

第一章 绪 论

▶▶ 1.1 逻辑简史

逻辑是一门古老的学科,诞生于古希腊。它的创始人是古希腊著名的逻辑学家亚里士多德(公元前 384—前 321 年)。亚里士多德没有使用过“逻辑”这个名字,但是他有一段说明十分出名:

一个推理是一个论证,在这个论证中,有些东西被规定下来,由此必然地得出一些与此不同的东西。

这段话说明了三种成分,一种是“被规定下来”的东西(A),一种是“得出”来的东西(B),还有一种是这二者之间的关系“必然地得出”(⊢)。这三种成分一起表现出如下一种最简单的推理结构:

$$A \vdash B$$

这里,“A”是前提,“B”是结论,“⊢”是前提与结论的关系。这可以说是历史上最初的对逻辑的定义或说明。它表明,逻辑是研究推理的。其中,最重要的是“必然地得出”。它说明了前提和结论之间的关系的性质。围绕这样的性质,亚里士多德建立了著名的三段论,由此创建了逻辑这门学科。

凡人皆有死,
苏格拉底是人

所以,苏格拉底有死。

这不是亚里士多德使用的例子,但却是历史上最出名的一个说明三段论的例子。前两句话是前提,最后一句话是结论。亚里士多德没有明确说明什么叫“必然地得出”,但是他明确提出了三段论的格式(见本书第三章),

从而使人们可以明白，只要符合这样的格式，也就是说，只要符合一系列规则，那么从真的前提一定可以得出真的结论。

后人把亚里士多德的相关论述编辑成书，取名《工具论》，这也是留传至今的第一部逻辑著作。《工具论》共六篇著作：《范畴篇》、《解释篇》、《前分析篇》、《后分析篇》、《论辩篇》、《辨谬篇》。其中《前分析篇》专门讲述了三段论，是亚里士多德最重要的逻辑著作。

在历史上，以三段论为核心的亚里士多德逻辑一直是人们学习和研究的对象，得到人们的高度重视。中世纪甚至把逻辑和语法、修辞并称为“三艺”，列为进入神学院必须学习的基础课。这样的逻辑内容，习惯上被称为“传统逻辑”。

与传统逻辑相区别的是现代逻辑，其思想可以追溯到德国著名的哲学家莱布尼兹（1646—1716年）。他认为，我们可以建立一种普遍的、没有歧义的语言，通过这种语言，就可以把推理转变为演算。一旦发生争论，我们只要坐下来，拿出纸和笔算一算就行了。这里，他实际上提出了现代逻辑的两个基本思想：即构造形式语言和建立演算。但是他没有实现这两个思想。

1879年，德国著名的逻辑学家弗雷格（1848—1925年）发表了名著《概念文字——一种模仿算术语言构造的纯思维的形式语言》。在这本书中，弗雷格引入数学方法，成功地构造了一种形式语言，并且用这种语言建立了一个一阶谓词演算系统。由于这个逻辑系统包含了现代逻辑的所有基本要素，因此它标志着现代逻辑的诞生，弗雷格也被称为现代逻辑的创始人。

20世纪是现代逻辑发展的重要年代。1910—1913年，英国著名哲学家罗素（1872—1970年）和怀特海（1861—1947年）发表了《数学原理》。这部三卷本的逻辑著作改进了弗雷格的表述方式，发展和完善了一阶逻辑的演算系统，对后来逻辑的发展产生了极其重大的影响，被称为20世纪逻辑的“圣经”。

经过一百多年的发展，现代逻辑已经成为一门独立的学科，并且成为人们十分重视的基础学科。现代逻辑的核心内容是一阶逻辑，主要包括命题演算和谓词演算两部分（见本书第五章），这也是现代逻辑最成熟的部分。在此基础上，它分别向与数学、哲学相关的方面发展，形成了数理逻辑、哲学逻辑等内容丰富的逻辑系统群，产生了许多重要的成果。近几十年来，它在

与语言学、计算机等领域的结合方面也有很大发展,得到了广泛的应用。因此作为一门独立的科学,逻辑的研究正在不断深入持续地发展。同时,作为一门基础学科,逻辑也得到越来越普遍的重视。

▶▶ 1.2 逻辑的性质

人们一般认为,逻辑是研究推理的,或者比较严格地说,逻辑是研究推理的有效性的,或逻辑是研究有效推理的。仅说研究推理,符合亚里士多德的直观描述,但是没有表达他所说的“必然地得出”。因此;推理的有效性”也可以看做是“必然地得出”的另一种表达。这样,理解逻辑的性质最重要的就是理解推理的有效性。

