

逻辑笔记
1913年

概 要

认为旧的记法是错的，一个理由就是从每个命题 p 推出无数的别的命题：非非 p 非非非非 p 等等 是完全不可能的。[参阅 5.43]^①

如果只有包含专名的那些符号是复杂的，那么仅仅包含明显变项的命题就会是简单命题了。那么它们的否定又当如何呢？

一个命题的动词不是“是真的”或“是假的”，而是真的或假的东西必已包含在动词中。[参阅 4.063]

我们只有按照演绎法则进行演绎推论，但是这些法则并不能证明这种演绎是正确的。

人们之所以认为并非所有具有一个以上主目的命题都是关系性的命题，其理由之一是：如果它们是关系性命题，那么，判断和推论的关系必会适用于任意多的事物。

每一似乎是关于复合物的命题都可以分析为一个关于它

^① 此处参阅系指《逻辑哲学论》一书的编号，下同。——译者注

的成分的命题和一个关于完全地摹状此复合物的命题的命题；亦即分析为等于说复合的东西存在的命题。[参阅 2.0210]

认为命题是复合物的名字这个想法使人觉得，凡非专名就是代表关系的符号。因为空间上的复合物^①是仅由事物和关系组成的，而复合物的观念是从空间观念取来的。

把一个命题的一切不可定义的成分转换成变项；那么留下来的就是一个命题的类，它不是命题的总和，而是一个类型。[参阅 3.315]

符号之相似有两种方式。“苏格拉底”和“柏拉图”这两个名字是相似的：它们都是名字。但是在“苏格拉底”和“柏拉图”被引入之前，它们所共有的任何东西都必未被引入。对一主谓形式等等也是如此。因此，事物、命题、主谓形式等等，不是不可定义的东西，就是说，类型不是不可定义的东西。

当我们说 A 判断什么，等等，那么我们就必须提到 A 所判断的整个命题。只提到这个命题的诸成分，是不行的，提到它的诸成分和形式而不是按照适当的次序，也是不行的。这就表明，一个命题如果要被判断，这个命题就必然又在陈述中出现。例如，不论“非 p ”可作什么解释，在这里被否定的是什么这个问题必然具有一种意谓。

要了解一个命题 p 仅仅知道 p 表示“ p 是真的”还不够，

^① 例如，罗素以为每个事实就是一个空间上的复合物。

而必须也知道 $\sim p$ 表示“ p 是假的”。这表明命题具有两极性。

每一分子函项都有一个与之相应的真值表。因此我们可以使用真值表本身而不使用函项。真值表的功用在于使真 (T) 和假 (F) 与每个命题相关联。真假 (TF) 二字是原子命题的两极。于是这个表就使其他的真和假与这些极发生关联。在这个记法中，重要的就是外部的极和原子命题的极的相互关系。因此，非非 p 与 p 是同一个记号。而且我们因此将不会得到两个表示同一个分子函项的记号。

命题的意谓是实际与之对应的事实。

因为原子命题的真假 (TF) 函项是两极的命题，所以我们可以对之作真值运算。这样做的结果，我们就会使两个新的外部的极通过旧的外部的极而与原子命题的极发生关联。

在真— p —假中符号化的事实是：说真在 p 的左边，假在 p 的右边。^① 于是，新的极的相互关系必是可传递的，因而，例如，如果一个新的真极以任何方式即通过任何极与内部的真相关联，那么这个符号并不因此发生改变。因此，通过重复进行一个真值运算，就可能构造出一切可能的真值函项，并且我们因而也可以谈论一切真值函项，正如谈论所有可由重复进行这种真值运算而得到的那些函项一样。

① 这是很随意的，但是我们一旦把真假两极的顺序确定下来，我们自然就必须坚持我们所作的约定。比如说，如果“真 p 假”是说的 p ，那么“假 p 真”则什么也没有说（它并没有说 $\sim p$ ）。但是真—真 p —假—假与真 p —假则是同一个记号（真值函项在这里自动地消失了），因为在这里新的两极与旧的两极一样是跟 p 的同一方面相关联的。问题永远是：与 p 相关联的新的极同旧的极与 p 相关连的方式相比是怎样的？

