第 1 章 物体的平衡

例题精析

$\mathscr{A}$ 组题

1. 如图1-1所示，两个重均为 10 N ,半径均为 r 的球,放在圆筒形容器中,容器的半径 $R=2r$,两球用绳子系住,用 $F<20$ N 的力竖直向上拉,球和容器均静止,摩擦不计,则接触点 A、B、C、D、E 五处弹力情况如何？

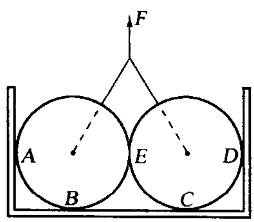

图 1-1

（上海市高中物理竞赛题）

【思路分析】

分析两接触面间有无弹力,我们可从‘平衡’状态入手,假如撤去一个接触面,看另一接触面能否平衡.

解　由思路分析可知,B、C、E 三点接触面间有弹力,A、D 两点间无弹力.

【归纳体会】

判断相互接触的物体间是否存在弹力，我们常用力的平衡来分析.

但也有一些情况，要用到力矩平衡的知识来分析，如在图 1-2(a)中，轻杆 AB、CD 的一端分别用铰链固定在竖直墙壁上，两杆相接于 C 点.力 F 作用于 A 点，方向竖直向下，则 CD 杆与 AB 杆所受弹力方向如图 1-2(b)所示.若 CD 杆不是轻杆，则 CD 杆与 AB 杆所受的弹力方向如图 1-4(c)所示，倾角 α 由具体条件确定.

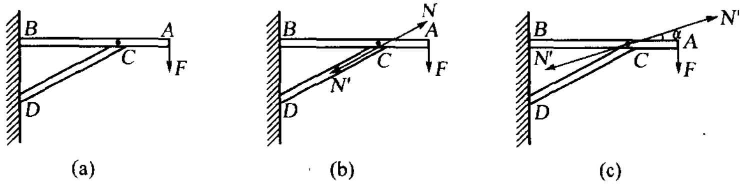

图 1-2

2. 如图 1-3(a) 所示，劲度系数为 k_2 的轻质弹簧 2 竖直放在桌面上，其上端压一质量为 m 的物块.另一劲度系数为 k_1 的轻质弹簧 1 竖直地放在物块上面，其下端与物块上表面连接在一起，要想使物块在静止时，下面弹簧承受物块重力的三分之二，应将上面弹簧的上端 A 竖直向上提高多少距离？

（上海市高中物理竞赛题）

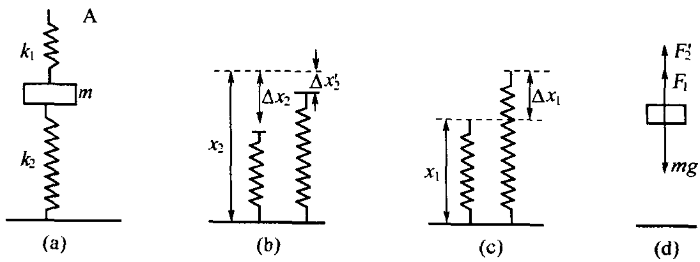

图 1-3

【思路分析】

本题是物体平衡知识与胡克定律相结合的一道例题.题目中研究对

象的受力较为复杂,要仔细审清题目条件,分析好物体受力,结合弹簧特点来进行分析.

对于弹簧 2,形变过程如图 1-3(b)所示.设原长为 x_2,初态时形变量为 Δx_2,末态时承受的力为$\frac{2}{3}mg$,其形变量为 $\Delta x_2{}'$,则可知物体上升的距离应为:$\Delta x_2-\Delta x_2{}'$.

对于弹簧 1,形变过程如图 1-3(c)所示,设原长为 x_1,受到拉力后要承担$\frac{1}{3}mg$ 的力,形变量是 Δx_1,由以上分析可知,A 端上升的距离应为:$d=\Delta x_1+\Delta x_2-\Delta x_2{}'$.

