

第 1 讲

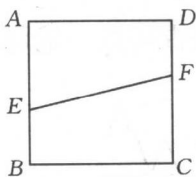
一 笔 画

这一讲向小朋友们介绍只用一笔就画成的图形。

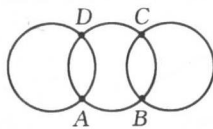
一笔画，是指用笔画图时要符合以下要求：

- (1) 下笔后，笔再也不能离开纸；
- (2) 每条线都要画到，但又不能重复；
- (3) 在画的时候，图形中的点可以重复通过。

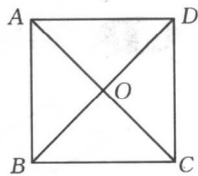
下面三个图形，请小朋友试一试，能不能一笔画成？



(1)



(2)



(3)

图 1-1

经过尝试 图(1)是可以一笔画成的，例如，我们从点 E 出发 依次画 $E \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow F$ 这样 这个图就一笔画成了。当然 画法不止这一种 小朋友 你可以试一试，用与上面不同的画法再画一次。图(2)也是可以一笔画成的。但是图(3) 经过多次尝试 好像不能一笔画成。

一个图形，具有什么特点时能一笔画成呢？如果能一笔画

画成，应该如何画？下面我们就来介绍一下。

对于某个点 如果通过这个点的连线的条数为单数 我们称这个点为“单点（更多的时候叫“奇点”）类似地有 对于某个点，如果通过这个点的连线的条数为双数，我们称这个点为“双点（更多的时候叫“偶点”）”

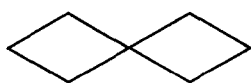
有了以上的这两个名词，我们就可以借用它们很快地判断出什么样的图形可以一笔画成。下面是两条规则：

(1) 如果一个图中的奇点个数为 0 或 2 那么 这个图形可以一笔画。

当奇点的个数为 0 时，可以从任何一点开始一笔画成此图，最后回到始点；当奇点的个数为 2 时，可以从某一奇点开始，一笔画成此图，最后到另一个奇点终止。

(2) 如果一个图中的奇点个数不是 0 或 2 那么 这个图不可以一笔画。

例 1 请判断 图 1-2 中两个图形是否可以一笔画成？



(1)



(2)

图 1-2

分析与解图 (1)中共有 7 个点 其中 6 个点是 2 条线的交点，中间的一个点是 4 条线的交点，也就是说，7 个点都是双点，所以可以一笔画成。由于都是双点，所以可从任意一点去画。小朋友可以自己试一试。

图 (2)中共有 6 个点 其中有 3 个点是 2 条线的交点，有一个点是 4 条线的交点，有一个点是一条线的交点，还有一个

点是 3 条线的交点，也就是说在 6 个点中有 4 个点是双点，2 个点单点，可以一笔画。在一笔画时，由于含有 2 个单点，因此必须以一个单点为起点，另一个单点为终点，才能一笔画成。小朋友，请你自己试一试哦！

例 2 如图 1-3 中的线段代表一条条小路，有 A、B 两只蚂蚁，想一想，能够不重复爬遍小路的是 A 蚂蚁呢？还是 B 蚂蚁？

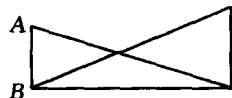


图 1-3

分析与解 这个问题实际上是从 A 点或 B 点出发，能否一笔画的问题。从图中可以看出：A 点是双点，B 点是

单点。而这个图有 3 个双点、2 个单点。要想一笔画，必须以一个单点为起点，所以能够不重复地爬

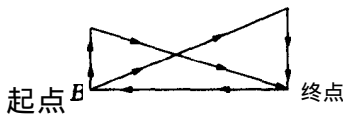
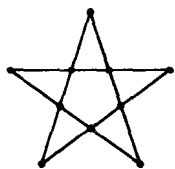


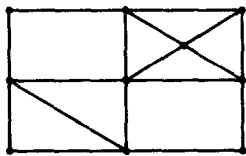
图 1-4

遍小路的是 B 蚂蚁，爬行的路线见图 1-4。

例 3 请判断图 1-5 中两个图形是否可以一笔画成？



(1)



(2)

图 1-5

分析与解图 (1) 是一个五角星，共有 10 个点，15 条连线，10 个点全是双点，单点数为 0，所以可以从任意一个双点出发一笔画成，最后回到始点（即始点与终点重合）。图 1-6 是其中的一条路线，始 $A \rightarrow G \rightarrow B \rightarrow H \rightarrow C \rightarrow I \rightarrow D \rightarrow J \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow$

$G \rightarrow H \rightarrow I \rightarrow J \rightarrow F \rightarrow A$ 终.