从亚里士多德的观点出发,所谓“必然地得出”,是指符合三段论的条件,那么从真的前提一定得出真的结论。也就是说,符合一系列推理规则,从真的前提不可能得出假的结论。因此研究推理就涉及到前提和结论、真和假等概念。既然“推理的有效性”是“必然地得出”的另一种表达,因此它不仅与推理的一系列规则相关,而且也与前提、结论和真假相关。这就需要我们结合这几个概念来理解有效性概念:

如果一个推理是有效的,那么结论是从前提必然得出来的,或者说,前提若是真的,结论就一定真的,即不能是假的。

这里有两点需要注意:一点是有效性与真假的性质。有效性是推理的性质,而真假是对于前提和结论而言的。因此,有效性与真假是不同的。另一点是有效性与真假的关系。这里不是说如果前提和结论都是真的,推理一定是有效的,而是说在推理有效的前提下,可以保证从真前提一定得出真结论。换句话说,推理的有效性不是由前提和结论的真假决定的;推理的有效性也不任意地保证前提和结论的真假。我们看下面两个推理:

(1) 如果乔丹是美国总统,那么他是美国领导人。

乔丹不是美国总统,
所以,他不是美国领导人。

(2) 如果鲍威尔是美国总统,那么他是美国领导人。

鲍威尔不是美国总统，
所以，他不是美国领导人。

这两个推理的形式完全一样。但是它们的区别是显然的。(1)的前提和结论都是真的而(2)的前提是真的，结论却是假的。同样形式的推理，既可以得出真的结论，也可以得出假的结论，显然不是有效的。由此也可以看出，即使前提和结论都是真的，推理也不一定是有效的。这就说明，推理的有效性不是由前提和结论的真假决定的。

我们再看下面的推理：

(3)所有老师都是哲学家，
所有同学都是老师，
所以，所有同学都是哲学家。

这是一个有效推理。但是很明显，它的前提和结论都是假的。如果我们把这两个前提替换一下，就得到如下推理：

(4)所有人都是会思考问题的，
所有同学都是人，
所以，所有同学都是会思考问题的。

这个推理的前提和结论都是真的。最重要的是，我们对这个推理的前提进行任意替换，替换的结果可能各种各样，但是有一点不变：由于这个推理的形式是有效的，因此只要前提是真的，结论就一定是真的。这就说明，正像前提和结论的真并不保证推理一定是有效的一样，前提和结论的假也不妨碍推理可以是有效的。

通过以上四个例子，我们可以更加清楚地看出，推理的有效性是一回事，推理中前提和结论的真假是另一回事。有效性说的是推理的性质，它的主要特征是只保证从真的前提得到真的结论。

▶▶ 1.3 形式逻辑

逻辑研究推理的有效性，实际上是研究推理的一些基本规律。在以上对有效性的说明中，常常提到推理的形式。实际上，推理的有效性是通过推

理的形式体现出来的。因此,逻辑研究推理的有效性,主要是研究推理的形式,通过对推理形式的研究,揭示出推理的有效性。因此,逻辑一般也叫形式逻辑。

从上面(1)和(2)可以看出,它们是一类相同形式的推理。在这些推理中,有些成分是不变的,比如“如果,那么”“所以”,其他成分是变化的,如“乔丹是美国总统”“乔丹是美国领导人”,等等。这些变化的成分是命题(句子),我们可以用小写字母 p 、 q 等替代它们,而把不变的成分保留下来,就得到如下推理形式:

(5) 如果 p , 那么 q ,
并非 p ,
所以并非 q 。

这是以上(1)和(2)的推理形式,只不过这是一个无效的推理形式。我们把它稍微改变一下,就得到一个有效的推理形式:

(6) 如果 p , 那么 q ,
 p .
所以 q 。

从(3)和(4)可以看出,它们也是一类相同形式的推理。在这些推理中,不变的成分是“所有”“是”“所以”,而“老师”“哲学家”“同学”等等是变化的。这些变化的成分是概念(词)。我们可以用大写字母 S 、 P 、 M 等替代它们,而把不变的成分保留下来,就得到以下推理形式:

(7) 所有 M 是 P ,
所有 S 是 M ,
所以,所有 S 是 P 。

这是一个有效的推理形式。

从(6)和(7)可以看出,推理形式是对具体推理内容的一种抽象。所以通俗地说,逻辑只考虑形式,不考虑内容。但是必须看到,这些形式的建立依赖于我们所说的句子中不变的成分,如“如果,那么”“并非”“所有”等等。这些成分可以简称为逻辑常项。因此,所谓逻辑考虑形式,实际上主要是指考虑这些逻辑常项的性质以及它们相互之间的关系。

从(6)和(7)还可以看出,它们是两类不同的推理形式,因为其中所含

变化的成分是不同的。这些成分可以简称为变元。(6)表明,这一类推理形式以命题为变元,而(7)表明,这一类推理形式以概念为变元。从逻辑的角度说,它们的区别在于逻辑常项的不同。(6)中没有“所有”,而(7)中含有“所有”这个表示量的常项。因此,不同种类的逻辑常项反映出不同的推理形式,所以围绕不同种类逻辑常项的研究,就形成不同种类的逻辑。一般来说,围绕(6)这类推理形式形成的逻辑叫命题逻辑,围绕(7)这类推理形式形成的逻辑叫词项逻辑或谓词逻辑。命题逻辑和谓词逻辑一起构成现代逻辑的核心部分,叫一阶逻辑。亚里士多德的三段论以及一些相关理论属于词项逻辑,是传统逻辑的核心。本书主要讲的就是这些内容。

▶▶ 1.4 逻辑、语言与思维

人们认识世界主要通过两种方式,一种是亲知,即通过自己的感官来感觉和体验,另一种是推知,即从已经获得的知识来推论一些知识。因此,推理在人们的认识活动中起着十分重要的作用。

人们在交际中往往要阐述自己的观点和看法,试图反驳和说服别人,因此常常会发生争论。无论是阐述自己的观点和看法,还是反驳和说服别人,论证总是少不了的。论证也是一种从前提到结论的过程,因此与推理非常近似,至少包含着推论。因此,推理在人们的交际过程中起着十分重要的作用。

既然推理对于人们的认识和交际活动如此重要,而逻辑又是研究推理的,因此逻辑与人们的认识活动,与人们的交际活动有密切的关系。因此,学习逻辑和研究逻辑对我们是十分有益的。举一个例子:

已知隔壁一间屋子里有三个人。

甲说:屋里所有人都是老师。

乙说:屋里有一个人是老师。

现在问 甲乙谁说得对?

回答这个问题至少可以有两个办法。一个办法是请屋里的三个人出示工作证,看他们是不是清华大学某个系的,比如哲学系。这不是逻辑的办

法。从逻辑的角度出发,我们可以说:

设屋里的三个人为 A、B、C。

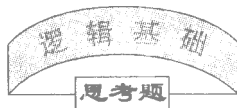
甲说的是对的 当且仅当 A 是教师 ,B 是教师 ,并且 C 是教师。

乙说的是对的 ,只要 A 是教师 ,B 是教师 或者 C 是教师。

这样的回答给出了甲和乙的话的真之条件。值得注意的是,它是以一种推理的方式给出的。

认识活动是由语言表述的,因此语言是人类交际的重要工具。语言学家对语言有深入的研究,给我们提供了对语言的规范的认识,有助于我们规范地使用语言。逻辑不研究语言,而只研究推理的有效性,主要考虑逻辑常项的性质及其相互之间的关系。但是由于逻辑常项是从自然语言中抽象出来的,因此学习逻辑,可以使我们从一个不同的角度看待语言,分析语言,从而获得一种看待语言的新的眼界和视角。

人们的认识反映了人们的思维活动,人们的语言表达反映了人们的认识,因而也反映了人们的思维活动。所以,思维与语言的关系十分密切。这种关系引起人们的极大兴趣,也一直是人们研究的一个热门话题。学习逻辑,无疑有助于我们进一步认识它们之间的关系。



- 1) 什么是有效性?
- 2) 真与有效性有什么区别?
- 3) 什么是推理的形式?
- 4) 这里讲的逻辑与你以前所知道或理解的逻辑有没有什么不同?

