

第一卷

逻辑研究

一 逻辑的观念

要目：1,“逻辑”的含义。2,逻辑的逻辑与数学的逻辑。3,逻辑的概念基础。4,意向性的外部构成。5,内部意向性。6,意向性的符号功能。

1 逻辑的含义

我们在这里使用的“逻辑”的观念是一个有待于澄清的观念。但是“逻辑”的概念本身决定于使用者的逻辑体系，不同的逻辑体系往往决定了不同的逻辑的观念，而我们的逻辑体系是正在建立之中的，因此我们不能在现在就给予“逻辑”的观念以一个完整的定义，而只能说，“逻辑”，在我们这里意味着一个能解剖和澄清传统的逻辑观念，而且在它自身中能够发展出我们关于哲学，特别关于数学的思维体系的对象。

我们不能在现在有一个完整确切的“逻辑”的概念，却可以有一个发展“逻辑”的概念基础，这就是意向性的概念体系。

本书的概念基础，意向性，和基本方法，TTB（广义真值函项），都已经在《哲学研究》一书中展开。它们是我们的逻辑研究的基础和基本方法。在本书中除特别需要外我们一般直接使用它们而不再详细定义，可以参考《哲学研究》。

2 逻辑的逻辑与数学的逻辑

从康德开始，逻辑就是现代认识论、本体论和数学基础的核心，现代哲学就是从两个方向对这个核心的逼近。从逻辑代数、弗雷格到分析哲学是从逻辑内部出发，用逻辑手段解决哲学问题，而胡塞尔开创的现象学方法的本质是从外部逼近这个核心，也就是解决所谓“逻辑基础”的问题。现象学的这个逻辑本质和现象学自身的不完备就产生了存在主义。存在主义以一种纯粹直觉为其基础，而这种纯粹直觉就是意向性的一部分，也就是逻辑的一部分（参见《哲学研究》最后一章及下文）。

分析哲学和现象学存在主义构成现代哲学的主流，这个主流以逻辑为其核心，以意向性为概念基础。以 TTB 为基本方法的逻辑是这个哲学主流的共同本质和归宿。

从弗雷格到现代逻辑思潮（逻辑斯蒂、形式主义，特别是直觉主义）追求的是逻辑的逻辑，是用逻辑解决逻辑和数学的问题，虽然使用了数学方法，但逻辑是中心。而从哥德尔到现代数理逻辑是数学的逻辑，是用数学方法解决一些而不是全部逻辑问题。

真正的逻辑应该是逻辑的逻辑，它应该使用逻辑自身的方法，这一点从弗雷格到现代逻辑思潮没有做到，用集合论构造数学是一种思路，还不是方法，因为还没有发展出真正的逻辑的、与数学提供的集合论不同的体系；它应该能解决逻辑自身的全部问题，也能用逻辑解决数学的根本问题，相比之下数学的逻辑是用数学的方法解决某些逻辑问题。从弗雷格到现代逻辑思潮所谓的数学基础的研究是跟在数学后边，而真正的逻辑的逻辑应该是能够证实数学，更应该能够推导出在数学中还未出现的数学内容，达不到这个要求的逻辑就还不是真正的有效的逻辑。

3 逻辑的概念基础

意向性的名词来自胡塞尔，但我们在《哲学研究》中定义的意向性很难与胡塞尔的概念有什么联系。在意向性的对象和意向性所构造的意义世界这两者的承诺和映射关系称为意向关系，建立和实现意向关系的东西就是意向性。意向性是符号能力承载者，它是一种指向性。

与胡塞尔不同，我们的意向性概念是一种纯粹的逻辑的概念，它是一种逻辑存在，在它的定义中不含有任何心理的成分，而胡塞尔的意向性是一种心理主义的概念。虽然胡塞尔以反对逻辑学（严格说来是反对“逻辑基础”研究中的心理主义）中的心理主义为其哲学的起点和最大贡献，但他的意向性的概念在本质上仍然是心理主义的，我们的真正的意向性概念是存在于逻辑对象和逻辑过程中的一种对象，而不是存在于心理过程（即使是逻辑行为的心理过程）中的现象。心理过程是一种物理过程（就其存在于物理世界而言），它是逻辑过程的物质载体，但不能把它的性质传递给逻辑，正如程序存在于软件之中，它不具有电子元件的电子性质。