命名类似标点。函项类似一条线，把一平面上的点划分为左右两边：因此“ p 或非 p ”是无意谓的，因为它并未把平面加以划分。

但是特称命题“ p 或非 p ”虽然是无意谓的，全称命题“对于所有的 p 来说， p 或非 p ”则是有意谓的，因为这并不包含“ p 或非 p ”这个无意义的函项，而是包含“ p 或非 q ”这个函项，正如“对于所有的 x 来说， xRx ”包含函项“ xRy ”一样。

命题是事实与之相关的标尺，但名字则不同。因而才有两极性和意义。正如一支箭矢由于在相同或相反的意义与另一支箭矢发生关系一样，一个事实也是这样与一个命题发生关系的。

一个命题的形式可以下述方式用记号表示之：试考察一下“ xRy ”这个符号。与此形式的符号相应的是名为“ x ”和“ y ”的事物序偶。 x 和 y 彼此处于各种可能的关系中，其中有些处于 R 这种关系，有些则不是。正如我用一个特定的名字把一个个别事物拣选出来，我也利用 R 关系把 x 和 y 这两个点的一切表现方式都拣选出来。我说，如果一个 x 与一个 y 有 R 关系，“ xRy ”这个指号就应当说事实上是真的，否则就是假的。这是意义的一个定义。

在我的理论中， p 与非 p 具有同一意谓，但具有相反意义。事实即是意谓。一种正确的判断理论必使无意义的判断成为不可能的[参阅 5.5422]

认为我们如果知道 p 等值于“ p 是真的”我们就了解了命题 p ，这样说是不完全正确的，因为当二者恰好为真时，情形才会如此。我们要求的是与命题形式相关的形式的等值，即涉及包含在命题形式中的一切不可定义的符号的等值。一个命题的真值函项的意义是它的意义的一个函项。只有未被断言的命题。断言是纯粹心理的东西。在非 p 中， p 与其单独存在时完全相同；这是极其根本的一点。使“ p 和 q ”为真的事实也就是使“ p 或 q ”为真的事实；如果命题只有意谓，那么我们在如此情况下，就应当说，这两个命题是等同的，但是实际上它们的意义是不同的，因为我们通过关于一切 p 和 q 的陈述已经引入了意义。因此，只有在分子命题归于一个概括性符号之下或者接受另一个函项——比如“我相信什么什么”——的情况下，我们才使用它们，因为在这种情况下，意义才参与进来。[参阅 5.2341]

在“ a 判断 p ”中， p 不可能用一个专名来代替。如果我们把“ a 判断 p 是真的和非 p 是假的”加以置换，这是显而易见的。“ a 判断 p ”这个命题是由专名 a ，具有真假两极的命题 p 和 a 之以一定方式与这两极相关联所组成的。这显然不是通常意义上的关系。

真值表表明，和与或是相互依存的，因此我们不可能同时把它们作为不可定义的符号使用。明显变项的情形与分子变项的情形一样，人们对通常的不可定义的符号提出相同的驳难。如果我们考察一下，例如，当 ϕ_x 对所有的 x 都是真的，命题“对所有的 x 来说， ϕ_x ”必然是真的，当 ϕ_x 对有些 x 是假的，则这个命题是假的，那么真值表方法之应用于具有明显变项的命题就变得很清楚了。我们看到，有些和所有同时出现

于适当的具有明显变项的记法中。这个记法是：

对于 $(x)\phi x; a - (x) - . a\phi xb . -(\exists x) - b$ 和
 $(\exists x)\phi x; a -(\exists x) - . a\phi xb . - (x) - b$ 来说