解　平衡时,物体受力如图 1-3(d)所示,则可知:

$$F_1+F_2{}'=mg. \qquad ①$$

初态时,弹簧 2 产生的弹力:

$$F_2=mg=k_2\Delta x_2. \qquad ②$$

末态时,弹簧 2 产生的弹力:

$$F_2{}'=\frac{2}{3}mg=k_2\Delta x_2{}'. \qquad ③$$

弹簧 1 产生的弹力:

$$F_1=\frac{1}{3}mg=k_1\Delta x_1. \qquad ④$$

由以上分析可知:

$$d=\Delta x_1+\Delta x_2-\Delta x_2{}'. \qquad ⑤$$

联立②③④⑤式，可得:

$$d=\frac{(k_1+k_2)}{3k_1k_2}mg.$$

【归纳体会】

对于弹簧,由于可拉伸亦可压缩,分析时注意其物理过程.将较复杂的受力通过作图，明确各个小过程所对应的状态，这样就可以化难为易了.本题中，若是将条件“下面弹簧承受物块重力的三分之二”改为‘下面弹簧的作用力是物块重力的三分之二”则题目结果会有什么变化呢？

3. 如图 1-4(a) 所示，相同的三个质量都为 m 的木块夹在两板间，各接触面的摩擦因数相同,在外力 F 的作用下保持静止，

(1) 求每个接触面上的摩擦力大小.

(2) 若使物块逐渐减小，则三个木块哪一个先运动？

（北京市高中物理竞赛题）

【思路分析】

本题牵涉到静摩擦力.静摩擦力不能直接用公式 $f=\mu_s N$ 来计算.我们往往利用物体所处的运动状态（平衡或加速运动）来进行计算.有时，为了解题方便，我们会采用整体法与隔离法交替使用的方法.问题(2)中牵涉到最大静摩擦力,最大静摩擦力 $f_0=\mu_s N$,其中 μ_s 是静摩擦因数.当一个物体静止所需摩擦力 $f>f_0$ 时,就会发生滑动.

解

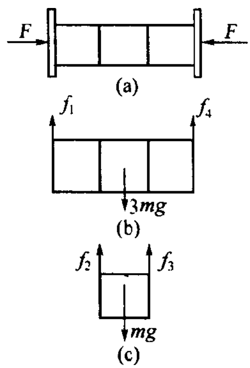

图 1-4

(1) 先用整体法，三物体受力如图 1-4(b) 所示,由于对称性，

$$f_1=f_4=\frac{3}{2}mg.$$

再用隔离法，以中间物体为研究对象，则受力如图 1-4(c)所示,同样可知：

$$f_2=f_3=\frac{1}{2}mg.$$

所以，从左至右四个面所受摩擦力分别为：$\frac{3}{2}mg$；$\frac{1}{2}mg$；$\frac{1}{2}mg$；$\frac{3}{2}mg$.

(2) 当 F 逐渐减小时，每个接触面之间的正压力 $N(N=F)$都随之减小，每个接触面上的最大静摩擦力也都随之减少.由(1)知，f_1 和 f_4 所在接触面所需摩擦力大，最先达到最大静摩擦力，而此时 f_2 和 f_3 尚未达到最大静摩擦力.故两边物体滑下,中间物体与它们保持相对静止.所以,三物体同时滑下.

【归纳体会】

当遇到此类问题时，要注意合理选取研究对象.如本题两板间所夹木块改为四块、五块……n块时,你能利用上述方法,准确地求出每个接触面上的摩擦力吗？

4．如图1-5所示,两块固定的木板A、B之间夹着一块长方体木块C.C重6 N,A、B 对C的压力大小都是$N=10$ N,今对C施一外力F将C从两板间水平匀速拉出，求F的大小和方向.已知C与A、B之间的动摩擦因数为0.4.

（北京市高中物理竞赛题）

【思路分析】

本题的关键是弄清楚力F的方向,图1-6是图1-5从左往右看的侧视图,$2f$与相对运动方向相反,物体在$2f$、F、mg三个力作用下平衡.因此,F应是f与mg两个力的合力.