意向性的对象是有差异的个体，它在对象之间造成的映射（并不一定要求双射）若作用于不存在的个体上，则这个映射有了假的真值，真值是意向性与其对象的关系，是意向性对对象成为意向性对象的这个事实的赋值。逻辑三律（同一、矛盾、排中）不是实在的规律，而是意向性映射的规定。因为逻辑三律是关于映射对象的关系的规律，它们是关于映射点值一致性的规律。这与黑格尔辩证法关于事物存在和性质的辩证性不是一回事。逻辑三律与世界无关，只是意向性对象的先天结构。

意向性作用于其上的东西称为实在，意向性作用于实在所产

生的对象，即它用“是”所标志的承诺对象称为存在。存在是实在用意义基产生的商集，存在是实在的以意义基为先天结构的变体。实在与存在之间不是双射，因为存在的先天结构是意向性的能构性，而实在的先天结构（若存在且可知的话）与它没有必然的关系。

意向性是指向行为，它的一个指向是在时间中的一个行为，这构成它的一个质点，这个质点是时间中的质点，而质点的连续就构成意向性实体。连续的质点在时间中具有线条性，这成为与它有关的一切行为（思维、符号、...）的共同性质。意向性实体的每个质点指向一个对象（被映射者或映射所成），质点间构成差异性（差别与联系），差别构成质点，联系构成连续。

意向性具有内部构成和外部构成。

4 意向性的外部构成

意向性实体的不同的质点间的关系在物理实在中就是一个方位，方位是意向性在客观实在中由实在的性质赋予它的。方位是时间和空间所赋予意向性的质点之间的关系。它是意向性质点之间作为实在的关系，而被意向性的对象所具有。它由方向和距离组成，语言中有关空间（上下左右）、人称、时间（过去、现在、将来）等的指示词就都是方位。

次序属于前逻辑的意向性，即外部意向性，它不可在 TTB（见下）上定义，因此，序数不可在 TTB 上定义，数数的行为是意向性的外在部分的特性，是意向性的先天的硬件性的功能，是 IH，数数行为的基础是质点性（确实的对象，其可区别性），质点之间的联系，和自反：自反是意向性的联系性和可隔性的复合，它构成了意向性的自反本质，是意向性对象的可数、连续和递归无穷性质的起源。质点和质点的连续就是数。

方位不可在逻辑中处理，对这一点缺乏了解是希腊逻辑很多无意义争端（例如“明天有海战”的真实性，陈述的时间性）的起源，逻辑对于方位只能沉默。

几何系统是分析系统，却不是纯粹先天系统，几何的对象是事态世界的方位，把意向性——事态性当成先天的东西是希腊人的通病。非欧几何的成立证明，几何中有未经逻辑化的直觉要素。

对于事态世界的方位性只能依靠意向性的直觉，第五公设引起的非欧几何说明，由于几何无法全部在 TTB 上定义，它的初始对象就含有系统之外的直觉意义，就不能保证系统综合和分析的完全性。在数的理论中也是这样，在数的定义中初始对象以数数这个不能定义的 IH 直觉活动为前提，word problem 就与次序有关。

意向性的外部性质是先天结构与世界的交汇处，对它的形式化就是涉及时间和空间的方位特性的几何和数。ZF 公理集合论不是完全的，它包含了无穷公理和选择公理（可化归为意向性的对象可识性，数数），意向性的这两个外部性质。它还使用了良序等一系列关于序列和关系的概念。

几何和公理集合论意义上的数学的对象不是关于意向性对象的具体科学，也不是意向性对象被承诺的先天结构（集合，TTB），而是二者的接合部。基数的定义需要二者并存，数数行为（IH 行为）不能化为集合论。

数数（第一个“数”是动词，计数，第二个“数”是名词，数字，数量）和序数是外部意向性的行为对象，它们可以定义在外部意向性的次序和自反性上（在本书最后一章中有一个公理系统描写这一点，在目前，可以从数的皮亚诺公理系统中的后继和数学归纳法看到，数在有次序和自反的条件下就可以定义），也就是说，对它们只能有刻划性的公理系统，不能有构造性的定义系统，它们是内部意向性（TTB）的原初不可定义（不可构造）对象。