第二章 命题逻辑

上一章讲过,逻辑研究推理的有效性。不同种类的逻辑常项反映出不同的推理形式,所以围绕不同种类逻辑常项的研究,就形成不同种类的逻辑。这一章我们集中讲述与命题逻辑相关的推理。

▶▶ 2.1 命题联结词与命题形式

命题逻辑的常项是命题联结词。顾名思义,命题联结词就是联结命题的词。这样的联结词主要有五个:否定词、合取词、析取词、蕴涵词、等值词。命题逻辑的所有讨论都是围绕这五个联结词进行的。

从逻辑的角度看,命题可以分为两类:一类是简单命题,另一类是复合命题。简单命题是不含命题作为自身组成部分的命题。复合命题是通过命题联结词由简单命题构成的命题。也就是说,简单命题不含命题联结词,而复合命题含有命题联结词。命题联结词所联结的命题,即那些构成复合命题的命题,也叫支命题。我们看下面的例子:

- (1) 北京是中国的首都。
- (2) 上海是世界著名的大都市。
- (3) 我喜欢北京。
- (4) 我喜欢上海。
- (5) 北京是中国的首都,并且上海是世界著名的大都市。
- (6) 我喜欢北京,或者我喜欢上海。

(1)至(4)是简单命题。(5)和(6)是复合命题。(5)是通过联结词“并且”而将(1)和(2)联结起来构成的,(6)是通过联结词“或者”而将(3)和(4)

联结起来构成的。也就是说,(1)至(4)这四个简单命题分别是(5)和(6)的支命题。从命题联结词的角度看,简单命题和复合命题的区别直观上是清楚的。

由于命题逻辑主要围绕命题联结词进行考虑,因此复合命题是我们考虑的重点。下面我们分别考虑这5个命题联结词。

合取词

我们用‘并且’表示合取词,这从(5)可以看出来。以“并且”联结的命题叫合取命题。需要注意的是,合取命题表示的是一类命题。在日常表达中与‘并且’相似的表达很多,比如下面的命题:

- (7)毛泽东既是政治家,又是诗人。
- (8)鲁迅不仅是文学家,而且是思想家。
- (9)一边欢呼,一边跳跃。
- (10)李白是著名诗人,杜甫也是著名诗人。
- (11)美国发动了对伊拉克的战争,但没有得到联合国的授权。
- (12)威武不能屈,富贵不能淫,贫贱不能移。
- (13)修身,齐家,治国,平天下。

从这些例子可以看出合取词的一些特点。第一,合取词的日常表达多种多样。如例中的既……又,不仅……而且,一边……一边,也,但,等等。第二,合取联结词的形式不仅不同,如(7)至(11),甚至可以不出现,如(12)和(13)。第三,联结词可以联结两个命题,也可以联结三个命题(如(12))联结四个命题(如(13))等等。这三个特点的共同性是表示并列。因此,这样的命题也叫联言命题。从命题逻辑的角度,我们把它们都表达为“并且”。需要说明的是,日常语言中表示合取命题的形式还有许多,读者可自己参照语法书进行考虑。

析取词

我们用‘或者’表示析取词,这从(6)可以看出来。以“或者”联结的命题叫析取命题。需要注意的是,析取命题表示的也是一类命题。析取命题的日常表达方式不如合取那么多,但是也不止一种。比如下面的命题:

- (14)签字或盖章。
- (15)也许你说得对,也许他说得对。

(16) 要么武松打死老虎, 要么武松被老虎吃掉。

(17) 婚姻状况或是单身, 或是已婚, 或是未婚。

(18) 本店付款方式请用现金、信用卡、储蓄卡或支票。

从这些例子可以看出, 析取命题表达的是选择, 因此也叫选言命题。虽然日常表达的方式是多样的, 但是从命题逻辑的角度, 我们把它们都表达为“或者”。与合取命题相似, 析取词也可以联结三个命题(如 17)、四个命题(如 18), 但是与合取命题不同, 表示析取命题的析取词一般一定要出现。如果不出现, 析取命题和合取命题很容易造成混淆。比如“签字盖章”。这是叫我们既签字又盖章呢, 还是允许我们随意做一项呢? 它显然不如(14)清楚。请思考析取词不出现的析取命题。

蕴涵词

我们用“如果, 那么”表示蕴涵词。以“如果, 那么”联结的命题叫蕴涵命题。同样要注意, 蕴涵命题表示的也是一类命题。前面我们尚未给出表示蕴涵命题的例子。在日常语言中, 属于这一类的表达很多, 比如下面的命题:

(19) 如果 $x > 1$, 那么 $x^2 > 1$ 。

(20) 只有在联合国的框架内, 伊拉克问题才能得到真正的解决。

(21) 学好文化知识, 才能报效祖国。

(22) 若是被非典感染, 就会发烧。

(23) 如果我站在甲板上, 我是会看到的。

(24) 假如你化作辰星毅然离去, 我也永远守在你的身边。

(25) 违者罚款。

(26) 不入虎穴, 焉得虎子。

从这些例子可以看出, 蕴涵命题表达的情况比较复杂。首先, 它的内容具有多样性。比如, 它可以表示原因和结果的关系(如 22), 也可以表示条件和后果的关系, 如(20)、(21)、(22), 还可以表示虚拟语气, 如(23)、(24)。其次, 它在表达方式上也是多种多样的。既可以有与蕴涵词一样的“如果, 那么”(如 19), 或与之相似的“如果”(如 23), 也可以有其他一些类似的联结词, 如“若是, 就”, “只有, 才”, “……才能……”。除了这里给出的联结词外, 还有许多联结词都可以表示这样的意思, 比如“一(旦),

就”；倘若，则(就)”；要是，就”；当，就”等等。而且，还可以有不出现明显的联结词的情况，如(25)、(26)。我们把这一类命题都称为蕴涵命题。对于这一类命题都用“如果，那么”表示。过去人们认为，这类命题最主要的特征是表达了一个命题对另一个命题起着原因、条件等等作用，因此也把它们叫做假言命题、条件命题。

否定词

我们用‘并非’表示否定词。以‘并非’联结的命题叫否定命题。(26)已经出现了这样的命题，它的前一个命题明显是否定命题，后一个命题虽然不明显，但也是否定的，意思是说：“得不到虎子”。下面我们再看几个例子：

(27) 并非闪光的东西都是金子。

(28) 贾宝玉不爱薛宝钗。

(29) 我不是不想去。

从这些例子可以看出，否定命题相当于日常语言中含有否定表达的句子。(27)表达的是对‘闪光的东西都是金子’的否定，(28)表达的是对‘贾宝玉爱薛宝钗’的否定，(29)表达的是对‘我想去’的双重否定。

等值词

我们用“当且仅当”表示等值词。以“当且仅当”联结的命题叫等值命题。与前几类命题不同，这类命题一般在科学中使用，比如：

(30) 一个三角形是等边的 当且仅当 它是等角的。

这是数学中的例子。它的意思是说：如果三角形是等边的，那么它是等角的，并且，只有它是等边的，它才是等角的。由此可见，一个等值命题的意思相当于两个蕴涵命题的合取。其实，从等值词“当且仅当”的字面上也可以看出来，它是由一个表示合取的‘且’联结两个表示蕴涵的‘当’构成的。因此它的意思是清楚的。但是，这样的等值词在日常表达中很少使用。

在日常语言中，我们会看到如下的表达：

(31) 人不犯我 我不犯人；人若犯我 我必犯人。

这样的表达一般被看做是“我犯人当且仅当人犯我”，即表达了在什么情况下‘我犯人’，因此被看做表达了等值式。但是，在这样的表达中，我们看不到‘当且仅当’这一等值词，只是看到两个蕴涵命题的合取，而且我们看到的蕴涵命题中含有否定命题。不过，日常语言中也有与等值词相近的表达，

这就是“也就是说”。这一短语常常出现在一句话的后面，带出一句话，以此解释前一句话。在这种情况下，后一句话与前一句话往往是等值式。比如：

(32) 如果你去，我就不去。也就是说，或者你不去，或者我不去。这里，“或者你不去，或者我不去”与“如果你去，我就不去”的意思差不多是一样的。

应该注意，等值词是由其他命题联结词构成的。这与其他命题联结词形成显著区别。

以上我们讲述了简单命题和复合命题的区别，还介绍了五个命题联结词及其相应的日常表达。我们说过，这五个联结词是命题逻辑所主要考虑的东西，也叫逻辑常项。与此相对应，它们所联结的命题叫变元。如果我们以 p, q, r, s 等小写字母表示命题变元，用上述联结词把它们联结起来，就得到相应的命题形式：

否定式：并非 p

合取式： p 并且 q

析取式： p 或者 q

蕴涵式：如果 p ，那么 q

等值式： p 等值 q

我们也可以使用符号 $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ 分别表示这五个命题联结词，这样就得到以下纯形式的表达：

