

走近奥数

——夯实你的数学基础

五 年 级

丁建强 赵云峰 主编

上海教育出版社

编委会主任	黄元森				
编委会副主任	丁建强	赵云峰	顾徐达	黄善明	
编委	丁建强	黄元森	陆星毅	汤利萍	张万冲
	张海红	周明龙	周建平	赵云峰	姜平
	姜新娟	顾云辉	顾徐达	杨惠娟	施明
	唐春艳	黄斌	黄善明	樊晓倩	
主编	丁建强	赵云峰			
五年级分册主编	顾徐达	姜平			
五年级分册副主编	周建平	樊晓倩			

编者的话

随着新一轮基础教育改革的全面启动,从事和爱好数学教育的人们已越来越清楚地认识到:数学教育应面向全体学生,应从精英教育走向大众教育;同时人们也认为,作为“在提高人的推理能力、抽象能力、想象力和创造力等方面有着独特作用的”数学教育,如果仅仅满足“全面”,而不顾及“个体”,那是远远不够的。数学教育不仅要“让人人都能获得必需的数学”,而且还要“让不同的人 在数学上得到不同的发展”。现实告诉我们,在教学的过程中确实存在一批对数学有着浓厚的兴趣且富有数学潜质的数学苗子,如何对这部分学生进行因材施教,促进他们全面、持续、和谐的发展,是我们数学教育工作者一直思考的问题。无数的事实证明,优秀的数学课外书籍对于数学苗子的成长有着催化作用。我们编写《走近奥数——夯实你的数学基础》这套书,目的就是想为爱好数学的小数学迷们提供一些课外学习的材料,让他们通过这套书的学习,开拓知识视野,获得更好的发展。

这套书,依据课本,又高于课本,它的上限为奥数,下限为教材中的拓宽题,它面向 40% 学有余力的学生。内容上与教材同步,跟课堂基础知识有密切联系,所撰写的例题、习题,尽量与提倡探究的课改精神相符。知识体系完整,覆盖面广,难易适当,不超前,在提高知识点的同时,注重学生思维的启迪,数学方法的掌握,技能技巧的形成,是一套很实用的课外教辅读物。

本套书的体例大致分为“创设情境”、“教你一招”、“提炼方法”、“大展身手”、“挑战自我”五大部分。让学生在充满新颖有趣的数学问题中走进数学王国,在老师循循善诱的指导下学会思维,在自我思考中领悟解题思路,在趣味性、思考性、开放性、实践性都很强的习题解答中大展身手,在不断进取中挑战自我。因而,这也是一套可读性很强的儿童课外阅读教材。

另外,这套书在编写过程中,模拟课堂教学程序设计编写形式,使每 1 个课题的内容控制在 35 分钟左右,因而可供小学数学教师开展课外活动时参阅、选用。同时,这套书也可作为家庭教育备用书,它对家长培养孩子学习兴趣和提高思维能力等方面,都有很好的借鉴作用。

这套书的编写人员都是在教学第一线的特级教师、中学高级教师或小学高级教师,并长期从事小学数学竞赛辅导,他们中有的 是国家、省级奥林匹克数学竞赛辅导一级教练员。在多年的实践中,积淀了丰富的辅导经验,所辅导的学生上百次获得全国、省竞赛一等奖,为社会培养、输送了一大批数学优秀人才。我们衷心地希望读者会喜欢这套书。如果在学完以后,能够获得一些启迪,我们将感到无比欣慰。

本套书共有四册(小学三~六年级各一册),每一册又分上、下两个学期,每个学期各安排 32 个课题,每 4 个课题有一套综合练习,每学期配有期中、期末测试各一套。书的最后还附有参考答案,难度大一点的习题还有提示及分析过程,供读者参考。