次序和自反以及在它们之上定义的数是对象从外部意向性进入内部意向性时所天然带有的，它绝非用内部意向性的集合可以构造的（在数学基础的研究中，不可能不将数数的等值物次序、自反或其变体作为不可定义的原始对象引入），但它也绝非柏拉图主义的实在，它是一种存在，是实在在意向性中的形式。

意向性质点的对象可以是感性材料，也可以是形式实体。形式实体是把意向性线条的段变为个体，变为意向性的质点，这时意向性称为隔的意向性，因为它把自身的段作为自身的对象。

直接意向性的对象是质点，这时意向性行为由指向性组成，一个指向性和它的对象一样是质点。直接意向性成为自身的对象就构成了间接意向性，间接意向性的结构就是它的质点结构，也就是它的对象的结构。当直接意向性以间接意向性为对象时它并不与客体发生关系，客体以间接意向性的形式出现，而它的实在性和本质却被滤去了。

间接意向性构成主体与实在间的隔离：存在。直接意向性的每个质点指向一个对象，对象之间具有图式，而这图式也就反映为意向性的质点结构。直接意向性只接受质点对象，不接受非质点性的形式实体，它对作为质点的图式的接受是经间接意向性完成的。它只有在间接意向性中才滤去对象的实在性和具体性而把形式孤立出来，间接意向性的本质就是把一个意向性段作为一个对象，这样的对象既消去了客体的具体性，又把客体的形式作为一个质点实体化。只有在间接意向性中图式和形式实体才孤立为实体。

意向性的指向功能不只存在于主客体之间，当意向性指向一条线的时候，意向性过程就是意向性质点与线同构的展开，线的一个点与意向性的一个质点同一，当意向性指向另一个点的时候，它的指向功能就是两个质点之间的指向。这个指向就是意味，它被隔离出来就是图式的物质载体。

意向性在实在之中，它的作用在指向性上的表现就是它的质点间的转移。质点转移的意向功能与对象的点的联接同构，它成为对象的点之间的指向性（称为客观指向性）。这种客观指向性就是对象的关系的逻辑基础（关系是质点间差异的方式，差异的先天基础是指向性），它的模态就是图式。感性材料以时空为先天形式（康德），一切对象（一切意义及其承诺）以差异为先天形式。

质点的转移是意向性的本质，质点的转移构成差异，数数是意向性的本能而不是逻辑行为，数是质点对象，数的无穷连续性是意向性以质点转移的方式作用于自身所形成的。

间接意向性使对象成为自由，使它从当下性中解放出来，对于意向性不再有时间和空间的限制。

外部意向性是人生存于世界的方式，时间和空间并非象康德所说是人的意向性（意识）对于世界（现象）的形式，而仍然是意向性的对象：外部意向性的本质是方位、数量和，特别是，对象的可自反性，它们恰可以定义连续性、数量性等时间和空间的性质：康德对于时间和空间的重视来源于他对外部意向性的模糊认识，他认清楚了意向性对于外部现象的关系的性质，却放到错误的对象身上。

在所有的公理系统中（例如关于数的皮亚诺公理系统，关于集合的 ZF 系统，关于直观几何的希尔伯特系统）都缺乏一个基本的概念，存在，对象的存在不但是对象的基本条件，也是进一步考虑真假、等值与否等等的基础。若不是这个概念太基本了以致不需指出，就是这些公理系统还缺乏严格性，因为在逻辑学中，必须严格地使用存在和真假的观念，这不只是因为逻辑学以它们为研究对象，还因为逻辑学早就发现了存在假设的问题，“方的圆形”很可能涉及存在假设，特别是，不能否定在某种公理系统中它不引起矛盾。

5 内部意向性

意向性有内部形式和外部形式，内部形式是可以用 TTB 刻划定义的全部内容，是所谓意义、形式、知性、认识的先天结构。意向性的内部形式是它生存于事态世界的方式，实在对于意向性，显现为事态，实在作用于意向性的外部形式产生事态。

意向性的内部形式起源于集合，外部形式的本质是指向性。

指向性是对它的对象的直觉 指向它的对象。它指向对象，也就能从对象指向其它的对象，构成指向的转移，它能指向对象，也就能指向自己，但作为对象的意向性只存在于指向活动中，因而被指向的就是转移中的指向性，称之为物化指向性。