解　由题意知,物体受力如图1-6所示.

$$F=\sqrt{(2f)^2+(mg)^2}. \quad ①$$

其中，

$$f=\mu N=0.4\times10=4\ \text{N}, \quad ②$$

$$mg=6\ \text{N}. \quad ③$$

由①②③式可知，

$$F=10\ \text{N}.$$

设F与水平方向夹角为θ,则：

$$\tan\theta=\frac{mg}{2f}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}, \qquad \therefore \theta=37^\circ.$$

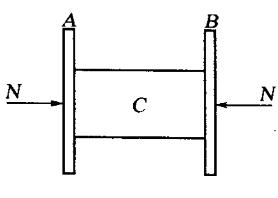

图 1-5

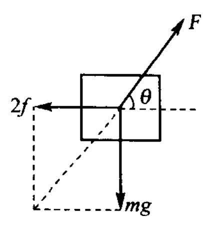

图 1-6

【归纳体会】

此题关键是要注意物体所加外力 F 与物体运动方向不在同一直线上，从而题目变化成为一道三力平衡问题. 要注意这一类问题，如：质量为 $m=1$ kg 的物体在图 1-7 所示斜面上受水平恒力 $F=5$ N 的作用时,恰作匀速直线运动,则 μ 为多少？物体运动方向如何？和上题类似,物体在斜面上受 $f, F, mg\sin30^\circ$ 三个力作用而处于平衡,则：

$$f=\sqrt{F^2+(mg\sin30^\circ)^2}=5\sqrt{2}\ \text{N}.$$

$$\mu=\frac{f}{N}=\frac{f}{mg\cos30^\circ}=\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

设运动方向与水平夹角为 θ,则：

$$\tan\theta=\frac{mg\sin30^\circ}{F}=1,\qquad \therefore\ \theta=45^\circ.$$

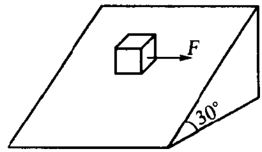

图 1-7

5． 如图 1-8 所示，两个完全相同的光滑球 A、B 的质量均为 m,放在竖直挡板与倾角为 α 的斜面间，当静止时（）.

(A) 两球对斜面的压力大小均为 $mg\cos\alpha$

(B) 斜面对球 A 的弹力大小为 $mg\cos\alpha$

(C) 斜面对球 B 的弹力大小为 $mg(1+\sin^2\alpha)/\cos\alpha$

(D) 挡板对 B 球的弹力大小为 $2mg\sin\alpha$ （上海市高中物理竞赛题）

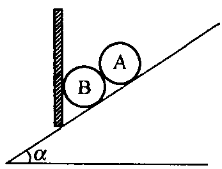

图 1-8

【思路分析】

本题是力的平衡问题,但研究对象有两个,若将 A、B 单独隔离,分析解答较为复杂. 不妨用整体法,将 A、B 看作一个整体,再结合隔离法,解题时会方便些.

解　将 A、B 看成一个整体，其受力分析如图 1-9 所示，可知挡板对 B 球弹力：

$$N_1 = 2mg\tan\alpha. \qquad ①$$

斜面对两球的弹力：

$$N_2 = \frac{2mg}{\cos\alpha}. \qquad ②$$

再分析 A 球受力，如图 1-10 所示，可知斜面对 A 球的支持力：

$$N_A = mg\cos\alpha. \qquad ③$$

B 球对 A 球的弹力：

$$N_{BA} = mg\sin\alpha. \qquad ④$$

设斜面对 B 球弹力为 N_B，则有：

$$N_2 = N_A + N_B. \qquad ⑤$$

则由②③⑤式可知．

$$N_B = N_2 - N_A = \frac{mg(1+\sin^2\alpha)}{\cos\alpha}.$$

综上所述，本题答案为(B)(C).