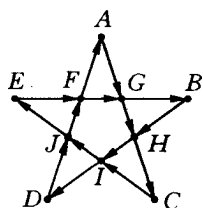


图 1-6

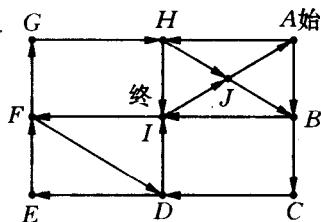


图 1-7

图(2)是由4个相同的小长方形拼成的一个大长方形,并包括小长方形中的三条对角线.共有10个点、17条连线.其中有两个单点A、I它们分别有3条和5条连线.其余都是双点.所以可以一笔画成.我们在两个单点A、I中任选一个点作为始点(不妨取A)一笔画成此图.终点落在I点.图1-7是其中的一条路线.始 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow D \rightarrow I \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow I \rightarrow J \rightarrow A \rightarrow H \rightarrow J \rightarrow B \rightarrow I$ 终.

例 4

如图 1-8 所示.送报员从邮局出发.把报纸送到每一个地方,试一试,你能一笔画出送报的路线吗?

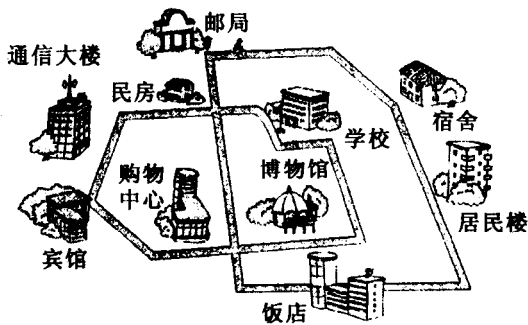


图 1-8

分析与解 我们可以把这个图简画成如图 1-9 所示的图形.

图中没有单顶点 所以 我们从 A 出发, 依次走 : $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow H \rightarrow I \rightarrow J$ 即可.

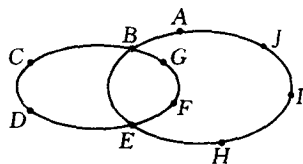


图 1-9

例 5 (七桥问题 如图 1-10,

位于欧洲的哥尼斯堡 (Königsberg) 景致迷人 碧波荡漾的普莱格尔 (Pregel) 河横贯其境. 河中有两个岛 A 与 D 河上有七座桥连接这两个岛及河的两岸 B、C.

问: 一个旅游者能否通过每座桥一次且仅一次?

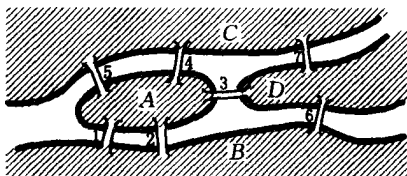


图 1-10

分析与解 这是著名的七桥问题. 天才的数学家欧拉 以其独具的慧眼 解决了这个问题. 我们前面给出的判断一个图形能否一笔画成的结论, 就是由欧拉提出并证明的.

欧拉把图 1-10 变成图 1-11 图中的 7 条边表示 7 座桥, 于是七桥问题就变成了一个一笔画问题, 由于图中有 4 个单顶点 所以不能一笔画出, 从而, 一个旅游者不能通过每座桥一次且仅一次.

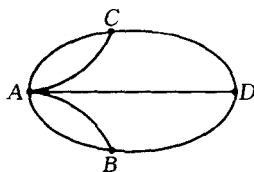


图 1-11

例 6 如图 1-12 添加最少的

线段使得图形成一笔画的图形，你会吗？

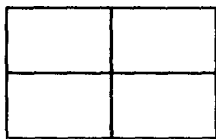


图 1-12

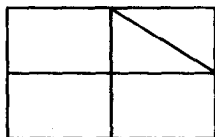
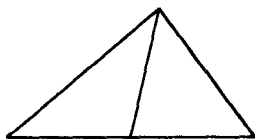


图 1-13

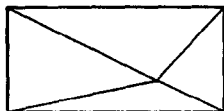
分析与解 观察图形可以发现，图中共有 9 个点，5 个是双点，4 个是单点。由于单点的个数超过了两个，所以不能一笔画。要使图形能够一笔画成，只要在任意两个单点上连上线就可以了。图 1-13 是一种方法，你还有别的方法吗？

练 习 题

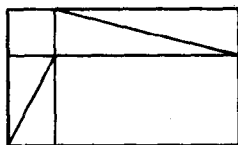
1 如图 1-14，哪些图形能一笔画成？哪些不能一笔画成？对能一笔画成的，请你画出其中的一条路线来（用箭头及英文大写字母表示）对不能画成的说明理由。