因时间仓促,书中难免出现疏漏和错误,希望读者多批评指正。

目 录

第 一 学 期

1. 欢喜开心	1	17. “迷你”计算器	27
2. 奇妙的运算符号	2	18. 数一数中的小秘密	29
3. 奔向 2008	4	19. 比一比谁的眼力好	31
4. 小小司令官	5	20. 老人的遗嘱	32
综合练习一	7	综合练习五	34
5. 高斯求和的启示	7	21. 猪八戒分蛋糕	34
6. 算得快的奥秘	9	22. 小狐狸吃饼	36
7. 恼人的近似数	10	23. 花园面积有多大	38
8. “小鬼”当家	11	24. 添一添,真方便	39
综合练习二	12	综合练习六	41
9. 将军饮马	13	25. 谁来站角	42
10. 邮递员走的路线	14	26. 我来做中间人	43
11. “架线”与“挖渠”的学问	16	27. 两只电表	45
12. 走进“世界杯”	18	28. 有趣的里程碑	46
综合练习三	19	综合练习七	47
13. 小狗跑了多远	20	29. 老师的好帮手	48
14. 兄妹上学	21	30. 查找假药	49
15. 逆水行舟不进则退	23	31. 字母的妙用	50
16. 智断真假	24	32. 逆电梯而行	51
综合练习四	26	综合练习八	52
期中测试	26	期末测试	53

第 二 学 期

33. 张老师的分数	54	39. 切年糕的启示	63
34. 小马虎错在哪里	55	40. 涂漆的积木块	65
35. 我们去春游	56	综合练习十	66
36. 敬老院里的笑声	58	41. 墓碑上的象形字	67
综合练习九	59	42. 解开数字的秘码	68
37. 牛顿与牧场	60	43. 展览厅里的灯	69
38. 俄罗斯方块	61	44. 换位成功否	70

综合练习十一	71	56. 中奖机会	86
45. 数学皇冠上的明珠	72	综合练习十四	87
46. 减轻你的负担	73	57. 历史上的今天	88
47. 截铁丝	74	58. 天干与地支	89
48. 生产调度员	75	59. 上楼的学问	91
综合练习十二	76	60. 纸上剪洞	92
期中测试	76	综合练习十五	94
49. 请你当裁判	77	61. “抢 30”	94
50. 五树梅花廿一枝	78	62. 移棋子	96
51. 书签的位置	79	63. 标签问题	97
52. 鸡舍的面积	80	64. “苹果”和“抽屉”	99
综合练习十三	81	综合练习十六	100
53. 孙悟空的戏法	81	期末测试	100
54. 奇妙的埃及分数	83	参考答案	102
55. 快速比较	84		

1. 欢喜开心

[你能吃到开心果吗]

星期天,欢欢一手拿着卡片,一手拿着一袋开心果,到喜喜家去玩。喜喜见了欢欢,忙问:“这是什么呀?”手指着卡片,眼睛却看着开心果。欢欢说:“你要做对下面的一题,就可以吃到开心果啦!”喜喜忙打开卡片看,原来题目是:

$$\begin{array}{r}
 \text{十 厘 米} \\
 \times \text{十 厘 米} \\
 \hline
 * * * * \\
 * * * * \\
 * * * \\
 \hline
 \text{百 平 方 厘 米}
 \end{array}$$

“百平方厘米”代表的五位数是多少?

如果你是喜喜,你能吃到开心果吗?

[教你一招]

例 1: 下列算式中,不同的字母代表不同的数字,那么 $ABCDEF$ 代表的六位数是多少?

$$\begin{array}{r}
 ABCDEF \\
 \times \quad \quad \quad 3 \\
 \hline
 BCDEFA
 \end{array}$$

分析: 首先考虑 A , A 只能是 1 或者 2,想一想,为什么?

其次,从乘积考虑(1) 当 $A=1$ 时, $F=7$,依次向前推 $E=5, D=8, C=2, B=4$ 。(2) 当 $A=2$ 时,则 $F=4$,依次向前推, $E=1, D=7, C=5, B=8$ 。

解: $ABCDEF$ 代表的六位数是 142857 或 285714。

例 2: 下式中的“欢喜开心”分别表示几?

$$\begin{array}{l}
 \text{欢欢喜喜} \div \text{喜} + \text{欢} = 2000 \\
 \text{开} \times \text{开心心} + \text{开心} = 2000
 \end{array}$$

分析: (1) 因为 $\text{欢欢喜喜} = \text{欢}0\text{喜} \times 11$,所以比 2000 小又是 11 的倍数的是 $1991 = 181 \times 11$, $\text{欢} = 2000 - 1991 = 9$ 。因为 900 大约是 181 的 5 倍,所以 $\text{喜} = 5$,即 $9955 \div 5 + 9 = 2000$ 。

(2) 因为 $\text{开} \times \text{开心心}$ 接近 2000,即大约是一千九百多,所以“开”最大只能是 4,而且“心”必须是 9 或者 8,经试验“心”=9 太大,“心”=8 正好,即 $4 \times 488 + 48 = 2000$ 。