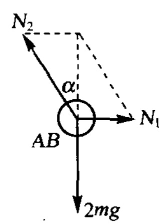

图 1-9

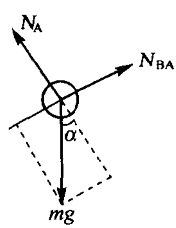

图 1-10

【归纳体会】

同前面例 4 相似，在力的平衡中，当有较多研究对象时，我们往往会采取整体法与隔离法相结合来分析问题．分析系统所受外力时，我们常用整体法，分析系统内各部分作用力时，我们常用隔离法．若本题中研究对象是三个小球时，你能仿照上述方法，分析出各处所受力的大小吗？

6．两均匀杆 AB 和 CD，长均为 L，重均为 G，AB 杆的 A 端用铰链固定在墙壁上，其 B 端与 CD 杆的 C 端用铰链连接在一起，使两根杆均可在竖直平面内转动．现于杆上某点施一竖直向上的力，使 AB 杆和 CD 杆都保持水平，那么施力的作用点到杆的 A 端的距离为多少？所施力的大小为多少？（上海市高中物理竞赛题）

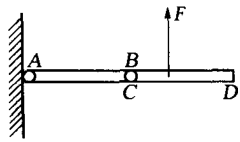

图 1-11

[思路分析]

本题是一道力矩平衡的问题，研究对象为两根杆子，两根杆子都要符合力矩平衡条件．与力的平衡中的问题类似，我们也采用整体法和隔离法相结合的方法，根据力矩平衡条件来解决此类问题．

解　设所施加的力为 F，它到 A 点的距离为 x，则取整体为研究对象，以 A 点为转轴，得：

$$Fx = G\cdot\frac{L}{2} + G\cdot\frac{3}{2}L. \qquad ①$$

再以 CD 杆为研究对象，以 B 点为转轴，得：

$$F\cdot(x-L) = G\cdot\frac{L}{2}. \qquad ②$$

由①②可知：$F=\frac{3}{2}G$，　$x=\frac{4}{3}L$．

[归纳体会]

采用整体法与隔离法不仅可以解决力的平衡问题，在力矩平衡、牛顿定律等问题中也是相当有效的方法，要能够熟练应用．

7．如图 1-12 所示，AB 棒与 BC 棒用光滑的铰链铰在 B 点，A、C 也用光滑的铰链铰于墙上，BC 棒水平，AB 棒成 45°，两棒等长等重，每根棒重 $G=10\ \mathrm{N}$，求两棒在 B 点的作用力的大小及方向．

（上海市高中物理竞赛题）

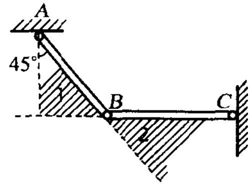

图 1-12

【思路分析】

本题与上题类似，也有两个研究对象，但上题中所求 F 方向已知，本题中所求作用力的方向未知．由力矩平衡条件及作用力反作用力的特点，易判断该力方向应在图示阴影区域内．可先设定力在水平和竖直方向的分量，这样确定了力的方向，解题就方便了．

解　由题易判定，AB 棒对 BC 棒的作用力应在(1)区域内，设该力在水平和竖直方向的分量分别为 F_x 及 F_y(图 1-13a)，则：

以 C 为轴：$F_y \cdot L = G \cdot \frac{L}{2}$　　①

对于 AB 棒，设 BC 棒对其作用力在竖直和水平方向分量分别为 F_x' 与 F_y'(图 1-13b)，则：

以 A 为轴：

$$G\frac{L}{2}\sin45^\circ + F_y' \cdot L \cdot \sin45^\circ = F_x' \cdot L \cdot \cos45^\circ, \qquad ②$$

并且：$F_x = F_x'$，　　③

$F_y = F_y'$．　　④

由以上①②③④知：

$$F_x = G, \qquad F_y = \frac{G}{2},$$

$$\therefore\ F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}G = 5\sqrt{5}\ \text{N}.$$

