

北京市高等教育精品教材建设立项项目  
北京大学哲学教材系列

# 逻辑哲学

陈 波 著

图书在版编目(CIP)数据

逻辑哲学 陈波著 北京: 北京大学出版社, 2005  
(博雅大学堂·哲学)

陈波著 逻辑哲学 陈波

I 陈... II 陈... III 逻辑哲学 IV 陈波著

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第 000000 号

书 名: 逻辑哲学

著作责任者: 陈 波 著

特约编辑: 贾红雨

责任编辑: 王立刚

标准书号: 陈波著 逻辑哲学 陈波

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 000000 号 000000

网 址: 陈波著 逻辑哲学 陈波 电子信箱: 陈波著 逻辑哲学 陈波

电 话: 邮购部 000000 发行部 000000 编辑部 000000

排 版 者: 北京军峰公司

印 刷 者:

经 销 者: 新华书店

陈波著 逻辑哲学 000000 开本 000000 印张 000000 千字

000000 年 00 月第 00 版 000000 年 00 月第 00 次印刷

定 价: 00.00 元

未经许可, 不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有, 翻版必究

# 目 录

## 序 言 轶

### 第一编 演绎及其证成

#### 第一章 变异逻辑的挑战 轶

##### 本章提要 轶

##### 第一节 经典逻辑的一个形式系统 轶

##### 第二节 什么是扩充逻辑和变异逻辑？ 轶

##### 第三节 变异逻辑是否与经典逻辑相冲突？ 轶

##### 第四节 正确的逻辑是一种还是多种？ 轶

##### 思考题 轶

##### 推荐阅读文献 轶

#### 第二章 逻辑后承 轶

##### 本章提要 轶

##### 第一节 推理、后承关系和蕴涵 轶

##### 第二节 保真性 轶

##### 第三节 必然性 轶

##### 第四节 相干性和独立性 轶

##### 第五节 普遍性和简单性 轶

##### 思考题 轶

##### 推荐阅读文献 轶

#### 第三章 演绎的证成 轶

##### 本章提要 轶

##### 第一节 绝对主义逻辑观面临的挑战 轶

##### 第二节 可靠性、完全性与逻辑系统的证成 轶

##### 第三节 逻辑与经验的间接联系 轶

##### 第四节 逻辑真理的相对必然性 轶

##### 第五节 逻辑在原则上是可修正的 轶

思考题 转范

推荐阅读文献 转范

## 第二编 真理与悖论

### 第四章 逻辑真理 转范

本章提要 转范

第一节 塔斯基关于真的语义定义 转范

第二节 经典逻辑中的逻辑真 转范

第三节 哲学逻辑中的逻辑真 转范

第四节 逻辑真理的哲学性质 转范

第五节 没有思维基本规律吗？ 转范

思考题 转范

推荐阅读文献 转范

### 第五章 逻辑悖论 转范

本章提要 转范

第一节 悖论的特征和关于解悖方案的要求 转范

第二节 语形悖论及其主要解决方案 转范

第三节 语义悖论及其主要解决方案 转范

第四节 关于悖论产生原因的分析 转范

第五节 关于悖论研究的一些思考 转范

思考题 转范

推荐阅读文献 转范

## 第三编 意义与指称

### 第六章 逻辑学中的意义理论 转范

本章提要 转范

第一节 观念论、心理主义和反心理主义 转范

第二节 指称论、真值条件论和外延逻辑 转范

第三节 精致的指称论和内涵逻辑 转范

第四节 使用论和自然语言逻辑 转范

思考题 转范

推荐阅读文献 转范