解: 欢=9 喜=5 开=4 心=8

[提炼方法]

从上面的分析中,你能发现规律吗?其实,在解题时,首先要整体观察,找准突破口(一般是从某个数的首位或末位上入手),再确定范围,避免走弯路,最后将推出的数字代入原题中验证。

这时喜喜通过思考,也得到了开心果。“百平方厘米”=30976。

[大展身手]

1. 在下列算式中,不同的字母代表不同的数字,相同的字母代表相同的数字。当他们各代表什么数字时,以下各算式都成立?

$$\begin{array}{r} (1) \quad ABC \\ \times \quad D \\ \hline 1673 \end{array} \quad \begin{array}{r} (2) \quad ABCDEF \\ \times \quad 5 \\ \hline FABCDE \end{array} \quad \begin{array}{r} (3) \quad ABCBD \\ - \quad EFAG \\ \hline FFF \end{array} \quad \begin{array}{r} (4) \quad AA \\ \times \quad AA \\ \hline BBCC \end{array}$$

2. “迎春杯”三个字分别代表不同的数字,请根据

$$\text{迎} + \text{春}^2 = \text{迎春} \qquad (\text{迎} + \text{杯})^2 = \text{迎杯}$$

这两个算式,推出“迎春杯”代表的三位数是多少?

3. 下列三个等式同时成立,那么“走近奥数”代表的四位数是多少?

$$\text{走} - \text{近} + \text{奥} + \text{数} = 10$$

$$\text{走} \times \text{近} - \text{奥} + \text{数} = 10$$

$$\text{走} \div \text{近} + \text{奥} + \text{数} = 10$$

4. 把下列文字竖式翻译成算式

$$\begin{array}{r} \text{兵炮马卒} \\ + \text{兵炮车卒} \\ \hline \text{车卒马兵卒} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \text{走近奥数祝你快乐} \\ \times \qquad \qquad \qquad \text{乐} \\ \hline \text{走走走走走走走走} \end{array}$$

[挑战自我]

1. 下面的算式中,不同的汉字代表不同的数字,相同的汉字代表相同的数字,如果“巧+解+数+字+谜”=30,那么“数字谜”代表的三位数是_____。

$$\begin{array}{r} \text{谜} \\ \text{字谜} \\ \text{数字谜} \\ \text{解数字谜} \\ + \text{我解数字谜} \\ \hline \text{巧解数字谜} \end{array}$$

2. 下面算式中,不同的汉字代表不同的数字,相同的汉字代表相同的数字,请你翻译出算式。

$$\text{数} \times \text{学} \text{祝} \times \text{你} = \text{数} \text{祝} \text{你}$$

$$\text{好} \times \text{学} \text{快} \times \text{乐} = \text{好} \text{快} \text{乐}$$

2. 奇妙的运算符号

[你会填吗]

小明眼睛真亮,一进电脑室就看到屏幕上大大的“+”、“-”、“×”、“÷”等符号,咦!这不是运算符号吗?小明赶忙挤过去细瞧,原来是:

在所给的算式中,添上“+”、“-”、“×”、“÷”和“()”,使算式成立。

$5 \ 5 \ 5 \ 5 = 1$

$5 \ 5 \ 5 \ 5 = 2$

$5 \ 5 \ 5 \ 5 = 3$

$5 \ 5 \ 5 \ 5 = 4$

$5 \ 5 \ 5 \ 5 = 5$

小明快速思考,很快正确填写完成。同学们,你们也会填吗?

[教你一招]

例 1: 把 +、-、×、÷ (各用一次) 分别填入下面的圆圈中,并且在长方形中填上适当的整数,使两个等式都成立,这时,长方形中应填几?

$9 \bigcirc 13 \bigcirc 7 = 100$

$14 \bigcirc 2 \bigcirc 5 = \square$

分析: 先看第一个等式,因为结果是 100,比较大,所以要先选用“×”, $9 \times 13 = 117$,与 7 计算,无论如何不能等于 100,而 $13 \times 7 = 91$,正好有 $9 + 13 \times 7 = 100$,第二个等式就只能填“÷”和“-”了,先考虑“÷”,因为结果要求是整数,所以不能 $2 \div 5$,只能选 $14 \div 2$,因此,第二个等式为: $14 \div 2 - 5 = 2$ 。

解: $9 + 13 \times 7 = 100$

$14 \div 2 - 5 = 2$

例 2: 算式: $4 \times 6 + 24 \div 6 - 3$ 的结果是 25,现在允许你使用括号,你还能得到哪些不同的结果?