旧的定义现在变成同语反复的了。

在“ aRb ”中起符号作用的不是这个复合物，而是符号 a 与符号 b 有一定的关系这个事实。因此事实是由事实来表征的，或者更正确地说：某物是符号中的事实，这表示某物是世界中的事实。[参阅 3.1432]

判断、命令和提问全都处于同一层面。逻辑所关切的只是未被断言的命题。事实不可能被命名。一个命题不可能出现在其自身中。这是类型论的基本真理。[参阅 3.332]

凡对一事物说某种不可定义的东西的命题都是一主谓命题等等。

因此，如果我们知道一个命题只包含一名字和一形式，等等，我们就可认出这是一个主谓式命题。由此就得到了类型的构造。因此一个命题的类型可仅由其符号被认出来。

在一个正确的具有明显变项的记法中，重要的是：(1)它必须提到命题的类型，(2)它必须指出这种类型的命题中哪些构件是常项。

[形式和成分是构件。]

以 $(\phi) \cdot \phi! x$ 为例。如果我们描述 ϕ 所代表的这类符

号，根据上述这类符号足以决定类型，那么这个摹状就不可能自动地适合“ $(\phi) \cdot \phi! x$ ”，因为它包含“ $\phi! x$ ”而且这个摹状是要描述 $\phi! x$ 这类记号所表征的一切。如果这个摹状是如此之完全，那么就不会出现恶性循环，正像不会出现例如 $(\phi) \cdot (x)\phi$ 其中 $(x)\phi$ 是一主谓式命题) 那样。

第一手稿

有两类不可定义的符号：名字和形式。命题不可能仅由名字构成；它们不能是名字的集合。一个名字不仅可能在两个不同的命题中出现，而且可能以同一方式在两个命题中出现。

(命题是关于事实的符号，其本身也是事实：这个墨水瓶在这张桌子上，可能表示我坐在这把椅子上。) [参阅 2.141 和 3.14]

用同一个名字而以两种不同的指称方法指称两个对象，决不能表达它们的共同特征，因为名字既然是任意的，我们就可以选择不同的名字，那么这些指称的共同因素在哪里呢？然而，人们在碰到困难时却总想以各种不同的指称方法为通逃藪。[参阅 3.322]

弗雷格说：“命题是名字。”罗素说：“命题对应于复合物。”二者都是错的。“命题是复合物的名字”的说法则尤为错误。[参阅 3.143]

人们很容易设想，只有包含对象名字的符号才是复杂的，因而“ $(x, \phi)\phi x$ ”或“ $(\exists x, y)xRy$ ”必是简单的。因此把前

者叫做形式的名字，把后者叫做关系的名字，乃是自然的。但是在这种情形下，例如，“ $\sim(\exists x, y) xRy$ ”的意谓是什么呢？我们能把“不”放在名字之前吗？

“ \sim 苏格拉底”之所以无所意谓，其原因在于“ $\sim x$ ”并不表示 x 的属性。

有正的事实和负的事实：如果命题“这朵蔷薇不是红的”是真的，那么其所指就是负的事实。但是，除非我们知道命题“这朵蔷薇是红的（当其为真时）”的所指是正的事实，“不”这个词的出现就并不指明这一点。只有从否定和被否定的命题这二者出发，我们才能对这整个命题的指称的特点作出推断。（这里我们不是谈论对普遍命题即包含明显变项的命题的否定。负的事实只证明原子命题的否定是正确的。）

有正的事实和负的事实，但没有真的事实和假的事实。

如果我们忽视了命题具有意义而意义是独立于命题的真或假的这一事实，那么就容易把真和假看做是指号及其所指间的两种同样正确的关系。（例如，我们就可以说，“ q ”是以真的方式指称“非 q ”以假的方式所指称的东西。）但是，事实上真和假不是同样正确的吗？只要我们知道假命题是虚假地进行意指的，我们不是可以用假命题正如迄今一直用真命题一样表达自己吗？否！因为当我们在一个命题中对之作出断定时，此命题才是真的；因此，如果我们以“ q ”意指“非 q ”，而且就是我们意欲断定的那样，那么在这个新的解释中，“ q ”实际上是真的而非假的。 [4.061-2] 但是，重要的是，我们可以“ q ”和“非 q ”意谓同一个东西，因为这表明，“ q ”的所指的