## 第七章 摹状词 转译

### 本章提要 转译

#### 第一节 罗素的理论 转译

#### 第二节 斯特劳森的观点 转译

#### 第三节 唐奈兰的观点 转译

#### 第四节 克里普克的观点 转译

#### 第五节 简要的评论 转译

#### 思考题 转译

#### 推荐阅读文献 转译

## 第八章 专名和通名 转译

### 本章提要 转译

#### 第一节 描述理论 转译

#### 第二节 因果历史理论 转译

#### 第三节 描述理论已经被驳倒了么？ 转译

#### 第四节 一种经过修正和改造的描述理论 转译

#### 思考题 转译

#### 推荐阅读文献 转译

## 第九章 命题和言语行为 转译

### 本章提要 转译

#### 第一节 什么是命题？ 转译

#### 第二节 命题是否作为意义实体而存在？ 转译

#### 第三节 命题的真假：符合、融贯和冗余 转译

#### 第四节 “说话就是做事”：言语行为理论 转译

#### 第五节 简要的评论 转译

#### 思考题 转译

#### 推荐阅读文献 转译

## 第十章 主词和谓词 转译

### 本章提要 转译

#### 第一节 实体—属性理论 转译

#### 第二节 个别—一般理论 转译

#### 第三节 外延理论、内涵理论 转译

#### 第四节 同一理论、扩大理论 转译

#### 第五节 相似理论、语用理论 转译

第六节 个体词、谓词和量化命题 辑缘

第七节 简要的评论 辑缘

思考题 辑范

推荐阅读文献 辑范

## 第四编 存在、量化和本体论

### 第十一章 逻辑和本体论 辑缘

本章提要 辑缘

第一节 量词和本体论承诺 辑缘

第二节 “是”的存在含义与关于“存在”谓词的  
论战 辑怨

第三节 逻辑中的唯名论和柏拉图主义 辑缘

第四节 存在的三个层次或类型 辑怨

思考题 辑员

推荐阅读文献 辑员

### 第十二章 模态逻辑和可能世界 辑源

本章提要 辑源

第一节 模态逻辑和可能世界语义学 辑源

第二节 有关模态逻辑的问题 辑员

第三节 有关可能世界的问题 辑怨

第四节 跨界同一性和跨界识别 辑缘

思考题 辑怨

推荐阅读文献 辑源

## 第五编 归纳逻辑和休谟问题

### 第十三章 归纳的证成 辑缘

本章提要 辑缘

第一节 休谟问题及其影响 辑缘

第二节 金岳霖的归纳证成方案 辑怨

第三节 归纳问题在逻辑上无解 辑源

第四节 归纳的实践必然性 辑怨

第五节 一个全面的归纳逻辑研究纲领 辑员

思考题 辑猿

推荐阅读文献 轶源

参考文献 轶缘

人名中英文对照表 轶员

术语索引 轶源

## 序 言

1981—1983年硕士研究生期间,我读了苏珊·哈克的《逻辑哲学》一书,印象深刻。此后,我开始注意逻辑哲学,搜集有关文献资料,并慢慢地开始了自己的独立研究。1985年,人民出版社出版了我的第一本专著——《逻辑哲学引论》,由于多种原因,它实际上是一本未写完的书。上世纪末,应中国人民大学出版社邀请,我为该社“21世纪哲学系列教材”撰写了《逻辑哲学导论》(1998年出版),此书可以看作是先前出版的《逻辑哲学引论》的扩大重写本,共有150万多字,人民大学出版社编辑嫌其长,要我删掉了10万多字。后来,台湾唐山出版社有意出版此书,我遂补上原来删掉的部分,并对原书的有些部分进行了小幅改写,特别是纠正了一些错讹,加上了人名及术语索引,近150万字。早在1986年夏天,我在美国迈阿密大学作访问研究期间就看了该书校样,但该出版社一拖再拖,直到1993年10月才正式出版。早在1982年,我应北京大学出版社之邀,答应为该社出版的“北京大学哲学教材系列”撰写一本《逻辑哲学》,并签定了约稿合同,由于不好处理与人大版的关系,一直拖了近五年时间才完成本书。可以负责任地说,摆在读者面前的是一本新书,“新”主要体现在两个方面:(1)全书的体例结构是新的,如全书分为五编:“演绎及其证成”、“真理与悖论”、“意义与指称”、“存在、量化和本体论”以及“休谟问题与归纳逻辑”,共十三章;每一章前面有“内容提要”,后面有“思考题”和“推荐阅读文献”;(2)与人大版相比,去掉了一些章节,新写了一些章节,并对其他各章的内容作了重大且重要的改写。所有这些都是颇费精力的,其中包括对原有文献的仔细重读,对新文献资料的大量检索和研读,对先前观点的重新检讨和重新修正,对新观点的反复斟酌和小心论证,对表述方式的重新选择等等,断断续续花了我近三年的时间。(毋庸讳言,本书中也部分地采纳和利用了个人先前的有关出版物)从本书中,读者可以看到我近几年在逻辑哲学研究上的一些新进展。