分析: 首先,括号的作用是改变运算顺序,因此,不能改变运算顺序的括号是不算的。其次,填括号也要按照一定的次序添加,如先添一个小括号,有:

$\square 4 \times (6 + 24) \div 6 - 3 = 17$

$\square 4 \times (6 + 24 \div 6) - 3 = 37$

$\square 4 \times 6 + 24 \div (6 - 3) = 32$

$\square (4 \times 6 + 24) \div 6 - 3 = 5$

接下去添两个小括号,有:

$\square 4 \times (6 + 24) \div (6 - 3) = 40$

$\square (4 \times 6 + 24) \div (6 - 3) = 16$

再接下去,添一个中括号,一个小括号,有:

$\square 4 \times [(6 + 24) \div 6 - 3] = 8$

$\square 4 \times [6 + 24 \div (6 - 3)] = 56$

解: 还可以得到 9 种不同的结果。

[帮你整理]

从上面的分析,你发现什么规律了吗?实际上,在思考时,只要记住相同数字间四则运算的几个特例,填这类题目就方便了。

$(1) A \div A = 1$

$(2) AA \div A = 11$

$(3) (A + A) \div A = 2$

$(4) (A - A) \div A = 0$

$(5) (A + A + A) \div A = 3$

$(6) (A \times A + A) \div A = A + 1$

$(7) (A \times A - A) \div A = A - 1$

现在,我们一起来做小明发现的题目。

解: $5 \div 5 + 5 - 5 = 1$

$5 \div 5 + 5 \div 5 = 2$

$(5 + 5 + 5) \div 5 = 3$

$(5 \times 5 - 5) \div 5 = 4$

$(5 - 5) \times 5 + 5 = 5$

[大展身手]

1. 把 +、-、×、÷ 分别填入下面等式的○内,使等式成立。(每题每个运算符号只能使用一次)

$(1) 11 \bigcirc 5 \bigcirc 7 \bigcirc 27 \bigcirc 9 = 51$

$(2) (5 \bigcirc 13 \bigcirc 7) \bigcirc (17 \bigcirc 9) = 12$

2. 在下列算式中的适当地方填上 +、-、×、÷、(),使算式成立。

$3 \ 3 \ 3 \ 3 = 1$

$3 \ 3 \ 3 \ 3 = 2$

$3 \ 3 \ 3 \ 3 = 3$

$3 \ 3 \ 3 \ 3 = 4$

$3 \ 3 \ 3 \ 3 = 5$

$3 \ 3 \ 3 \ 3 = 6$

$$3 \ 3 \ 3 \ 3=7$$

$$3 \ 3 \ 3 \ 3=8$$

$$3 \ 3 \ 3 \ 3=9$$

3. 在下面的算式中填上括号,使得计算结果最大。

$$1 \div 2 \div 3 \div 4 \div 5 \div 6 \div 7 \div 8 \div 9$$

[挑战自我]

1. 给算式 $60 \div 10 - 4 \times 2 + 1$ 添上括号,使计算结果不同,你最多能写出几种。

2. 在下面的算式中填上若干个括号,使得等式成立。

$$1 \div 2 \div 3 \div 4 \div 5 \div 6 \div 7 \div 8 \div 9 = 6.3$$

3. 奔向 2008

[你能行吗]

2001年7月14日一大早,小勇约了小英一起去学校参加庆祝北京获得了2008年奥运会主办权的活动。走在路上,他们两人互赠礼物。打开一看,不禁相视一笑,原来小勇给的礼物是:在15个8中的适当地方,添上+、-、×、÷,使结果等于2008,即

$$8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 = 2008$$

小英的礼物是:在15个6中的适当地方,添上+、-、×、÷,使结果等于2008,即

$$6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 = 2008$$

一到学校,他们迅速并正确添好了符号。如果你是他们的同学,你行吗?

