谓词公式的形成规则如下。

定义 10.1 (谓词公式的形成规则)

谓词的公式集合是最小集合 Δ ，使得

- ①任一命题符号是 Δ 的元素；
 ②若 x_1, \dots, x_n 是谓词的个体符号， F 是 n 元谓词，则 $F(x_1, \dots, x_n) \in \Delta$ ；
 ③若 $\Phi, \Psi \in \Delta$ ，则 $\sim \Phi, (\Phi \rightarrow \Psi) \in \Delta$ ；
 ④若 v 是谓词的个体变项，且 $\Phi \in \Delta$ ，则 $(\forall v)\Phi \in \Delta$ ；
 ⑤只有符合上述①、②、③和④规定的公式 Δ 的元素，即才是谓词的公式。

谓词语言还有一些通过定义引入的符号，即合取联结词“ \wedge ”、析取联结词“ \vee ”、等值联结词“ \leftrightarrow ”以及存在量词“ \exists ”。具体定义如下：

谓词逻辑 \wedge 谓词 $(\Phi \wedge \Psi)$ 越 $\sim(\Phi \rightarrow \sim\Psi)$

谓词逻辑 \vee 谓词 $(\Phi \vee \Psi)$ 越 $(\sim\Phi \rightarrow \Psi)$

谓词逻辑 \leftrightarrow 谓词 $(\Phi \leftrightarrow \Psi)$ 越 $((\Phi \rightarrow \Psi) \wedge (\Psi \rightarrow \Phi))$

谓词逻辑 \exists 谓词 $\exists x \Phi$ 越 $\sim \forall x \sim \Phi$

上述定义 1.1.1 中的②类公式我们称作谓词公式,它是由谓词符号加上个体符号构造而成,是蕴涵的原子公式。而④类公式是对谓词公式中的个体符号进行量化概括得到,我们称其为量化公式。我们将量化公式中紧随在量词后出现的公式叫做该量词的辖域。如下公式

(员) $\forall x (F(x) \rightarrow G(x))$

(圆) $\forall x (F(x) \rightarrow G(x))$

量词 $\forall x$ 在公式(员)中的辖域是 $(F(x) \rightarrow G(x))$,在公式(圆)中则是 $F(x)$ 。如果一个个体符号既作为量词组成部分出现并且还在量词辖域内出现,我们就称该个体符号是约束出现的,否则称其为自由出现的个体符号。个体符号 x 在公式(员)中出现了猿次,一次是作为全称量词 $\forall x$ 的组成部分出现,另外两次都出现在量词的辖域内,因此它们都是约束出现的。曾在公式(圆)中也出现了猿次,但只有在“ $\forall x (F(x) \rightarrow G(x))$ ”中的两次出现是约束出现,在“ $G(x)$ ”中的出现则是自由出现。由于在一阶谓词中个体符号是变元,我们就把自由出现的个体符号叫自由变元。

在蕴涵公式中个体符号可以是约束出现的也可以是自由出现的,因此蕴涵公式就有了闭公式和开公式的区分。我们把所有个体符号都约束出现,即不包含自由变元的公式叫做闭公式,而包含有自由变元的公式就称做开公式。显然,上述公式(员)是闭公式,公式(圆)是开公式。

由初始符号和形成规则构造的蕴涵是一种纯形式的语言,不表达任何对象。我们可以通过语义解释把蕴涵语言同一定的对象联系起来,使它成为表达特定对象的语言。蕴涵是一阶语言,它表达个