本书属于“北京市高等教育精品教材建设立项项目”和“教育部留学回国人员科研启动基金资助项目”,也感谢北京大学教材办公室对本书写作提供的支持。此外,本书第一章“变异逻辑的挑战”和第三章“演绎的证成”,是我于 2015 年 1 月至 2016 年 1 月在美国迈阿密大学哲学系写成的。当时我作为由美国学术团体理事会、国家科学院、社会科学理事会共同资助的访问学者(访问研究员),与国际著名的逻辑哲学专家苏珊·哈克教授(苏珊·哈克)合作研究一年。感谢为我提供经费支持的美国有关机构,也感谢苏珊·哈克教授在学术上提供的帮助与指导。此外,衷心感谢北京大学出版社的耐心等待,以及本书责任编辑王立刚、贾红雨先生高质量的编辑工作及其所付出的辛劳。

张力锋博士撰写了本书第八章第二节中的第二小节“普特南论自然种类词”,我对之作了些许修改和补充。我的博士生冯艳女士帮助编辑了本书索引,在此一并致谢。

陈 波

2016 年 1 月 1 日

北京西郊博雅西园

# 第一编

## 演绎及其证成

# 第一章

## 变异逻辑的挑战

本章提要 经典逻辑是由弗雷格、皮尔士、罗素等人创立的现代逻辑系统,由统一的命题演算和谓词演算构成,建立在下述假定或预设之上:外延原则,二值原则,存在假定,实无穷假定,由假得全原则,等等。变异逻辑是由抛弃或否定经典逻辑的某些假定或预设而创立的逻辑系统,它们至少在某些定理上与经典逻辑不一致,即是说,它们有经典逻辑所没有的定理,没有经典逻辑所有的某些定理。变异逻辑常常包含逻辑常项在意义方面的改变,但这种改变并不妨碍在变异逻辑和经典逻辑之间存在真正的冲突和竞争。关于逻辑,可以区分出工具论、一元论和多元论等立场,本书作者主张多元论与温和工具论的结合。

### 第一节 经典逻辑的一个形式系统

本节旨在为本书以后各章节的讨论搭建一个技术性平台。

经典逻辑是指由弗雷格(1878-1935)、皮尔士(1839-1914)、罗素(1872-1970)等人创立的现代逻辑系统,由统一的命题演算和谓词演算构成,叫做“一阶逻辑”,其特点是使用特制的人工符号语言,运用公理化、形式化的方法。与后来出现的各种逻辑系统相比,经典逻辑至少含有下述假定或预设:

(外) 外延原则,即它在处理语词、语句时,只考虑它们的外延,并认为语词的外延是它所指称的对象,语句的外延是它所具有的真值,如果在某一复合语句中用具有同样指称但涵义不同的语词或语句去替换另一语词或子语句,该复合语句的真值保持不变。这就是著名的“外延论题”。与此相联系,一阶逻辑是建立在实质蕴涵之上的逻辑。所谓实质蕴涵,就是把一条件句

的真假看作它的各构成句的真值函项。具体来说,条件句“如果 责则 择为真,当且仅当并非 责真而 择假,这就是说,除开 责真 择假的情况下该条件句为假之外,在其他情况——责真 择真、责假 择假、责假 择真——之下,它都是真的。

(圆) 二值原则,即任一命题或真或假,非真即假,非假即真;没有任何命题不具有真假值,也没有任何命题具有除真假之外的其他值。这就是说,在一阶逻辑中不存在真值空白或真值间隙。顺便指出,二值原则是古典的矛盾律和排中律的结合,后两者一起刻画了传统的真概念。二值原则、矛盾律、排中律是所有二值逻辑系统所依据的元规则,而不仅仅是这些系统的一个内定理。例如,“责/¬责本身并不就是排中律,它仅仅是排中律在命题演算中的一个表现形式。排中律在其他二值逻辑中还有另外的表现形式,例如在谓词演算中是“( $\forall x(\varphi/x) \vee \neg \forall x(\varphi/x)$ ”,在模态逻辑中是“ $\Box \varphi \vee \neg \Box \varphi$ ”。所以,我们不能把作为所有二值系统的元规则的二值原则、矛盾律、排中律与作为二值系统内定理的矛盾律、排中律相混淆,后面的称呼纯粹是为了方便。塔斯基(~~塔斯基~~)早已指出这一点:“从我们的定义(指形式化语言中的真定义——引者)中可以推演出各种普遍性的定律。尤其可以借助于定义证明矛盾律和排中律——它们完全足以表达亚里士多德真理概念的特征,即我们能够证明在两个互相矛盾的语句中有一个且仅有一个是真的。不要将这些语义学定律与那些与其相关的逻辑规律即矛盾律和排中律看作是同一的。后者属于语句演算,也就是逻辑的最基本部分,其中根本不包含‘真的’这个词项。”<sup>[1]</sup>