[教你一招]

例1:小勇和小英给出的两道题。

分析:这两个式子数字很大,我们一般采用“凑数法”,就是先凑出一个与结果相近的数,再加以调整,如(1) $8888 \div 8 + 888 = 1999$,这里用了8个8,还有7个8,要用这7个8组成一个9,很容易得出 $8 \div 8 + 8 = 9$,还有4个8组成一个零,就更方便了。(2) $666 + 666 + 666 = 1998$,这里用了9个6,还有6个6,组成一个10,是 $6 + 6 - 6 \div 6 - 6 \div 6 = 10$ 。

解: $8888 \div 8 + 888 + 8 \div 8 + 8 + 88 - 88 = 2008$

$$666 + 666 + 666 + 6 + 6 - 6 \div 6 - 6 \div 6 = 2008$$

例2:在下面等式的适当地方填上运算符号,使等式成立。

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 = 1$$

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 = 2$$

分析:(1)首先考虑把1到9看成两组数,1到9九个数字的和是45,也就是两组数的和是45,结果要求是1,也就是这两组数的差是1,根据和差问题,得出这两组数分别是23和22,然后,找出哪几个数字的和是22。如 $6 + 7 + 9 = 22$,即6、7、9这三个数字是一组数,要用减号减去,其余数字前都是加号。

(2)同样,考虑到两组数的和是45,差是2,但得不到合理的答案,我们可以考虑把和45调整变成偶数,如 $1 \times 2 = 2$,再加上其他7个数字的和就是44,差是2,求得两组数分别是23和21,接下来,只要找出哪几个数字的和是21,用减号减去,其他数字仍用加号即可。

当然,像 $2 \times 3 = 6$ 与其他7个数字的和是46;或把1和2看成12与其他7个数字的和是54都可用和差问题求出两组数。

$$\text{解: } 1 + 2 + 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + 8 - 9 = 1$$

$$1 \times 2 + 3 - 4 + 5 + 6 + 7 - 8 - 9 = 2$$

☀[用心领悟]

从上面的分析中,你发现填运算符号的方法了吗?

- (1) 对于一些较大的数,可采用“凑数法”即先凑出一个与结果相近的数,再稍加调整。
- (2) 对于一些较小的数可采用“和差问题”来解答。

🌀[大展身手]

1. 在下列算式中的适当地方,填上+、-、 \times 、 \div ,使等式成立。

- (1) $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9=5$
- (2) $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9=6$
- (3) $9\ 8\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1=15$
- (4) $9\ 8\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1=20$

2. 下列每个算式里,都有一个运算符号是错的,你能改过来吗?

- (1) $1+2+3+4+5+6+7+8+9=44$
- (2) $1+2+3+4+5+6+7+8+9=50$
- (3) $1+2+3+4+5+6+7+8+9=100$

3. 在下列算式的适当地方,添上+、-、 \times 、 \div ,使下面的等式成立。

- (1) $2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2=2008$
- (2) $3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3=2008$
- (3) $4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4=2008$
- (4) $9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9=2008$

🌀[挑战自我]

1. 在下列算式中的适当地方,只添一些加号或减号,使下面等式成立,你各能想出多少种不同的填法。

- (1) $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9=100$
- (2) $9\ 8\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1=23$

2. 在下列算式的适当地方,添上+、-、 \times 、 \div ,使下面的等式成立。

- (1) $5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5=2008$
- (2) $7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7=2008$

4. 小小司令官

🌀[你能当上小小司令官吗]

第二小队进行假日活动。小明自告奋勇地说:“今天我们一起做个游戏,叫‘小小司令官’,我先来做司令官,你们每个人都必须按照我的命令去执行。”接着,小明发布命令规定: $a\odot b=a\times b-(a+b)$,计算(1) $5\odot 8$ (2) $(5\odot 4)\odot 3$ 大家立即执行命令。小红最早执行完毕。接下来,小红当起了“司令官”……,同学们,如果你也参加这个活动,你能当上小小司令官吗?