F 与竖直方向夹角：

$$\tan\varphi = \frac{F_x}{F_y} = 2, \qquad \therefore \varphi = \arctan2.$$

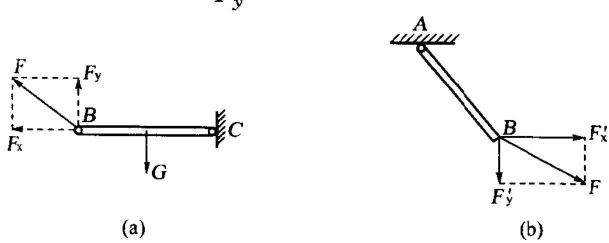

图 1-13

【归纳体会】

本题与上一题类似，研究对象同为两根杆子.我们经常用上述方法来解决.试用前两题方法来解决下面这题：两根质量均为 m 的杆 AB 和 BC 用无摩擦铰链连接,如图 1-14 所示,已知 AB 杆与竖直方向成 45°角,BC 杆与 AB 杆成 90°角,两杆长度相等.为使系统平衡,施加在 C 点的外力 F 应为多大？方向如何？

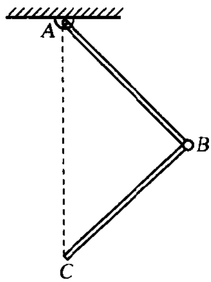

图 1-14

8．一轻绳跨过两个等高的轻定滑轮（不计大小和摩擦),两端分别挂上质量为 $m_1=4$ kg 和 $m_2=2$ kg 的物体,如图 1-15 所示,在滑轮之间的绳上悬挂质量为 m 的物体，为使三个物体能保持平衡，求 m 的取值范围.

（上海市高中物理竞赛题）

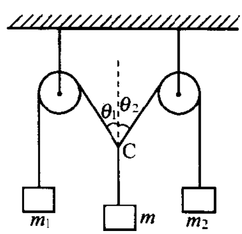

图 1-15

【思路分析】

本题中,由于 $m_1\neq m_2$,对于结点 C 来讲，要满足力的平衡条件，易知 $\theta_1\neq\theta_2$. 本题我们可采用最值的方法，找出临界状态.当 m 取最大值时,θ_1 和 θ_2 趋近于 0. m 取最小值时,θ_2 趋近于 90° ,然后再利用三力平衡知识,就能将问题解决了.

解　设左、右两侧竖直绳中拉力分别为 T_1、T_2 ,则：

$$T_1=m_1g , \qquad T_2=m_2g .$$

分析结点 C,由三力平衡知：

$$T_1\sin\theta_1=T_2\sin\theta_2 ,$$

$$T_1\cos\theta_1 + T_2\cos\theta_2 = mg,$$

因此有

$$m_1\sin\theta_1 = m_2\sin\theta_2, \quad ①$$

$$m_1\cos\theta_1 + m_2\cos\theta_2 = m. \quad ②$$

因为 $m_1 > m_2$,所以 $\theta_1 < \theta_2$.

当 m 取最大值时,可知 $\theta_1 \to 0°, \theta_2 \to 0°$,

所以 $m_{max} = m_1 + m_2 = 6\ \text{kg}$.

当 m 取最小值时,可知 $\theta_2 \to 90°$,则:

$$\sin\theta_1 = \frac{1}{2}, \ \therefore \theta_1 = 30°.$$

所以 $m_{min} = m_1\cos\theta_1 + m_2\cos 90° = 2\sqrt{3}\ \text{kg}$,

故 m 的取值范围为:

$$2\sqrt{3}\ \text{kg} < m < 6\ \text{kg}.$$

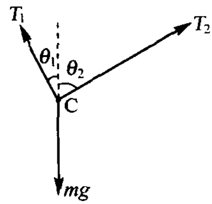

图 1-16

【归纳体会】

当我们所研究的是一个变化的过程，而所求的物理量随着物理过程的变化而取得一个范围时，我们可以考虑采用最值法，找出所求物理量在极端条件下的最值,从而解决问题.