指向性指向质点性的对象而不含有对自身的任何关系，它只指向一个对象，不暇兼顾其它，对对象也只是指向而不以知性知之，因而称之为直觉。基本指向性物我不分，物我产生于知性，但它也不是感性。对象被直觉并不是向主体显现，主体是意义主体，它知对象而不能直觉对象。

它将所直觉到的对象或物化指向性传递给内部意向性在先天形式中被处理。

对对象的直觉、对物化指向性的直觉就是意向性存在于事态（及事态的方位性）的方式。指向性的自指性是它存在于事态的无穷性的方式。

意向性的内部形式将对象作知性处理，它的本质是集合。外部形式的本质是个体直觉，物化指向性在事态世界中存在于对象之间，但在指向性中只是物化指向性被直觉，对象被滤去，物化指向性是质点。同样，指向性自指也是指向质点，数数行为的数是个体而非个体的集合。数数以个体的质点性为本质，它的质点性使时空清晰。

而知性是集合，它将物化指向性与其对象集合为图式，将对象集合为其值的聚合，将二者集合为 TTB。

在《哲学研究》中我们曾论及康德的四类范畴可以在关系逻辑也就是在 TTB，即内部意向性中得到解释。但是实际上，康德的四类范畴不是第一性的，第一性的是对象的存在性，它是外部意向性传递给内部意向性的。存在性不可构造，它是外部意向性赋予对象的基本性质。对象成为内部意向性的起点即逻辑的起点是事物的差异，差异是对象的存在性的样态，对这个样态的解析就是关系。关系是有差异的事物差异的样式。关系存在于事物之间，因而它以事物及其差异为前提。差异由差别（此区别于彼的规定性，在关系中表现为独立的真值）和联系（在关系中表现为真值的组合）构成，差别与联系的诸方面就决定了事物的质（表现为真值）模态（由真值决定）量（模态中的量如全部与有些，两个事件间真值搭配的量）关系（不同事物的质和模态的搭配），但这一切的基础是对象的存在性。

外部意向性使事物具有真值，因而成为有，成为有也就是成为有限，其否定就构成了它的限制。无限制之物是绝对，是无否定之有，也就是关系逻辑中的全域（见《哲学研究》）。无否定就无限制，是无限，绝对与无限同意。有限物是有，无限无是无，绝对的有就是无。不是肯定一切也就是什么都不肯定，它以没有否定作它的限制，因而在它的规定性中容纳的一切相反的规定性，它是有限物及其否定的结合，也就没有规定性，因为它的规定性中包含自相否定的东西，它的规定性就是对规定性的实在性的否定，它的规定性就是无。以无为规定性使它成为有，也使它与一切有限区别来，并使对它的否定衣然存在于它之中，因为对无规定性这一具体规定的否定不是其它的具体规定性就仍是它自身。

有是有差异，只有在差异中才能有“有”，对于外部意向性，单纯的有就足够了：对象成为对象就是对象的一切，这就是存在

主义所谓对于存在的直觉（与我们使用的直觉概念不一样），对象不存在于与它物的差异中，存在就是存在，是当下性，与它物无涉，意向性满足于当下的对象。而内部意向性是对对象的集合，是将对象的存在置于关系中，因而对象的存在是对其它物的规定性的否定和对自身规定性的肯定。这时才有了无，无是一种逻辑合成，产生于知性。无不是直接的对象（而有是直接的对象，或者更严密地说，是从直接的对象中抽象出来的），是与一个对象不同的所有其它对象的集合，无在我们的逻辑中将更多地表现为逆：一个对象的逆不是一个物，而是多个物，甚至是不可数不可定义的多物。无是对有的否定，是对具体规定性的差异性的否定，从而形成无这个规定性，但它不否定规定性本身，它仍是有，是一个集合，是作为无而有，在无中以无差异的形式存在着一切规定性，是一个对象的所有逆的集合。有限只有在无（全域）中才存在，并在无中获得否定对自身的限定。虚无是无规定性。无是有的全域，有的否定也在无之中。虚无是另一个域，它的肯定和否定都对此域封闭，此域中的存在对它不能有任何观念。