🌀[教你一招]

例 1: 规定: $a\odot b=a\times b-(a+b)$

求: (1) $5\odot 8$

(2) $(5\odot 4)\odot 3$

分析: 根据规定,“ \odot ”这种符号表示的意义是: 前后两个数的积减去这两个数的差。对于第

(2) 小题,应先算出括号里的结果等于 11,然后再求出 $11 \odot 3$ 的结果。

解: (1) $5 \odot 8 = 5 \times 8 - (5 + 8) = 27$

(2) $(5 \odot 4) \odot 3 = [5 \times 4 - (5 + 4)] \odot 3$
 $= 11 \odot 3 = 11 \times 3 - (11 + 3) = 19$

例 2: 已知 $a \triangle b$ 表示 a 的 3 倍减去 b 的一半,例如:

$$3 \triangle 4 = 3 \times 3 - 4 \div 2 = 9 - 2 = 7$$

(1) 求: $10 \triangle (8 \triangle 36)$ 的值。

(2) 已知 $8 \triangle X \triangle 14 = 20$, 求: X 的值。

分析: (1) 按照规定,只要先求出 $8 \triangle 36$ 的值是 6,再求出 $10 \triangle 6$ 的值是 27。

(2) 相当于解方程,先要把 $8 \triangle X$ 看作一个数 A ,即 $A \triangle 14 = 20$,也就是 $3A - 14 \div 2 = 20$,解得 $A = 9$,也就是 $8 \triangle X = 9$,再解方程 $8 \times 3 - X \div 2 = 9$,得 $X = 30$ 。

解: (1) $10 \triangle (8 \triangle 36) = 10 \triangle (8 \times 3 - 36 \div 2) = 10 \triangle 6 = 10 \times 3 - 6 \div 2 = 27$

(2) $8 \triangle X \triangle 14 = 20$
 $(8 \triangle X) \times 3 - 14 \div 2 = 20$
 $(8 \triangle X) \times 3 = 27$
 $8 \triangle X = 9$
 $8 \times 3 - X \div 2 = 9$
 $X \div 2 = 15$
 $X = 30$

✿[画龙点睛]

从上面的分析中,你知道定义新运算是怎么回事了吗?

定义新运算,关键是要正确理解这种新运算的意义,并严格按照新运算的要求进行计算。

🌀[大展身手]

- 对于任意两个数 A 和 B ,规定 $A * B = 3A - B \div 3$,求: $5 * 9$ 的值。
- 设 $a \odot b = 4a - 5b$,求: (1) $6 \odot 3$ (2) $(6 \odot 4) \odot 2$
- 已知 $a \odot b$ 表示 a 除以 5 的余数再乘以 b ,求: $22 \odot 14$ 的值。
- 规定 $a \nabla b$ 表示 $(a - b) \div (a + b)$,求: $(5 \nabla 3) \nabla (10 \nabla 6)$ 。
- 命令 $a \triangle b = ab + a \div b$, (1) 求: $10 \triangle 5$ 的值。
(2) 已知 $X \triangle 2 = 10$,求: X 。

🌀[挑战自我]

- 规定 $5 \oplus 2 = 5 + 55 = 60$
 $2 \oplus 5 = 2 + 22 + 222 + 2222 + 22222 = 24690$
 $1 \oplus 4 = 1 + 11 + 111 + 1111 = 1234$
求: (1) $4 \oplus 3$ (2) $3 \oplus 5$
- 已知 $2 * 3 = 2 \times 3 \times 4$
 $4 * 5 = 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8$
求: $(4 * 4) \div (3 * 3)$ 的值。
- 已知: $a \triangle b = ab - 3b$ $a \nabla b = 4a - b$
计算: $(5 \triangle 3) \nabla (7 \triangle 5)$

综合练习一

1. 下列各式中相同的字母代表相同的数字,不同的字母代表不同的数字。

(1) \overline{ABCD} 代表的四位数是()。

(2) \overline{EFCF} 代表的四位数是()。

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad CDEBC \\ - \quad ABCD \\ \hline ACAC \end{array} \qquad \begin{array}{r} \textcircled{2} \quad AB \\ + \quad CAD \\ \hline EFCF \end{array}$$

2. 填上+、-、 \times 、 \div 或(),使等式都成立。

$3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 = 1$

$3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 = 2$

$3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 = 3$

$3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 = 4$

$3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 = 5$

3. 在下面算式中添上括号,使等式成立。

$6 + 36 \div 3 - 2 \times 4 - 1 = 5$

$6 + 36 \div 3 - 2 \times 4 - 1 = 63$

$6 + 36 \div 3 - 2 \times 4 - 1 = 149$

$6 + 36 \div 3 - 2 \times 4 - 1 = 47$

4. 在下面的算式中填上若干个括号,使等式成立。

$1 \div 2 \div 3 \div 4 \div 5 \div 6 \div 7 \div 8 \div 9 = 2.8$

5. “走近奥数”四个字代表哪四个不同的数字时,下面的三个算式同时成立?