特征既不与符号“非”也不与“非”与“ q ”的结合方式相对应。
[参阅 4.061, 4.062, 4.0621]

第二手稿

我们必能理解我们以前从未听过的命题。但是每一命题都是一个新的符号。因此我们必有一般不可定义的符号；如果并非一切命题都是不可定义的，那么这些符号就是不可避免的。[参阅 4.02, 4.021, 4.027]

在实在中与复合命题相应的东西必不多于与它们的各个原子命题相应的东西。

逻辑不仅无须考虑对 [个别] 事物的研究，而且同样不必从事对关系和谓词的研究。

包含实在变项的命题是没有的。

在实在中与一命题对应的是什麼，这取决于命题的真或假。但是无须知道其真假，我们也必能了解一个命题。当我们了解一命题时，我们所知道的是：我们知道如果它是真的那是什么情形，如果它是假的又是什么情形。但是我们并不（一定）知道它实际上是不是真的或假的。[参阅 4.024]

命题不是名字。

我们绝不可能通过把一种属性归于一种逻辑类型的分子而不归于另一逻辑类型的分子来把这两种逻辑类型区别

开来。

符号并不就是表面看来像是的那种东西。在“ aRb ”中，“ R ”看来像是一个实名词，但它并不是。在“ aRb ”中用符号表示的是 R 出现于 a 和 b 之间。因此“ R ”在“ aRb ”中并不是不可定义的符号。同样地，在“ ϕx ”中，“ ϕ ”看来也像是一个实名词，但它也不是；在“ $\sim p$ ”中，“ \sim ”看来类似于“ ϕ ”，但是它与“ ϕ ”是不同的。首先就是这一点指出了逻辑常项可能是没有的。否定逻辑常项的一个理由是逻辑的概括性：逻辑不可能讨论一系列特殊的事物。

分子命题不包含超出其原子所包含的东西之外的东西：它们并不在其原子所包含的知识之上增添任何实质性的知识。

对于分子函项惟一具有本质重要性的东西就是它们的 $T-F$ (真假)-表 (即对它们是真是假的情况的陈述)。

有选择的不可定义性表明，我们还没有达到不可定义的符号。

每个命题本质上都是有真假的。为了了解它，我们必须知道，当它是真的时必是什么情形，当它是假的时必是什么情形。因此，命题都有两极，相应于其为真和为假的情形。我们把这叫做命题的意义。

关于记法，重要的是要注意到，并非符号的每一特征都起符号的作用。在具有相同真值表的两个分子函项中，起符号作用的东西必然是相同的。在“非非 p ”中“非 p ”不出现；因

为“非非 p ”与“ p ”是相同的，因此，如果“非 p ”在“非非 p ”中出现，它就会也在“ p ”中出现。

谓词或关系不可能是逻辑上不可定义的东西，因为命题由于意义而不可能具有谓词或关系。“不”和“或”像判断一样，也同谓词和关系无相似之处，因为它们并未引入任何新的东西。

命题永远是复杂的，即使不包含任何名字。

当我们了解了一个命题的一切不可定义的成分时，就一定了解了这个命题。在“ aRb ”中不可定义的成分被引入如下：

“ a ”是不可定义的；

“ b ”是不可定义的；

不论“ x ”和“ y ”可能意谓什么，“ xRy ”总是对它们的意谓说了某种不可定义的东西。[参阅 4.024]

一个复杂符号一定不要作为不可定义的个别符号被引入。[因此，例如，任何命题都不是不可定义的东西。]因为如果复杂记号的一个部分也在其他联系中出现，那么它在那里必被重新引入。那时它是否就意谓着同一个东西呢？

