

高等学校数学学习辅导教材

GAODENG XUEXIAO SHUXUE XUEXI FUDAO JIAOCAI

高等数学课程过关强化 试卷

高等数学教学研究组 / 组编
滕素珍 韩海山 / 编著

概率论与数理统计

(理工类·本科)

真正的一线教师力作
针对性强 信息超值
考点覆盖率 100%
考试成功率 100%
保你轻松过关得高分

ISBN 7-5611-1888-0



9 787561 118887 >

ISBN 7-5611-1888-0 定价:10.00元

大连理工大学出版社

高等学校数学学习辅导教材

高等数学课程过关强化试卷

概率论与数理统计

(理工类·本科)

高等数学教学研究组 组编

滕素珍 韩海山 编著

大连理工大学出版社

© 大连理工大学出版社 圆用蒙

图书在版编目 (悦孕)数据

高等数学课程过关强化试卷 :概率论与数理统计 (理工类·本科) 蚰滕素珍 韩海山编著 援
大连 :大连理工大学出版社 ,圆用蒙
陈丹岸 陈丹岸 陈丹岸

I 援概... II 援①滕... ②韩... III 援①概率论—高等学校—习题 ②数理统计—高等
学校—习题 IV 援①圆用—源

中国版本图书馆 悦孕数据核字 (圆用蒙第 圆用蒙号

大连理工大学出版社出版

地址 大连市凌水河 邮政编码 :圆用蒙
电话 :圆用蒙 传真 :圆用蒙 邮购 :圆用蒙
陈丹岸 陈丹岸 陈丹岸 陈丹岸 陈丹岸 陈丹岸
大连理工印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸 :圆用蒙 印张 :圆用蒙 字数 :圆用蒙千字
印数 :圆用蒙
圆用蒙年 源月第 员版 圆用蒙年 源月第 员次印刷

责任编辑 :刘 杰 责任校对 :杜 娟
封面设计 :王福刚

定 价 :圆用蒙元

前 言

概率论与数理统计是高等学校理工类、经济类和管理科学类大学生的必修基础课程,也是全国硕士研究生入学统一考试的内容之一(数学一占 30 分),数学三、四占 38 分)。这门课程在自然科学、社会科学、管理科学和经济预测中都有广泛的应用。

概率论与数理统计是研究随机现象的统计规律性,它区别于其他数学课程,因此学生在学习和做题过程中容易碰到思路上的障碍,期末考试不及格率也较高。编写本书的目的就是为了帮助学生在学完这门课程的基础上,通过一遍又一遍地复习书,一套接一套地做题,能较好地掌握这门课程的基本概念、基本原理、基本方法和基本理论,并轻松上考场,静心答试题,以考取高分。

本书编写过程中力求使其内容有较广的覆盖面,较大的题量和适中的难度。各套题有较详细的、标准的解题方法和指导,有些题是一题多解,可引导学生广开思路,尽快进入信心倍增和思路正确地发挥才华的境界。

为了培养学生的数学素质,本书尽量采用规范的概率统计术语和符号。为了提高学生对概率统计学习和做题的兴趣,培养学生分析和解决问题的能力,尽量使一些题目联系实际,这对学生从学校走向社会有一定的启发和帮助。

感谢海军大连舰艇学院的张友贵教授及大连海事大学的杜祖缔教授对本书的指导和建议。有不妥之处,请各位读者指正和帮助。

试卷一

(时间 110~120 分钟)

一、(15 分)

1. 某个城市电话号码由 7 位数字组成, 每个数字可以是 $0, 1, 2, \dots, 9$ 中的任一个数 (但第一个数字不能为 0), 试求某用户的电话号码是由完全不同的数字组成的概率。

2. 设 A, B 为两个随机事件, $P(A) = 0.7, P(A - B) = 0.3$, 求 $P(\overline{AB})$ 。

3. 在 $(0, 1)$ 区间上任取两个数 X, Y , 试求事件 $A = \left\{ XY \leq \frac{2}{3} \right\}$ 的概率。

二、(10 分)

1. 设一批产品中, 一、二、三等品各占 $70\%, 20\%, 10\%$, 从中任取一件, 结果不是三等品, 试求取到的是一等品的概率。

2. 设一盒子中有 5 个不同的硬币, 每一个硬币经抛掷出现字面的概率不同: $p_1 = 0$, $p_2 = \frac{1}{4}$, $p_3 = \frac{1}{2}$, $p_4 = \frac{3}{4}$, $p_5 = 1$ 。

- (1) 任取一个硬币抛掷, 试求出现字面的概率;
- (2) 若将同一硬币再抛掷一次, 试求又出现字面的概率。

三、(20 分)

1. 设随机变量 X 的分布律为

X	0	1	2	3	4	5
p_k	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

试求随机变量 $Y = (X - 2)^2$ 的分布律和分布函数。

2. 设连续型随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} 1+x, & -1 \leq x < 0 \\ 1-x, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

试求方差 $D(3X + 4)$ 。

3. 设连续型随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2+2x-1}, \quad -\infty < x < +\infty$$

试求数学期望 $E[X(X-1)]$ 。

4. 设连续型随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \cos^2 x, & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

对 X 独立重复地观察二次, 试求恰好有一次观察值落在区间 $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ 内的概率。

四、(20 分)

设二维随机变量 (X, Y) 在以 $(0, 1), (1, 0), (1, 1)$ 为顶点的三角形区域 D 上服从均匀分布, 试求:

(1) 随机变量 $Z = X + Y$ 的概率密度函数;

(2) 关于 X 和 Y 的边缘概率密度函数;

(3) 条件概率密度函数 $f_{Y|X}\left(y|x = \frac{2}{3}\right)$;

(4) 方差 $D(X + Y)$ 。

五、(10 分)