$走 + 近 \times 奥 + 数 = 18$

$走 \times 近 - 奥 + 数 = 18$

$走 \times 奥 + 近 - 数 = 18$

6. 规定:符号“ \triangle ”为选择两数中较大的数,“ ∇ ”为选择两数中较小的数,例如 $6 \triangle 5 = 6, 3 \nabla 5 = 3$ 。那么, $[(7 \nabla 3) \triangle 5] \times [5 \nabla (3 \triangle 7)] = (\quad)$ 。

7. 如果 $a \triangle b$ 表示 $(a-2) \times b$,例如 $3 \triangle 4 = (3-2) \times 4 = 4$,那么,当 $a \triangle 5 = 30$ 时, $a = (\quad)$ 。

8. 在下列算式的适当地方,填入+、-、 \times 、 \div ,使等式成立。

(1) $1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 = 21$

(2) $1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 = 74$

9. 在下列算式的适当地方,添上+、-、 \times 、 \div ,使等式成立。


$8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 = 2003$

10. 在下面一排数字中间的任意两个位置写上两个“+”号,使三个自然数的和最大是(),最小是()。

$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 =$

$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 =$

5. 高斯求和的启示

 [你能很快求出结果吗]

宁静的夜晚,小英坐在阳台上,听爸爸讲故事:德国大数学家高斯读小学的时候,有一天,老师

出了这样一道题： $1+2+3+4+\cdots+99+100$ 的和是多少？老师刚把题说完，小高斯迅速、准确地说出了答案 5050，这令老师和班上同学吃惊不已，你能很快说出这个题的结果吗？原来小高斯想：再来一个 100 到 1, 1 和 100 组成 101, 2 和 99 组成 101……共 100 个 101 就是 10100，再除以 2，得到 5050，这种配对的计算方法后人称为“高斯原理”。等差数列求和的公式也源于此。该公式是： $\text{和}=(\text{首项}+\text{末项})\times\text{项数}\div 2$ 。

[教你一招]

例 1：计算 $(1+3+5+\cdots+2003)-(2+4+6+\cdots+2002)$

分析：可以直接用等差数列求和公式分别求出被减数与减数的和，再求差；也可以把原式拆开，重新配对组合，即 $(3-2)$ 为一组， $(5-4)$ 为一组，…… $(2003-2002)$ 为一组，每组差都是 1。显然，第二种思路计算起来简便。

$$\begin{aligned} \text{解：} & (1+3+5+\cdots+2003)-(2+4+6+\cdots+2002) \\ & =1+(3-2)+(5-4)+\cdots+(2003-2002) \\ & =\underbrace{1+1+1+\cdots+1}_{(2004\div 2)\text{个}1} \\ & =1002 \end{aligned}$$

例 2：计算： $0.1+0.3+0.5+0.7+0.9+0.11+0.13+\cdots+0.99$

分析：前 5 个数都是一位小数，为一个等差数列，其余的都是两位小数，也成一个等差数列，我们可以求出这两个等差数列的和，再相加。

$$\begin{aligned} \text{解：} & 0.1+0.3+0.5+0.7+0.9+0.11+0.13+\cdots+0.99 \\ & = (0.1+0.9)\times 5\div 2+(0.11+0.99)\times 45\div 2 \\ & =2.5+24.75 \\ & =27.25 \end{aligned}$$

[提炼方法]

从上面的分析中，相信你对高斯原理有了更深刻的理解。

等差数列求和公式要掌握，但运用时不能盲目使用，有时需要用重新配对组合的方法进行才更为简便。

[大展身手]

- 计算：(1) $1+2+3+\cdots+1999$
(2) $1949+1950+1951+\cdots+2003$
(3) $(101+103+105+\cdots+199)-(90+92+94+\cdots+188)$
- 计算： $2004+2003-2002-2001+2000+1999-1998-1997+\cdots+4+3-2-1$
- 在数列 7, 10, 13, 16, …… 中 2002 是第几个数？第 2002 个数是多少？
- $(1+1.2)+(2+1.2\times 2)+(3+1.2\times 3)+\cdots+(99+1.2\times 99)+(100+1.2\times 100)$

[挑战自我]