9. 两个半径均为 r，重力均为 G 的光滑小球 A 和 B，放在光滑的空心无底的圆柱形筒内.圆柱形筒的半径为 R,且 $r < R < 2r$,如图 1-17 所示，求两个小球间的相互作用力及圆筒不会翻倒时的重力

(郑州市高中物理竞赛题)

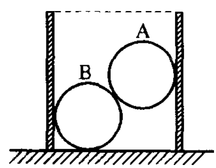

图 1-17

【思路分析】

AB 之间作用力属于静力平衡问题，对于此类问题，要学会利用题中给的条件求出角度值，然后再利用力的知识求解.

解　受力分析如图 1-18 所示,设 F 与竖直方向夹角为 α,则:

$$\sin\alpha = \frac{R - r}{r}, \quad ①$$

$$F=\frac{G}{\cos\alpha}, \qquad ②$$

由①②知：$F=\frac{Gr}{\sqrt{R(2r-R)}}$.

又由上分析可知：$N_1=G\cdot\tan\alpha$, ③

$$N_1=N_2. \qquad ④$$

对于筒,以右下角为转轴,筒重为 G_m,则：

$$N_1\cdot d_1=G_mR+N_2\cdot d_2, \qquad ⑤$$

$$d_1-d_2=2r\cos\alpha. \qquad ⑥$$

由③④⑤⑥可知：$G_m=2(1-\frac{r}{R})G$.

【归纳体会】

本题需要应用多个力学方面的知识.在求 $N_1=N_2$ 时可用整体法,求 F 时用隔离法,另外要注意能用题目所给条件求出角度,这是这类题目中重要的一点.试思考下题：一个质量为 $m=50$ kg 的均匀圆柱体,放在台阶的旁边,台阶的高度 h 是柱体半径 r 的一半,如图 1-19 所示(图中的圆为圆柱体的横截面)柱体与台阶接触处(图中 P 点)足够粗糙.现要在图中柱体的最上方 A 点处施一最小的力,使柱体能向台阶上滚,求：

(1) 所加力的大小和方向.

(2) 台阶对柱体的作用力的大小.

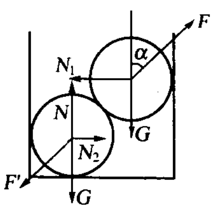

图 1-18

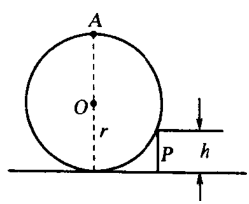

图 1-19

$\mathscr{B}$ 组题

10. 如图 1-20(a)所示,边长为 a 的均匀正方形木板，被挖去一个半径为 $\frac{a}{4}$ 的圆孔. 圆孔的边缘和正方形的右边缘相切，圆心在对称轴 PQ 上，求该木板剩余部分的重心位置.

（上海市高中物理竞赛题）

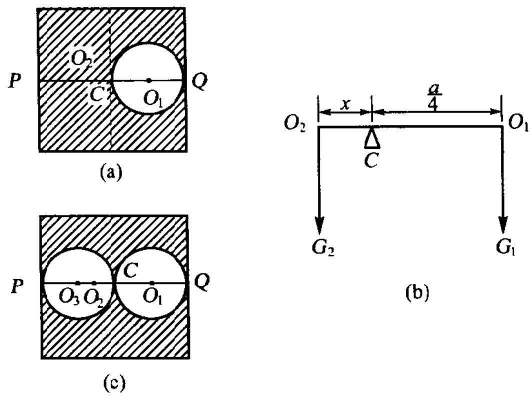

图 1-20

【思路分析】

本题要求物体的重心，均匀规则物体的重心在其几何中心，若是不规则，甚至不均匀的物体，其重心位置需用特殊方法才能求出. 本题我们可用挖补法来解决.