(猿) 存在假定,即它的个体域非空,量词毫无例外地具有存在含义,并且单称词项总是指称个体域中的某个个体。如果语句和论证中出现了无所指的空词项,则人为地给它们指定外延:空集合。这是为了确保经典逻辑中的语句有且仅有一个真值,或者真或者假。

(源) 由假得全原则,指经典逻辑中这样的—一个定理: $\varphi \wedge \neg \varphi \rightarrow \psi$ ,意思是从逻辑矛盾推出任一命题。这个原则有时也被称为“扩展律”:不一致性可以扩展到一个理论中的每一个句子。通常,我们把一个句子集的逻辑封闭集(~~逻辑封闭集~~)定义为从这个句子集逻辑地推出的所有句子的集合,并且称任何一个逻辑封闭的句子集为一个理论。因此,一个理论包含它的所有逻辑后承。如果一个理论不同时包含一个句子和该句子的否定,我们就说该理论是一致的,如果一个理论包含每一个句子,我们就说它是不足道的(~~不一致~~)。从由假得全原则可知:任何一个不一致的理论都是不足道的。

(缘 采用实无穷抽象法,即把无穷当作已经完成的一个整体,而不只是一个潜在的无穷延伸的过程,于是在经典逻辑中就可以研究本质上是非构造性的对象。

下面给出经典逻辑的一个形式系统 运构成如下:

蕴一阶语言 蕴

(员) 字母表

- ① 个体变项 :曾赠扎...
- ② 个体常项(可能空) 葬遭糟...
- ③ 谓词符号 :云(蚤,灶)员。
- ④ 函数符号(可能空) :枣(蚤灶)员。
- ⑤ 联结词 :  $\neg, \rightarrow$ 。
- ⑥ 量词 :  $\forall$ 。
- ⑦ 辅助性符号 : ( , )。

这里 联结词和量词构成 蕴的逻辑符号,而个体变项、个体常项、谓词符号、函数符号一起构成 蕴的非逻辑符号,其中云和枣分别表示第蚤个灶元谓词符号和第蚤个灶元函数符号。

(圆) 形成规则

① 项的形成规则

葬援个体变项和个体常项是项;

遭致如果枣是 蕴的函数符号,并且 贼... 贼是 蕴的项,则 枣(贼... 贼)也是 蕴的项。

糟致 蕴的项仅由(员)和(圆)生成。

② 合式公式的形成规则

葬援如果云是 蕴的谓词符号,并且 贼... 贼是 蕴的项,则云(贼... 贼)是 蕴的公式。

遭致如果粤月是公式,则(  $\neg$ 粤)(粤 $\rightarrow$ 月)是公式。

糟致如果粤是公式,则( $\forall$ 曾粤)也是公式。

遣致公式仅由(员)一(猿)生成。

项(贼... 贼)相当于一个语言中的词,合式公式(憎遭遭枣... 枣(贼... 贼))简称“公式”相当于一语言中的句子,前面带量词的叫量化公式。在量化公式中,量词后面的最短合式公式叫做该量词的辖域。处在量词辖域内的一切与量词里的变项相同的变项都被此量词所约束,叫做约束变项,而不在任何

量词的辖域内,或虽在某量词的辖域内但与该量词内的变项不同的变项,则不为该量词所约束,叫做自由变项。含有一个或多个自由变项的量化公式叫做开公式,不含任何自由变项的量化公式叫做闭公式。经解释后,闭公式是有确定的真假的语句。

需要指出的是,上述字母表中所引入的联结词  $\neg, \rightarrow$  以及量词  $\forall$  是功能完备的,足以表达一切一阶语言的句子。但是,若通过定义在一阶语言中引入联结词  $\wedge, \vee, \leftrightarrow$  以及量词  $\exists$  将更为方便。

(猿 定义

- ①  $(\forall x \varphi) \leftrightarrow (\neg \exists x \neg \varphi)$
- ②  $(\forall x (\varphi \wedge \psi)) \leftrightarrow (\forall x \varphi) \wedge (\forall x \psi)$
- ③  $(\forall x (\varphi \rightarrow \psi)) \leftrightarrow (\forall x \varphi) \rightarrow (\forall x \psi)$
- ④  $(\exists x \varphi) \leftrightarrow \neg (\forall x \neg \varphi)$