否定式： $\neg p$

合取式： $p \wedge q$

析取式： $p \vee q$

蕴涵式： $p \rightarrow q$

等值式： $p \leftrightarrow q$

值得注意的是，否定式与其他几种命题形式有一个明显区别：否定式是由否定词加一个命题变元构成的，而其他命题形式是由命题联结词加两个命题变元构成的。这一区别是重要的。

以上我们介绍了五个命题联结词以及由它们构成的命题的基本形式。我们也知道了一些与它们相应的日常表达方式。因此我们可以从逻辑的角

度出发来看待和分析日常表达,从中区分出这几类命题形式。这样我们就有了一种不同于单纯的语法分析的能力。但是,仅仅能够进行这样的分析是不够的。我们既然把它们称为逻辑联结词,就应该确切地说明这些联结词具有什么样的涵义和性质,以此说明它们与日常语言有什么根本性的区别。特别是我们始终应该明确,对命题形式的分析只是手段,最终的目还是要说明推理的有效性。

▶▶ 2.2 真值形式:否定词、合取词、析取词

命题逻辑考虑问题的出发点与日常语言不同,主要是从真假的角度出发,因此只取真假两个值进行考虑。真和假这两个值叫真值,所以命题逻辑也叫真值逻辑。由于命题逻辑具有这样的特征,因此命题联结词的涵义是从真假的角度定义的。简单地说,命题联结词的涵义就是支命题的真假和它们所构成的复合命题的真假之间的关系,这样的关系被称为真值函数。下面我们分别定义上述五个命题联结词并说明它们与日常表达的区别。为了更直观,我们借助真值表一起进行说明。真值表是一种图表,可以系统显示一个命题是真的或假的真值条件。在以下表述中,分别以阿拉伯数字“1”和“0”表示“真”和“假”。

否定词

对任何命题 p ,如果 p 是真的那么 $\neg p$ 是假的,如果 p 是假的,那么 $\neg p$ 是真的。

用真值表表示如下:

p	$\neg p$
1	0
0	1

这里的说明直观清楚。如果说 p ,就不能说 $\neg p$,如果说 $\neg p$,就不能说 p ,因为 p 和 $\neg p$ 不可同真。如果既说 p ,又说 $\neg p$,就产生矛盾。比如下面的例子:

(1) 梅兰芳是著名京剧表演艺术家。

(2) 梅兰芳不是著名京剧表演艺术家。

这两个命题不可能都是真的。应该说,否定词的涵义非常直观,不会有什么理解的问题。但是必须注意,否定词在日常表达中并非总是清晰的。比如下面的例子:

(3) 有人长寿。

(4) 有人不长寿。

(5) 资本主义国家都是实行计划经济的。

(6) 资本主义国家不都是实行计划经济的。

(7) 资本主义国家都不是实行计划经济的。

从字面上看,(4)是(3)的否定,但是却不是它的真值否定,因为这两个命题不能都是假的,却可以都是真的;(6)和(7)都是(5)的否定,但是(6)和(7)的意思却是不同的。(6)是(5)的真值否定,而(7)却不是(5)的真值否定。对这里的问题的具体分析涉及简单命题的内部结构,特别是涉及量词,需要借助下一章的理论,因此这里不做具体说明。不过,由此却可以看出,在日常表达中,一旦涉及否定,有时候仅仅从命题逻辑的角度来考虑是不够的。

合取词

对任何命题 p 和 q , ' $p \wedge q$ ' 是真的当且仅当 p 和 q 都是真的。否则, ' $p \wedge q$ ' 就是假的。

用真值表表示如下:

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

合取词的性质从这里的说明可以看得非常清楚。它的意思是说,只要有一个支命题是假的,整个合取命题就是假的。合取词的涵义也比较直观,没有什么理解的问题。需要注意的是,它与日常表达的涵义是有区别的。根据真值表,重要的是两个支命题的真值,而不是它们的位置,也就是说交换它们的位置,整个命题的真值不变,即 $p \wedge q$ 等于 $q \wedge p$ 。后面我们还将看

到,这是命题逻辑的一条推理规则。但是在日常表达中,有时候却不能这样。我们看下面的例子:

(8)他们结了婚,并且有了孩子。

(9)他们有了孩子,并且结了婚。

(10)电脑技能和驾驶执照是求职的基本条件。

(11)金环和银环是姐妹。

在前两个例子中,联结词“并且”表示了一种时间顺序的涵义。(8)的意思是先结婚,后有孩子,而(9)的意思是先有孩子后结婚。二者的意思是不同的,表达了伦理道德方面的差异。(9)所表达的涵义在一些西方国家中是可以接受的。比如德国著名网球运动员格拉芙怀孕9个月与美国著名网球运动员阿加西举行了婚礼,成为美谈。但是在大多数国家,尤其是在东方国家,这是不能接受的。类似的表达还有许多,比如常说的“屡战屡败”和“屡败屡战”表示了两种完全不同的将军形象。但是,这样的区别不是真值方面的区别。

在后两个例子中,合取词显示出另一种区别。从字面上看,(10)和(11)都是合取命题,不同的是合取词所联结的主语。但是从真值的角度看,(10)是一个合取命题,表达的是“电脑技能是求职的基本条件并且驾驶执照是求职的基本条件”,而(11)却不是一个合取命题,因为不能说“金环是姐妹并且银环是姐妹”。

析取词

对任何命题 p 和 q ，“ $p \vee q$ ”是真的,当且仅当 p 和 q 中至少有一个是真的。

用真值表表示如下:

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

从真值表来看，析取词与合取词具有对偶性。只有两个支命题都是假的，整个析取式才是假的，而在其他三种情况，整个析取命题都是真的。

从上一节可以看出，与析取词相应的日常表达不如合取词那么多，好像比较简单。但是从真值的角度看，析取词与其相应的日常表达有一个十分重要的区别。在日常表达中，“要么，要么”比“或者”的表达似乎更强一些，似乎有二者必居其一的涵义。比如上一节的(16)，它表明，武松打死老虎和武松被老虎吃掉，只能有一种选择。因此也有人把用“或者”表达的析取叫做相容析取，把用“要么”表达的析取叫做“不相容析取”，用“ Δ ”表示，并做出如下说明：

对任何命题 p 和 q ， $p\Delta q$ 是真的当且仅当 p 和 q 恰好有一个是真的。

用真值表表示如下：

p	q	$p\Delta q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

这里有几点需要说明一下。第一，日常语言中“要么”和“或者”的使用可能确实有区别，前者的选择性表达可能确实比“或者”强。但是即使仅从选择的角度考虑，“要么”是不是只有两种可能，却往往是值得怀疑的。以(16)为例，除了那两种选择外，至少还有一种两败俱伤的可能，即“武松既没有打死老虎，武松也没有被老虎吃掉”。因此，人为的规定“要么，要么”表达了“不相容析取”与日常表达实际上也是有差距的。

第二，从上述说明和真值表来看，不相容析取是清楚的，没有什么问题，与直观也比较接近。但是，这里仅仅涉及两个支命题。如果涉及多个支命题，比如有三个支命题 p 、 q 、 r ，就会出现这个问题。在这种情况下，析取词的涵义依然不变，即只要有一个支命题是真的， $p\vee q\vee r$ 就是真的。它的真值表显示出同样的结果，而且这与直观仍然比较接近。但是 $p\Delta q\Delta r$ 却是有问题

的。因为从直观上看,它要求这三个支命题中只能有一个是真的,而从它的真值表来看,虽然它在只有一个支命题为真的情况下是真的,但是它在三个支命题为真的情况下也是真的。这样,它的真值表有没有问题或有什么样的问题固然可以讨论,但是这样的表达与直观相去太远。命题联结词的真值表达仅从真假出发,因此与日常表达是有差距的。但是这种差距不能大到令人无法接受。在讲完真值表方法以后,读者可以自己划表检验这里的问题。

第三,“二者必居其一”的意思是“并非二者都是”。根据这一解释,不相容析取“要么 p , 要么 q ”所表达的涵义实际上相当于

p 或者 q , 并且并非“ p 并且 q ”。

即它相当于一个析取式和一个否定的合取式。因此,即使接受不相容析取的解释,用已有的方法也可以表达它,即把它表达为: $(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$ 。读者有兴趣可以自己画真值表检验一下结果。

因此,本书只考虑析取词,不考虑“不相容析取词”。

►► 2.3 真值形式:蕴涵词、等值词

在命题联结词中,与推理联系最密切的是蕴涵词,因此从逻辑的角度看,蕴涵词最为重要。在日常语言中,与蕴涵词相应的表达也最复杂。所以蕴涵词值得我们予以重视。

蕴涵词

对任何命题 p 和 q , $p \rightarrow q$ 是真的当且仅当不能 p 是真的而 q 是假的。

用真值表表示如下:

p	q	$p \rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1