当木板被挖去一圆孔后，成为不规律物体，其重心不易确定. 假如将被挖去部分圆板补回去，则补全后的木板的重心应在它的对角线的交点 C 上,这样,便把不规则物体变成了一个均匀规则的物体,再利用力矩平衡知识即可求解. 这种方法叫做“补填法”. 同样,我们也可在木板左边对称地再挖一个半径仍为 $\frac{a}{4}$ 的圆孔,挖去后,木板重

心仍在 C 点,挖去部分圆板重心在 O_3 点,用同样方法可求解出剩余木板的重心 O_2 位置,这种方法叫"挖空法".上述两种方法合称为"挖补法".

解(补填法)如图 1-20(b)所示,在图中补上半径为 $\frac{a}{4}$ 的圆板.设圆板和剩余木板的重力分别为 G_1 和 G_2,重心分别为 O_1 和 O_2,单位面积重力为 G_0,完整方木板的重心在 C 点,距 O_2 的距离为 x [图 1-20(b)],则有:

$$G_1=\frac{1}{16}\pi a^2G_0,$$

$$G_2=(a^2-\frac{1}{16}\pi a^2)G_0=(1-\frac{1}{16}\pi)a^2G_0.$$

由力矩平衡知:$G_2x=G_1\frac{a}{4}$,

$$x=\frac{\pi}{4(16-\pi)}a.$$

(挖空法)如图 1-20(c)所示,在方木块的左边对称地挖去一半径为 $\frac{a}{4}$ 的圆,其重心在 O_3 处,设其重力为 G_3,剩余部分重心仍在 C 点,设其重力为 G_4,显然

$$G_3=\frac{1}{16}\pi a^2G_0,$$

$$G_4=(a^2-2\times\frac{a^2}{16}\pi)G_0=(1-\frac{\pi}{8})a^2G_0,$$

可解出:$x=\frac{\pi}{4(16-\pi)}a$.

【归纳体会】

试用本题方法来解决下面这道题目:如图 1-21 所示,求图中均匀薄板的重心,大正方形边长为 a,挖去的小正方形边长为 $a/4$,一个顶点在大正方形的几何中心上,两正方形各对应边互相平行.

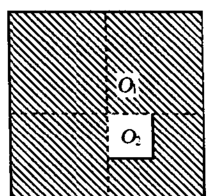

图 1-21

11. 如图 1-22 所示，均匀光滑的木板 AB 长为 L ,质量为 M_0 ,左端用一光滑铰链固定在墙上，右端用一竖直轻绳悬挂在天花板上，板呈水平状态，板上放着质量分别为 M、m 的木块，两木块间用轻弹簧相连，开始时弹簧被压缩,M 和 m 用细线拴住，并处于静止状态，M 和 m 分别到 A、B 端的距离均为 L_0,剪断细线后，M 和 m 在板上来回振动 ,并且不与 A、B 端相碰. 问轻绳的拉力将如何变化？并求其大小 .　　　　（上海市高中物理竞赛题）

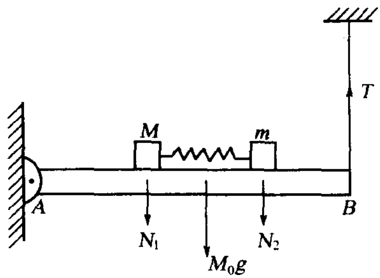

图 1-22

【思路分析】

本题属于利用重心知识来解题的例子. 细线剪断后，M 和 m 组成的系统所受合外力为零,系统动量守恒. 因为系统原来处于静止状态,重心速度为零,剪断细线后,虽然两物体都来回振动,但因系统动量守恒,故其重心的速度仍为零,重心位置不变,M 和 m 对木板的作用力产生的对 A 点的力矩不变. 由有固定转动轴物体的平衡条件可知,轻绳对板的拉力不变.

解　以杆为研究对象,杆共受重力 M_0g、绳的拉力 T、M 和 m 对杆的压力 $N_1 = Mg$ 和 $N_2 = mg$ 四个力作用,如图所示.