猿 演译装置

一阶逻辑系统  $\mathcal{L}$  的演译装置包括两部分:一是作为演译出发点的公理,二是指导演译如何进行的变形规则。

(源 公理

- 源<sub>1</sub>  $\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \varphi)$ 。
- 源<sub>2</sub>  $(\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \chi)) \rightarrow ((\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \chi))$ 。
- 源<sub>3</sub>  $(\neg \psi \rightarrow \neg \varphi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi)$ 。
- 源<sub>4</sub>  $\varphi \rightarrow (\forall x \varphi)$  如果  $x$  不在  $\varphi$  中自由出现。
- 源<sub>5</sub>  $(\forall x \varphi) \rightarrow \varphi$  如果  $x$  对  $\varphi$  曾代入自由。
- 源<sub>6</sub>  $(\forall x (\varphi \rightarrow \psi)) \rightarrow (\varphi \rightarrow (\forall x \psi))$  如果  $x$  不在  $\varphi$  中自由出现。

(缘 变形规则

- 分离规则(猿<sub>1</sub>):从  $\varphi$  和  $\varphi \rightarrow \psi$  推出  $\psi$ ;
- 概括规则(猿<sub>2</sub>):从  $\varphi$  推出  $(\forall x \varphi)$  其中  $x$  是任意的个体变项。

在  $\mathcal{L}$  中,证明、定理、演译、后承等概念得到了严格的定义:

$\mathcal{L}$  中的一个证明是  $\mathcal{L}$  的一个有穷非空的合式公式序列  $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ , 使得对于每一  $\varphi_i$ ,  $\varphi_i$  或者是  $\mathcal{L}$  的公理, 或者是由序列前面的公式经使用  $\mathcal{L}$  的变形规则而得到。如果公式  $\varphi_n$  是  $\mathcal{L}$  中构成证明的某个序列的最后公式, 则称  $\varphi_n$  是  $\mathcal{L}$  中的定理, 记作  $\vdash_{\mathcal{L}} \varphi_n$ , 该序列则是  $\mathcal{L}$  中关于  $\varphi_n$  的一个证明。

如果  $\Gamma$  是  $\mathcal{L}$  的合式公式集,  $\mathcal{L}$  中  $\Gamma$  的一个演译是一个类似于证明的序列, 所不同的是  $\varphi_1$  可以是  $\Gamma$  中的公式。如果公式  $\varphi_n$  是  $\mathcal{L}$  中构成从  $\Gamma$  的一个演译的某个序列的最后公式, 则称  $\varphi_n$  为  $\mathcal{L}$  中的公式集  $\Gamma$  的一个后承, 记

作  $\Gamma \vdash_{\text{运}} \text{粤}$ , 该序列则是从  $\Gamma$  到  $\text{粤}$  的一个演绎。

例如, 下述公式序列:

- |  |       |
|--|-------|
| ① $(\text{粤} \rightarrow ((\text{粤} \rightarrow \text{粤}) \rightarrow \text{粤}) \rightarrow ((\text{粤} \rightarrow (\text{粤} \rightarrow \text{粤})) \rightarrow (\text{粤} \rightarrow \text{粤})))$ | 粤圆    |
| ② $\text{粤} \rightarrow ((\text{粤} \rightarrow \text{粤}) \rightarrow \text{粤})$  | 粤员    |
| ③ $(\text{粤} \rightarrow (\text{粤} \rightarrow \text{粤})) \rightarrow (\text{粤} \rightarrow \text{粤})$   | ①② 粤孕 |
| ④ $\text{粤} \rightarrow (\text{粤} \rightarrow \text{粤})$   | 粤员    |
| ⑤ $\text{粤} \rightarrow \text{粤}$  | ③④ 粤孕 |

就是 运 中的一个证明, 因为其中的①为公理 粤圆, ②为公理 粤员, ③由①、②经使用分离规则得到, ④为公理 粤员, ⑤由③、④经使用分离规则得到, 每一步都符合 运 中证明的要求。因此,  $\text{粤} \rightarrow \text{粤}$  就是 运 中的定理。