我们引入不可定义的符号的方法必使我们可以仅仅从这些不可定义的成分构造出一切有意义的命题。以下面这种方法引入“所有”和“有些”是容易的 这种方法将(例如)“(x , y) · xRy ”由前所引入的“所有”和“ xRy ”中构造出来成为可能。

第三手稿

关于真的理论的一个类比：看一看白纸上的一个黑色斑点。然后我们就可以这样来描述这个斑点的形式，即对纸面上的每一点都说出它是白的还是黑的。与一个点是黑的这个事实相对应的是一个正的事实；与一个点是白的（不是黑的）这个事实相对应的是一个负的事实。如果我指着平面上的一个点（弗雷格所说的一个“真值”），这就好似提出了一个需要制定的假设。但是，对一个点要能说出它是黑的或是白的，我首先必须知道在什么时候一个点被称为黑的，在什么时候被称为白的。要能够说“ p 是真的（或假的）”，我首先必须确定在什么情况下我称一个命题为真，并从而确定一个命题的意义。这个类比在下面一点上就不行了：我可以指着这张纸上的一个白的和黑的点，但是一个没有意义的命题则没有任何东西与之相应，因为它并不指称一个其属性可称之为“真”或“假”的东西（真值），一个命题的动词不是“是真的”或“是假的”——像弗雷格所认为的那样——而是真的东西必已包含在动词中〔参阅 4.063〕

语言之于实在，犹之乎视网膜的影像之于视觉的影像：在视觉映像中似无任何东西与视网膜上的盲点相对应，因而盲点的界限决定视觉的影像，正如对原子命题的真的否定决定实在一样。

诚然，按照弗雷格或罗素的演绎法则，我们可以进行逻辑推论，但是这并不能证明这种推论是正确的；因此它们不是逻辑的初始命题。如果 p 是从 q 来的，那么，它也可以从 q 推

论出来，而“演绎的方式”则是无关紧要的。

有“变项出现”于其中而被人们称为命题的那些符号实际上根本不是命题，而只是命题的图式，只有在我们用常项置换变项时，它们才成为命题。“ $x \cdot x$ ”不表达任何命题，因为“ x ”不指称任何东西。但是命题“ $(x) \cdot x = x$ ”以及诸如“苏格拉底 = 苏格拉底”等等这样的命题，则是有的。

在逻辑书中，不应出现变项，而只应出现证明变项的使用正确的概括命题。由此可见，逻辑上的所谓定义并不是定义，而只是定义的图式，我们应以概括命题代替它们。同样地，所谓逻辑的“初始观念”并不是初始符号，而是初始符号的图式。认为存在着被称为事实或复合物和关系的事物的那种错误观点很容易导致下面这种看法，即认为必然存在一种关于事实的诸问题的关系，于是就发生了这样的问题：既然一个事实可由任意的一些事例得来，那么一种关系能否存在于任意多的事物之间？事实是：例如，表达 q 来于 p 并且 $p \supset q$ 的那个命题是 $p \cdot p \supset q \cdot \supset_{p,q} \cdot q$ 。

人们在陷入困境时试图把“非 p ”解释为“所有别的一切，只是不是 p ”。很难想像，从单独一个事实 p 推出无限多的别的东西——非非 p 等等。人具有一种构造符号的天赋的能力，我们无须知道每个词的所指就可借这些符号表达某种意义。这一点的最好的例子就是数学，因为迄今为止人们使用代表数的符号，却并不知道它们所指为何，或者它们是否根本无所指〔参阅 5.43〕

罗素的“复合物”必须具有被复合的这种有用的属性，而且必须把这种性质同它们可视为“简单对象”那种使人惬意的属性结合起来。但是这仅仅使它们像逻辑类型一样成为无用

的东西，因为这样一来，断言一个简单对象是复杂的，就会不是无意义的了。但是一种属性不可能是一个逻辑类型。

每一关于复合物的陈述都可以分解为一个关于成分的陈述和一个关于完全地摹状了这个复合物的命题的陈述的逻辑和。在每一情形中，这种分解要怎样做，是一个重要的问题，但是对于构造逻辑来说，对这个问题的回答却不是无条件必要的。[参阅 2.0201]