审美方式是直觉方式，知性是直觉的分解，知性不能理解美。

胡塞尔的悬置（扩起来，存疑）和还原达到了直觉，但是却是意向性内部的知性。知性以集合为基本方式，其能构成性、它所构成的意义世界对事态世界的分离性是其理性的性质。胡塞尔的理智的直觉即 *original consciousness* 是意向性对意义的关系，这并未还原到指向性直觉。

现象学还原出的 *essence* 只能是事态性，而意义是被构造出的。事态是指向性的本质，而与内部意向性的能构性即知性无关。指向性直觉不可以知性化。意向性的本质在于它的质点性和自反性，由之引出了逻辑和数学的根本属性。特别是，二者结合就定义了集合，集合就是多质点在同反中成为一个质点，这就产生了集，集和 $1-0$ 值就构成样式，也就是 TTB。质点就是 $1-0$ 值

（存在与不存在），二者在作为抽象的存在这一点上是同一的。外部意向性直觉到的是对象，对象的集是对象，因而集也可以与任意集或样式结合为新的质点，定义逻辑和数学的高级实体。

6 意向性的符号功能

在其全部哲学中，胡塞尔都强调意向性的表现性，他的意向性实际上是表达，它存在于对象与其意义之间，在这一点上，胡塞尔深受弗雷格的影响，这就将一种意向性当成了意向性一般。这种意向性是在《哲学研究》中定义的 IH ，它是意向性的某些功能的集合，是意向性的一个特别形式而非意向性的具有广泛性的本质。物化意向性可以是意向性的对象，在物化意向性中存在着虚化的意向性和为虚化的意向性联接的虚化的对象，当下意向性（正在进行逻辑行为的意向性）与物化意向性中的虚化意向性的同一化，即当下意向性按照虚化意向性的方式联接物化意向性中的虚化对象，就产生了一个广义的符号行为，符号行为中的虚化对象就是对象（符号、能指）及其意义（所指）。而去掉物化意向性中的虚化对象只保留虚化意向性本身，就是形式（逻辑的和美学的）的产生根源。

符号和表现行为是意向性和具有意向性的人的重要标志，却不是一般意向性或基础意向性，而是意向性的一个集中和特别的个例。内部意向性的一般和基础的形式是集合：将对象联接起来。

在《哲学研究》中定义的 IH 结构是内部意向性的最重要的结构，从 TTB 的 $A(i)$ 向 $A(i+1)$ 的过渡就定义了 IH 结构，它是一种广义的拓扑行为。每个 $A(i)$ 称为 $A(i+1)$ 的表层结构， $A(i+1)$ 称为它的深层结构。深层结构的一个点可以与表层结构的点有任何关系或没有关系。

词汇是深层结构 $A(i+1)$ 的点集，音位是它的表层结构 A

(i) 的一个维。词汇是意义基的表层结构。

若 $A(i)$ 为表层结构, 则 $A(i+1)$ 的一个点集被选出来的方式称为一个解释程序, 被选出来的点集所标示的东西称为深层结构。由音位的组合向词条有一个解释, 由哥德尔数的组合 (运算) 向其所给予配数的形式系统也有一个解释。

IIH 在历史和文化中的同义词是表现。表现是意向性从表层到深层的映射或活动, 它与拓扑等义。文学表现和一切符号行为 (印刷符号与语言、语音与意义、叙事与故事) 一样只是其中一部分。

在代数理论中研究的双射是表现的极端特例, 没有一般意义。意向性表现有方位, 叙事过程并不等于所叙述的事件的过程。柏拉图所划分的两类诗人中的第二种 (纯粹模仿的诗人) 就是不改变方位并与事物保持零方向距离 (这实际上是不可能的) 的表现者。零方位的双射称为表达而不称为表现。表达是交际行为 (一个人说他有某种愿望), 表现是创造出与所要表现的深层不同的表层世界, 是文学 (例如弗洛伊德和容格所定义的艺术)。就是交际行为也不是简单的表达: 言语行为理论所说的就是, 言语表达活动的深层也不只是指称的对象, 它们往往也只是另一深层的表层。后期维特根斯坦, Austin, Searle 的语言理论都是语言的表现理论, 它们突出了语言的表现性, 但没有触及表现的层级性。它们把多层级性当成了单一层次上表现的不确定性。