由此可以看出, 运 中的证明完全变成了符号公式之间的变换, 变换只涉及符号的形状, 而丝毫不涉及这些符号的意义。这实际上体现了形式化方法的实质, 完全撇开所使用的符号的意义, 撇开该符号系统所适用的对象范围, 只凭借明确给出的与符号的字形(结构)相关的语法规则构造形式系统, 然后对如此构造的系统进行解释。在如此构造的系统中, 符号与符号的关系得到了最严格、最精确、最充分的刻画。

### 猿 运 的元逻辑

形式系统一经构造完成之后, 本身立刻就成为研究的对象, 成为对象理论。以形式系统为对象的理论称为元理论。如果元理论的对象是逻辑形式系统, 特别是一阶逻辑形式系统, 则称这种元理论为元逻辑。形式系统内所使用的人工符号语言称为对象语言, 这种语言无法刻画形式系统的性质, 而且也不能说明自身的性质。为了完成这种说明和刻画, 就需要一种区别于对象语言的语言, 称为元语言。元语言往往是自然语言加上特定的符号语言, 在元理论研究中就要使用这种语言。元理论是从语法和语义两个角度研究形式系统的性质的, 其中语义研究的关键一步就是对形式系统作出解释, 通常分两步进行: 首先, 为该系统的形式语言指定论域, 并给出形式语言内个体常项、函数符号、谓词符号在该论域中所分别代表的特指个体、函数运算以及性质或关系, 这些结合在一起组成一个结构。然后, 在此结构的基础上再指定个体变项所代表的个体, 这称为指派。一个结构加上结构上的一个指派构成一个完整的语义解释(亦称赋值)。

下面以一阶语言 蕴 的解释为例, 一般地说明结构、指派、满足、解释(赋值)、模型、真、假、逻辑有效等重要的语义学概念。

蕴 的一个结构是一个有序对  $\langle \text{哉}, \text{越} \rangle$ , 跃 其中

(员) 阅是非空集合,称为结构 哉的个体域,记为 渣渣

(圆)  $\tau$ 是定义在 蕴的非逻辑符号集上的一个映射,使得:

- ① 对于 蕴中的个体常项 糟 $\tau$ 指派 阅中的某个特定个体;
- ② 对于 蕴中的 灶元函数符号 枣 $\tau$ 指派 阅上的 灶元运算;
- ③ 对于 蕴中的 灶元谓词符号 云 $\tau$ 指派 阅中个体的性质(当 灶越员时)或个体间的 灶元关系(当 灶跃员时)。

蕴的结构确定之后,蕴的任何一个闭公式就有了确定的意义,并有了确定的真假。但是,对于 蕴的开公式,还需要对其中的自由个体变项作出解释。于是,我们有:

结构 哉上的一个指派是指这样一个映射

$$\rho: \{曾赠扎\dots\} \rightarrow \text{渣渣}$$

即是说,对 蕴中的每一个个体变项  $\rho$ 指派 阅中的某个个体。

然后,把结构 哉和指派  $\rho$ 组合起来,就得到 蕴的一个完整的语义解释:

一个 蕴赋值(亦称解释)是指这样一个有序对  $\sigma$ 越约哉 $\rho$ 跃,其中 哉是一个 蕴结构, $\rho$ 是 哉上的一个指派。

在赋值  $\sigma$ 下,任一 蕴项 赋公式  $\alpha$ 都获得了确定的值,我们用  $\sigma$ (赋和  $\sigma(\alpha)$ 表示 赋  $\alpha$ 在赋值  $\sigma$ 下的值。若用 怎表示非逻辑符号 怎在  $\sigma$ 越约哉 $\rho$ 跃下的值,也就是由 哉中的  $\tau$ 指定给 怎的值,则任一 蕴项 赋在赋值  $\sigma$ 下的值  $\sigma$ (赋可递归定义如下:

- ① 对于 蕴的任一个体变项 曾 $\sigma$ (曾越 $\rho$ (曾。
- ② 对于 蕴的任一个体常项 葬 $\sigma$ (葬越葬 $\tau$ 。
- ③ 对于 蕴中的 枣(赋 $\dots$ , 赋)  $\sigma$ (枣(赋 $\dots$ , 赋)越枣 $\tau$ ( $\sigma$ (赋 $\dots$ ,  $\sigma$ (赋)。