设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \beta \alpha x^{\alpha-1} e^{-\beta x^\alpha}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

其中 $\alpha > 0$ 为已知参数, $\beta > 0$ 为未知参数, $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为来自该总体的简单随机样本,

试求 $q(\beta) = \frac{1}{\beta}$ 的极大似然估计量。

六、(10 分)

设一批零件长度 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 从这批零件中随机地抽取 10 件, 测得长度, 计算得样本均值为 $\bar{x} = 50$ mm, 样本标准差为 $s = 1.1$ mm, 给定置信度 $1 - \alpha = 0.90$, 试求总体标准差 σ 的置信区间。 $(P(\chi^2 > \chi^2_{1-\alpha}(n)) = \alpha, \chi^2_{0.05}(9) = 3.325, \chi^2_{0.95}(9) = 16.919)$

七、(15 分)

1. 设总体 $X \sim N(0, 4)$, 其中 $\sigma^2 = 4$, $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是来自该总体的简单随机样本,

$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 表示样本均值, 为使 $E(|\bar{X}|^2) \leq 0.2$, 问 n 至少应取多少?

2. 设 X 和 Y 是两个相互独立的随机变量, 同服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$, 令 $Z_1 = aX - bY, Z_2 = aX + bY$, 其中 a, b 为不等于 0 的常数。试讨论 Z_1 与 Z_2 的相关性和独立性。

试卷二

(时间 110 ~ 120 分钟)

一、(15 分)

1. 设一个小组有 5 个人,且每个人在 12 月中的任何一个月出生是等可能的,试求 5 个人的生日不都在同一个月的概率。

2. 设 A, B 为两个随机事件,且 $P(A) = 0.5, P(B) = 0.6, P(B|A) = 0.8$, 试求 $P(A \cup B)$ 。

3. 在 $(0, 1)$ 区间上任取两个数 X, Y 试求事件 $A = \{X + Y \leq 1.1\}$ 的概率。

二、(10 分)

1. 设 A 与 B 是两个相互独立的随机事件, 已知 $P(\overline{A} \overline{B}) = \frac{1}{16}$, $P(A\overline{B}) = P(\overline{A}B)$, 试求概率 $P(A)$ 。

2. 将两种信息分别编码为 0 和 1 传送出去, 由于随机干扰, 接收有误, 0 被误收为 1 的概率为 0.02, 1 被误收为 0 的概率为 0.01, 在整个传送过程中, 0 与 1 的传送次数比为 7 : 3, 试求当接收到的信息是 0 时, 原发信息也是 0 的概率。

三、(20 分)

1. 设 X 在区间 $[0, 1]$ 上服从均匀分布, 试求 $Y = -2\ln X$ 的分布函数和概率密度函数。

2. 设连续型随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} Ax^2e^{-2x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

试求系数 A 和数学期望 $E(2X - 3)$ 。

3. 设离散型随机变量 X 服从泊松分布 $P(\lambda)$, 已知 $E[(X - 1)(X - 2)] = 1$, 试求参数 λ 。

4. 某仪器装有三只独立工作同型号的电子元件,其寿命(单位:h) X 服从同一指数分布 $e\left(\frac{1}{600}\right)$, 试求在仪器使用的最初 200 h, 至少有一只电子元件损坏的概率。

四、(20 分)

设连续型随机变量 Y 服从指数分布 $e(2)$, 令随机变量

$$X_k = \begin{cases} 0, & \text{若 } Y \leq k \\ 1, & \text{若 } Y > k \end{cases}, \quad k = 1, 2,$$

试求:

- (1) (X_1, X_2) 的联合分布律, 并问 X_1 和 X_2 是否独立?
- (2) $M = \max\{X_1, X_2\}$ 的分布律;
- (3) 数学期望 $E(3X_1^2 - 2X_2)$;
- (4) X_1 和 X_2 的相关系数 ρ 。

五、(10 分)

设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{4}{\sqrt{\pi} \theta^3} x^2 e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^2}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

其中 $\theta > 0$ 为未知参数, $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为来自该总体的简单随机样本, 试求 θ 的极大似然估计量。

六、(10 分)

设袋装食品, 每袋 100 g, 其中维生素 C (V_C) 的含量不得少于 21 mg, 设 V_C 含量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 现抽取 17 袋, 测得每袋 V_C 含量, 计算得样本均值为 $\bar{x} = 20$ mg, 样本标准差 $s = 3.98$ mg, 试问在显著性水平 $\alpha = 0.025$ 下, 该食品的 V_C 含量是否合格? ($P(t > t_{1-\alpha}(n)) = \alpha, t_{0.025}(16) = -2.1199, t_{0.025}(17) = -2.1098$)

七、(15 分)

1. 设 X 和 Y 是两个相互独立的随机变量, 同服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$, 令 $Z_1 = 2X + 3Y, Z_2 = 2X - 3Y$, 试问 Z_1 和 Z_2 是否相互独立。

2. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, 4), X_1, X_2, \dots, X_n$ 是来自该总体的简单随机样本, $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 表示样本均值, 为使 $E(|\bar{X} - \mu|^2) \leq 0.1$, 问 n 至少应取多少?

试卷三

(时间 110 ~ 120 分钟)

一、(15 分)

1. 从 $0, 1, 2, \dots, 9$ 十个数字中任取四个数字, 试求所取的四个数能排成一个四位奇数的概率。

2. 设 A, B 为两个互不相容的随机事件, 且 $P(A) = 0.3, P(A \cup B) = 0.7$, 试求 $P(B)$ 。

3. 甲、乙两人独立的对同一目标射击一次, 命中率分别为 0.6 和 0.5 , 现已知目标被命中, 试求是甲射中的概率。