“或”和“不”等等不是与“右”和“左”等等同样意义上的关系，这是普通人所显而易见的。对旧的逻辑上不可定义的符号有可能下交叉定义，这本身就表明它们不是真正不可定义的符号，而且甚至更确定无疑地表明，它们并不指称任何关系。[参阅 5.42]

如果我们把一命题 $\phi(a)$ 的成分 a 改成变项，那么就有一个类 $\{x | (\exists x). \phi_x = P\}$ 。一般地说，根据任意的约定，这个类仍依赖于“ ϕ_x ”所意谓的东西。但是我们如果把其意谓被任意规定的所有那些符号都改成变项，还总是有这样一个类。但是这就不依赖于任何约定，而仅仅依赖于符号“ ϕ_x ”的性质了。它与一逻辑类型相应。[参阅 3.315]

(像通常所做的那样)说一种类型具有这一些属性，反之另一类型具有那一些属性，是绝不能使它们互相区别开来的，因为这就预先假定了谈论这两种类型的所有这些属性是有意谓的。并且，由此可以得知，这些属性至多可能是类型，但肯定不是它们所谈论的对象。

由于陷入困境，我们总想对命题的逻辑函项作出解释，这些解释旨在或者仅把这些命题的成分或者仅把它们的形式引入函项，等等，等等，而我们忽略了日常语言不会包括所有的命题。如果它不需要它们的话。例如，不论对“非 p ”可做什么解释，“什么东西被否定了？”这个问题必然总有一种意谓。

根据弗雷格对“非 p ”和“如果 p 则 q ”的解释可推出“非非 p ”与 p 的指谓是相同的。就是这种解释的可能性使人们觉得或许有某种指称的方法，在那里，“非非 p ”与“ p ”对应于同一个符号。但是如果这种指称方法对逻辑是足够的，那么它必是正确的方法。

名字是点，命题是箭——命题具有意义。命题的意义是由真和假两极决定的。命题的形式犹如一条直线，它把一平面上的一切点分成左右两边。直线是自动地这样做的，命题形式则是根据约定这样做的。[参阅 3.144]

在逻辑上，我们既不研究一个名字和其意谓的关系，也不研究一个命题和实在的关系。但是我们想要知道，名字在意谓和命题的意义，这样，当我们说“‘A’指称某种不可定义的东西”，就引入了一个不可定义的概念“ A ”；当我们说“对于‘ x ’和‘ y ’的一切意谓来说，‘ xRy ’表示关于 x 和 y 的某种不可定义的东西”，就引入了 aRb 这种命题形式。

试以“ $\overset{\text{真}}{\underset{\text{假}}{p}}$ ”代每一命题 p ”。设命题彼此之间或名字和命题之间的一切相互关系都是由其“真”和“假”两极的相互关系所引起的。设这种相互关系是可传递的。那么“ $\overset{\text{真}}{\underset{\text{假}}{p}}$ ”就是与“ $\overset{\text{真}}{\underset{\text{假}}{p}}$ ”，相同的符号。设给定 n 个命题。那么我就把 n 个分子（其中每个分子都是 n 个命题之一的一个极）的每一个集合叫做“极的集合”，从而使一个分子对应于每一命题。这样我就使（真和假）两极中的一个极与每一极的集合相互关联起来。对如此构造出来的符号化事实的意义，我虽不能予以界定，但我是知道的。

如果 $p = \text{非非 } p$, 等等，那么这就表明，传统的符号化方法是错的，因为它允许许多符号具有相同的意义；由此可见，在分析这样的命题时，我们不必以罗素的符号化方法作为指导。