拓扑、表现和一切符号活动都是 IIH 活动, 它们不是外部意向性 (外部意向性只有当下性而没有结构), 也不是内部意向性的一般形式 (内部意向性的一般形式是集合和 TTB) 而是内部意向性对自身的构造。它不代表意向性的本质, 而代表意向性和具有意向性的人的极度发挥。

二 逻辑对象的可刻划性

要目：1, TTB 的基本含义。2, TTB 可刻划性的集合判定。3, TTB 的矩阵形式。4, 基本逻辑形式。5, TTB 和矩阵的基本逻辑形式。6 逻辑方式本身的集合性。7, 矩阵元的运算。8, 矩阵元的值的逻辑解释。9, TTB 的自然形式。10, TTB 的联接与组合及矩阵乘法的逻辑解释。11, 高阶矩阵的化归。12, 矩阵组合的形式和应用。13 各种矩阵的性质和可判定性。14 矩阵组合的意义。15 高阶矩阵的性质。16, 矩阵的内部性质。

1 TTB 的基本含义

我们的 TTB 的概念是传统的真值表上定义的命题函项的扩展。有一些个体（我们在不失一般的情况下以二元为例），以 1, 0 代表它们自身及非自身（肯定及否定）则在真值表上的一个函项是对 p 和 q 的组合的一个赋值，例如

pq	ABC
11	1 0 1
10	0 0 1

01	0 0 0
00	0 1 0

则可以说，A 用赋值 1 肯定了 p 和 q 的组合，因而也就定义了 p 和 q 的集合；而 B 确定了 p 和 q 的否定，C 则是 $\{p\}$ 和 $\{p, q\}$ 两个集合的集合。

称上述定义的真值表为一个基本 TTB。称上例中的 p 和 q 为广义 TTB 的 0 阶，上例中的 A、B、C 为它的 1 阶。广义 TTB 的第 i 阶上的一个个体同样定义于 $i-1$ 阶上。任意一个 i 阶个体的真值是对 $i-1$ 阶个体的肯否定，但这也就是它自身的真值：以 $i-1$ 阶个体的组合为其定义，它所肯定的 $i-1$ 阶的块 (TTB 的一个行，以后称为一个 block) 与它自身的真值是一一对应的。

任一个 i 阶个体可以有一个唯一的方式化为 $i-1$ 阶的个体。例如

pq	A
11	1
10	0
01	1
00	0

可以化为

pqA	"A"
111	
110	1
101	0
100	0
011	1
010	0

001	0
000	0

A 定义了一个“*A as such*”，容易看到，它肯定的 pqA 的组合就是 A 的定义。称这样一个方式为阶的化归。

广义 TTB 是一个重要的工具，在《哲学研究》一书中它成为用于一般逻辑、数学哲学和认识论的分析的工具，而在这里我们将以它为主要手段发展一个包含逻辑和数学理论的系统。对它的分析是《哲学研究》的一个主要内容，在那里对 TTB 的主要性质都有介绍，有些内容需要参见《哲学研究》。

2. TTB 可刻划性的集合判定

我们可以用对象的 TTB 的可刻划性来代替对象的逻辑可刻划性。这样作是否合法要在我们的研究结束之后才能确定，但现在至少可以作为假设接受下来。

这样，一个对象是 TTB 可刻划的，当且仅当它可以刻划为集合。一个对象是其它对象的集合，它就是 TTB 可刻划的。这种最简单的情况是容易理解的，这就是传统的集合概念，但这只是“逻辑集合”的一种情况：实物对象的真正的集合；而其它类型的“逻辑集合”也是存在的，因为逻辑的对象就是意向性的对象，而外部意向性的对象正好是实物对象的实在集合，而内部意向性的对象不一定是（一般不是）外在世界的对象，而是意义基或意向性活动本身。意义基（意义世界的个体）的本质就是意向性的本质，也就是图式，它是以 TTB 为其联系的形式。

因此，一个对象的 1（存在）和 0（否定）两种情况是它的存在性的所有可能情况的集合，在物理世界的意义上（即外部意向性的意义上）它们不是集合，但在逻辑上却是百分之百的集合。同样，当对象 A 和 B 在 TTB 上定义了充分必然关系后，B 就是 A 作