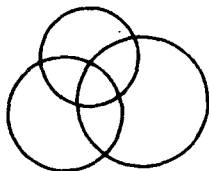
(1)



(2)



(3)



(4)

图 1-14

2 如图 1-15，哪些图形能一笔画？哪些不能？能一笔画的请画出来。

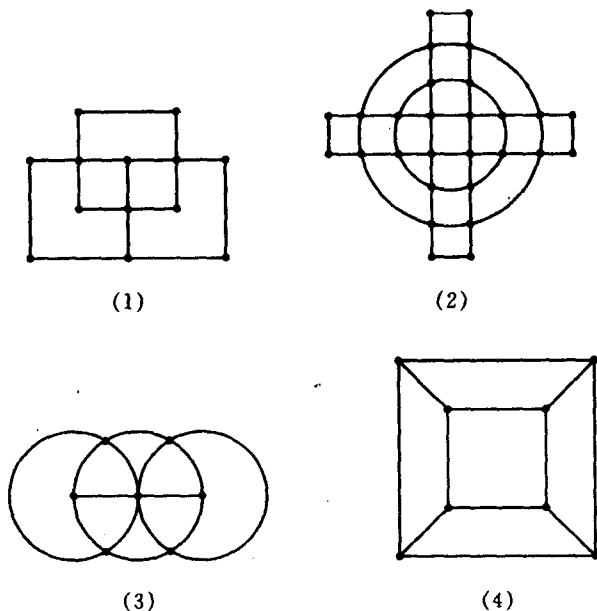


图 1-15

3 黑色的鱼和白色的鱼所能游动的河道如图 1-16 所示。黑色的鱼在 A 的位置，白色的鱼在 B 的位置，哪条鱼能不重复地游遍所有的河道？

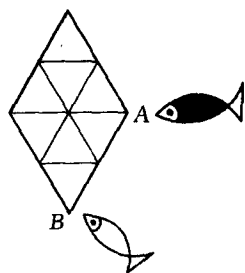
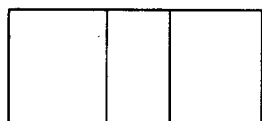
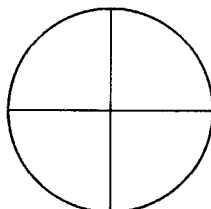


图 1-16

4 如图 1-17 中的图形都不能一笔画成，你能否在图中添上一条线段，使它能一笔画成？



(1)



(2)

图 1-17

第 2 讲

火柴棒游戏

小小的火柴棒王国里，有着很多奇妙的问题，解决这些问题可以使我们增长智慧 变得更聪明。这一讲我们利用火柴棒拼算式和图形 小朋友，一起来做游戏吧！

我们先用火柴棒来搭出 10 个数码及运算符号(为了简便 我们去掉火柴棍的“头”):

(1) |   4       分别代表 10 个数字。

(2) 用 + - 分别代表加减号。

例 1 下面的算式是错误的，请移动 1 根火柴棒使算式正确。

$$| + | + || = |$$

分析与解 从式子看左边显然太大，为 13。若只移 1 根火柴到右边，式子右边又太大；因此，火柴棒的移动应在左边进行，而且只能移动运算符号中的火柴棒（移动数字中的火柴棒不可能使左边变小）经试验有下面两解：

$$|| + | - || = |$$

或

$$1 + 11 - 11 = 1$$

例 2 下面的算式是错误的，请只移动 2 根火柴棒使算式正确。

$$11 + 11 + 11 + 11 = 224$$

分析与解 左、右两边相差太大，因此，在移动中应考虑使左边由 2 位数升为 3 位数，经试验得到：

$$111 + 111 + 1 + 1 = 224$$

例 3 如图 2-1 所示，9 根火柴棒组成 3 个三角形，请移动其中 3 根组成 5 个三角形。

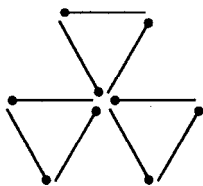


图 2-1

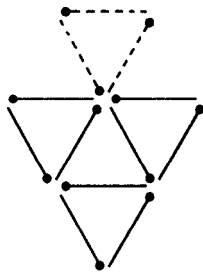


图 2-2

分析与解 可以有多种移动方法，其中之一是将上面那个三角形的 3 根火柴棒移到下面，它由 4 个与原来一样大的小三角形及一个由这 4 个小三角形拼合而成的大三角形组成。