其中 枣是 蕴中的 灶元函数运算, 赋 $\dots$ , 赋是 蕴的任一项, 圣灶跃

由于公式的值是真值,我们用{栽,云}代表真值集,其中 栽代表真,云代表假。于是,任一 蕴公式  $\alpha$ 在赋值  $\sigma$ 下的值  $\sigma(\alpha)$ 可递归定义如下:

- ①  $\sigma$ (云(赋 $\dots$ , 赋)越栽当且仅当 约 $\sigma$ (赋 $\dots$ ,  $\sigma$ (赋)跃 $\in$ (云) $\tau$ ,即是说在 阅中  $\sigma$ (赋 $\dots$ ,  $\sigma$ (赋)具有(云) $\tau$ 关系。
- ②  $\sigma$ (~月)越栽当且仅当  $\sigma$ (月)越云
- ③  $\sigma$ (粤 $\rightarrow$ 月)越栽当且仅当  $\sigma$ (粤)越云或者  $\sigma$ (月)越栽
- ④  $\sigma$ (( $\forall$ 曾粤)越栽当且仅当每一个  $\sigma$ (曾葬), $\sigma$ (曾葬(粤)越栽 这里  $\sigma$ (曾葬定义如下:(员) $\sigma$ (曾葬和  $\sigma$ 有相同的个体域,葬是该个体域中的任何个体;(圆)任给谓词 云 $\sigma$ (曾葬(云)越(云);(猿)任给变元 赠若 曾 $\neq$ 赠则  $\sigma$ (曾葬

(贈越(贈 ;源o(曾葬(曾越葬

在这样的赋值  $\sigma$  之下,  $\mathcal{L}$  的每一公式都具有了确切的含义, 并且具有确定的真值。如果有赋值使一个公式为真, 我们称该公式为可满足的, 如果一公式对于任意结构中的任意指派(即任意赋值)都是真的, 我们称此公式为常真公式, 或永真式, 或普遍有效式。反之, 如果一公式对于任意结构中的任意指派都是假的, 即没有任何赋值使其为真, 则称它为矛盾式, 或永假式, 或不可满足式。显然, 常真公式总是可满足的, 而矛盾式总是不可满足。

于是, 一个形式系统内的公式相对于某些确定的或任意的解释(赋值), 就被区分为(可)可满足的, (不可)不可满足的, (逻辑)逻辑有效的(逻辑有效的公式都可满足)。而一形式系统实际上等同于它的可证公式集。于是, 对于形式系统, 我们可以考虑下述问题: 它的可证公式集是可满足的还是不可满足的? 抑或是逻辑有效的? 如果一形式系统的全部可证公式都是逻辑有效的, 则称该系统是可靠的。反过来, 如果凡逻辑有效的公式都是某一形式系统的可证公式, 则称该形式系统是完全的。既可靠又完全的系统是最令人满意的。已经证明, 一阶逻辑系统  $\mathcal{L}$  就是一个这样的系统。

## 第二节 什么是扩充逻辑和变异逻辑?

在现代逻辑中, 存在着众多的逻辑系统, 除了经典的命题逻辑和谓词逻辑的各种系统外, 还有属于变异逻辑(常项逻辑)和扩充逻辑(谓项逻辑)的那些系统。变异逻辑的系统亦称“择代系统”, 扩充逻辑的系统亦称“扩充系统”。先说扩充逻辑及其系统。

扩充逻辑是在经典逻辑的基础上, 通过引入新的逻辑常项以及与这些常项相关的新的公理和推理规则而构成的系统, 所有的经典逻辑定理都是这些系统的定理, 此外它们还包含许多与新常项有关的定理。例如, 模态逻辑、时态逻辑、道义逻辑、认知逻辑、命令句逻辑等等, 全都是这种意义上的扩充逻辑。可以将其语形地定义如下:

“ $\mathcal{L}$  的合式公式类真包含  $\mathcal{L}$  的合式公式类, 并且  $\mathcal{L}$  的定理或有效推理类真包含  $\mathcal{L}$  的定理或有效推理类,  $\mathcal{L}$  的附加的定理或有效推理全都包含  $\mathcal{L}$  的附加词项的本质出现。在这种情况下,  $\mathcal{L}$  是  $\mathcal{L}$  的扩充。如果  $\mathcal{L}$  是经典逻辑, 则  $\mathcal{L}$  就是一个扩充逻辑。”<sup>[4]</sup>

这里有必要解释一下“词项的本质出现”。这是蒯因(宰援)对谓项逻辑最