因 M 和 m 组成系统的重心位置不变，所以绳的拉力 T 也不变. 以 A 为转轴,在剪断 M 和 m 细线后的瞬时，根据木板受力情况列力矩平衡方程,有：

$$M_0g\frac{L}{2} + MgL_0 + mg(L - L_0) = TL,$$

$$\therefore\ T=\frac{\frac{1}{2}M_0gL+MgL_0+mg(L-L_0)}{L}.$$

【归纳体会】

此题若不能抓住重心位置不变这一特点，而分析 M 和 m 的运动情况,再作定量计算,求解过程较为繁琐．所以，要注意利用系统重心变化来分析此类问题．如下题 如图 1-23 所示,质量为 M 的人,两手各拿一个质量为 m 的环立于左盘中,杠杆恰好处于平衡．若他把手向左缓慢伸出,杠杆将怎样转动？

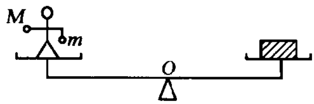

图 1-23

12．将三个半径均为 r,质量相等的球平放在一个半球形碗内,现把第四个半径也为 r,质量也相等的球放在这三个球的正上方,要使四个球均能静止，半球形碗的半径应满足什么条件？不考虑各处的摩擦．

（湖南省物理竞赛题）

【思路分析】

本题属于空间力系平衡题．若半球形碗的半径太大，第四个球放上去后会使下面三个球互相分开．本题的临界条件是第四个球放上后，下面三个球之间的弹力正好为零.

解　上面的球记为 A,下面的三个球分别记为 B、C、D,则四个球的球心构成一个正四面体，正四面体的边长均为 $2r$,如图 1-24(a) 所示,且 B、C、D 球对 A 球的弹力具有对称性，设 A、B 两球球心的连线与竖直方向的夹角为 α 角,则：

$$\tan\alpha=\frac{BO'}{AO'}=\frac{BO'}{\sqrt{AB^2-BO'^2}}=\frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}r}{\sqrt{(2r)^2-(\frac{2\sqrt{3}}{3}r)^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2},$$

设 A、B 两球间的作用力为 N，对 A 球有：

$$3N\cos\alpha = mg. \qquad ①$$

根据图 1-24(b)，设 β 为 F 与竖直方向的夹角，对 B 球有：

$$F\cos\beta = mg + N\cos\alpha. \qquad ②$$

$$F\sin\beta = N\sin\alpha. \qquad ③$$

由②③式消去 F 可得：

$$\tan\beta = \frac{N\sin\alpha}{mg + N\cos\alpha}.$$

将①式代入④式得：

$$\tan\beta = \frac{1}{4}\tan\alpha = \frac{1}{4\sqrt{2}}.$$

于是临界条件下半球形碗的半径：

$$R = BO + r = \frac{BO'}{\sin\beta} + r = BO'\sqrt{1+\cot^2\beta} + r = 7.633r,$$

∴ 半球形碗的半径必须满足 $R \leqslant 7.633r$.

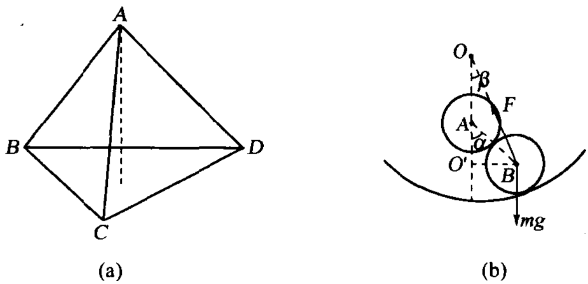

图 1-24

【归纳体会】

对于空间力系的平衡问题，首先要抓住各个力之间的空间位置关系和数量关系，构造空间几何模型，其次要将各力沿 x、y、z 坐标进行分解，然后应用平衡条件 $F_x = 0$、$F_y = 0$ 及 $F_z = 0$ 求解. 若某些力具有对称性，就只考虑

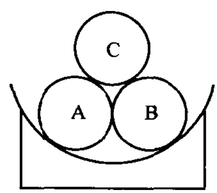

图 1-25