用类似的办法，可以将左下角的三角形移到图的右上方，或将右下角的三角形移到图的左上方，都可以得到如图 2-2

的图形。

例 4 用 12 根火柴可以摆成如图 2-3 所示的 1 个三角形和 3 个正方形, 请你移动其中的 3 根火柴摆成 3 个大小相同的三角形和 2 个大小相同的正方形。

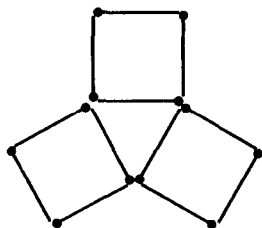


图 2-3

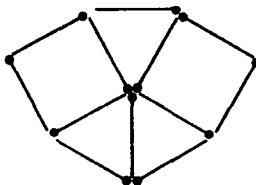


图 2-4

分析与解 本题是由 3 个正方形、1 个三角形经移动 3 根火柴将图形变成 2 个正方形和 3 个三角形, 这意味着拆去 1 个正方形的 3 条边 (保留 2 个正方形及 1 个三角形) 再用所拆出的 3 根火柴拼出 2 个相同的三角形, 答案如图 2-4。

例 5 下面的算式是错误的, 请移动 2 根火柴棒使等式成立。

$$1-112+1=2$$

分析与解

(1) 等号右边是 2 而左边中间一个数是 112, 因此, 必须将 112 变小, 我们可拿去 112 中百位上的数字 1, 添加到第一个“-”号上, 先变成 $1+12+1=2$, 然后再将左边的第二个“+”号中拿走一根使它变成“-”号, 并将这根火柴棒添到第二个 1 上使之成为 11, 于是成为正确的等式。

$$1 + 12 - 11 = 2$$

(2) 从 112 中拿走 1 使减号变加号：

$$1 + 12 + 1 = 2$$

然后，还可以从第二个“+”中拿走一根火柴棒放在右边的十位上，也得到一个正确的等式：

$$1 + 12 - 1 = 12$$

所以 此题有两解。

例 6 下面的算式有误，请移动 1 根火柴棒使等式成立。

$$111 + 11 + 1 = 4$$

分析与解 由于左右相差太大，因此，左端的 111 必须变化。若拿走百位数上的 1，不足以使左端变得足够小(=4)，因而采取“特殊”技巧，将 11 中拿出一根，夹在 111 的中间一根上，将中间的数字 1 改为运算符“+”得

$$1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

练 习 题

1 请移动 1 根火柴棒，使算式正确。

$$21 + 35 = 68$$

2 只移动 1 根火柴棒，使下面等式成立。

$$17 + 7 = 77 - 7$$

3 请你用 9 根火柴棒摆成只有 4 个同样大小的正三角形的图形。

4 如图 2-5 是由 18 根火柴棒搭成的有许多三角形组成的图形。你能否移去其中 3 根火柴棒得到 7 个相同的三角形？

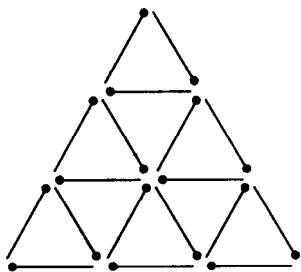


图 2-5

5 请移动 1 根火柴棒，使算式正确。

(1) $51 - 37 = 82$

(2) $32 + 62 = 30$

6 移动 1 根火柴棒，使下面算式变为等式。

(1) $1 + 7 = 74$

(2) $1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 14$

7 如图 2-6 由 19 根火柴搭成，只移动 4 根，使图中显示 4 个数码：1992。

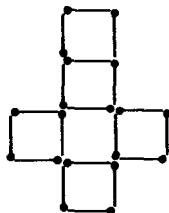


图 2-6

8 如图 2-7 圆圈里放的是火柴，请移动 1 根，使每边 3 个圆圈里放的火柴根数和都等于 9。

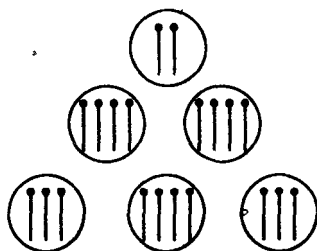


图 2-7

第 3 讲

接着画下去

按规律画图，可以培养小朋友们的观察能力、总结归纳能力。这个能力很重要，随着年龄的增长，小朋友遇到的事情越来越复杂，就需要不断增长这种能力。

例 1 请你接着画。

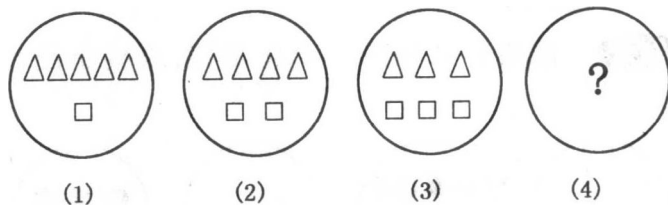


图 3-1

分析与解图 (1) 在圆内有 5 个三角形和 1 个正方形 图 (2) 在圆内减少了 1 个三角形增加了一个正方形 变成 4 个三角形和 2 个正方形；图 (3) 内又减少一个三角形增加一个正方形，变成 3 个三角形和 3 个正方形 依此变化规律——“减少一个三角形 增加 1 个正方形” 图 (4) 圆内应有 2 个三角形和 4 个正方形 如图 3-2 所示。

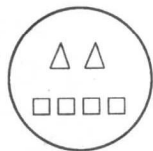


图 3-2

例 2 接下去该怎么画？

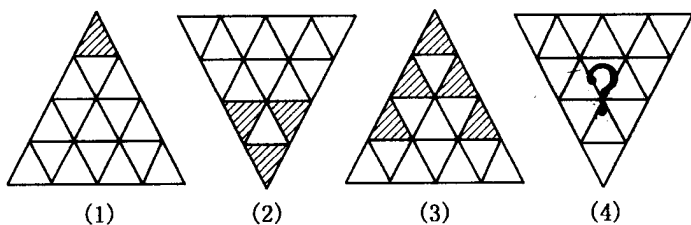


图 3-3

分析与解 从图(1)~(3)看到,在大三角形中小三角涂黑的数分别是1个、3个、5个,并且涂黑的小三角形都位于大三角形的两边.由此推知图(4)应涂黑7个小三角形,并且这7个小三角形也应位于大三角形的两边.如图3-4所示.

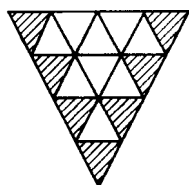


图 3-4

例 3 观察前几幅图的变化规律,再接着画最后两幅图.

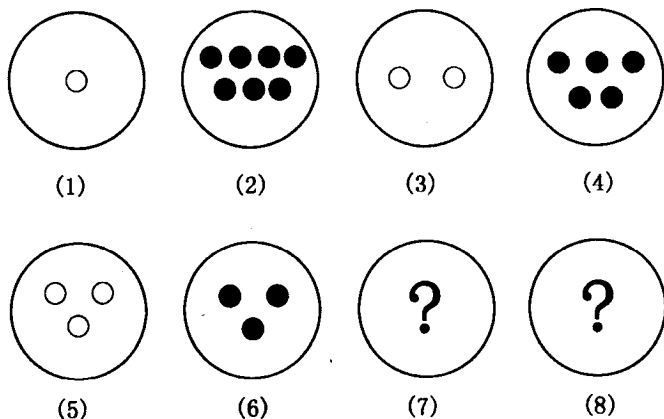


图 3-5

分析与解 通过观察图(1)~(6)不难发现图(1)、(3)、

(5)中画的都是空心圆圈,而且后一个图比前一个图增加1个圆圈,所以图(7)应画4个空心圆圈;图(2)、(4)、(6)画的都是“●”而且后一个图都比前一个图少2个“●”,所以图(8)应画1个“●”,如图3-6所示。

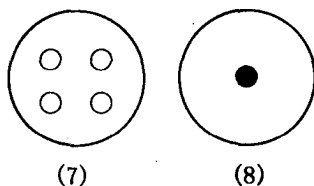


图 3-6

例 4 观察图 3-7(1)、(2)、(3)的变化规律,画出图(4).

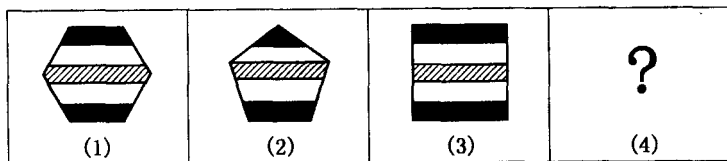


图 3-7

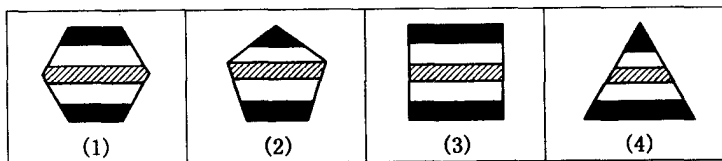


图 3-8

分析与解 通过观察,发现每个图形内部的花纹始终没有变,只是外部的多边形由六边形变为五边形、四边形,因此,