1. 莎莎练习口算，她按照自然数的顺序从 1 开始求和，当计算到某个数时，和是 1000，但她重复计算了其中一个数，问：莎莎重复计算了哪个数。

2. 在 1, 4, 7, 10, 13, ……100 中，每个数前面添上一个小数点(小数点前面写上“0”)后，所得的总和是多少？

3. $3.14 \times 26.4 + 31.4 \times 7.35 + 0.314$
4. $2.8 \times 9.6 \times 3.4 \div (1.4 \times 3.2 \times 1.7)$
5. $(33844 - 33.844) \div (67688 - 67.688)$
6. 已知 $a = 0.00 \cdots 025$ $b = 0.00 \cdots 08$

$\underbrace{\hspace{10em}}$
2002 个 0
 $\underbrace{\hspace{10em}}$
2003 个 0

计算： $a+b$ ； $a-b$ ； $a \times b$ ； $a \div b$

❖ [挑战自我]

1. $1991 \times 19921992 \times 199319931993 - 1993 \times 19921992 \times 199119911991$
2. 已知 $1^2 + 2^2 + 3^2 + 9^2 + 10^2 = 385$
求： $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \cdots + 9 \times 10 + 10 \times 11$

7. 恼人的近似数

👉 [谁说得对]

学了求一个数的近似数后，小红对小明说：“我就是不明白，2.90 不就等于 2.9 吗？干吗非得说 2.90 呢？”小明说：“2.90 和 2.9 表示精确数的时候是相等的。但在表示近似数的时候，它们所反映的数的精确程度不同。2.9 表示精确到十分位，它的取值的范围是大于 2.85…小于 2.94…，而 2.90 表示精确到百分位，它的取值范围是大于 2.895…小于 2.904…”。

小朋友，你说谁说得对呢？

👉 [教你一招]

例 1：(1) 若 A 精确到 0.01 的近似值是 2.90，那么 A 是()。

(2) 一个三位小数四舍五入后取近似值是 2.76，这个三位小数可能是()。

分析：(1) A 的近似值是 2.90，那么 A 的取值可以是若干位小数，因此，答案有无数种。

(2) 因为指定是三位小数，那么答案应该是有限的。

解：(1) A 是大于或等于 2.895 小于 2.905 之间的所有小数。

(2) 这个三位小数可能是(2.755、2.756、2.757、2.758、2.759、2.761、2.762、2.763、2.764)这九个数中的某一个。

例 2：(1) 大毛家刚买了新房，客厅面积是 24.88 平方米，他爸让他计算一下至少需要 60×60 厘米的钢砖多少块？

(2) 一只长方体鱼缸，长 6.8 分米，宽 4.3 分米，高 2.7 分米，这只鱼缸最多能盛水多少立方分米？(得数保留整数)

分析：(1) 买钢砖时不能买半块，另外，不能少买。也就是无论小数点后面是多少，都得向整数部分进一，这就是“进一法”。

(2) 鱼缸盛水，你可不能多盛，哪怕是一点儿，它都会溢出来。因此，不论尾数是多是少，只能把尾数舍去。此谓“去尾法”。

解：(1) $60 \text{ 厘米} = 0.6 \text{ 米}$

$$24.88 \div (0.6 \times 0.6) = 69.11 \cdots \approx 70 \text{ (块)}$$

答：至少需要钢砖 70 块。

$$(2) 6.8 \times 4.3 \times 2.7 = 78.948 \approx 78 \text{ (立方分米)}$$

答：这只金鱼缸最多能盛水 78 立方分米。

[归纳小结]

从上面的分析中,你知道近似数是怎么回事了吗?

取近似数的方法有三种:一般情况下,我们都是采用“四舍五入”法,但在实际生活中,你一定要注意有时候要采用“进一法”或“去尾法”。

[大展身手]

1. 一个小数精确到十分位是 1.8,那么这个小数可能是哪些数?
2. 一个两位小数精确到十分位是 2.0,这个小数可能是哪些数?
3. 某校六年级共有学生 262 人,他们要租车去国防园参观,已知每辆大客车限载 50 人,该校至少要租几辆大客车?
4. 一段长 10 米的钢材,要截成每根 2.6 米的钢料,能截成几根?
5. 一只礼品盒,长 4 分米,宽 2.8 分米,厚 0.3 分米。小英至少要买多大的一张包装纸才能包装好?(得数保留整平方分米)

[挑战自我]

1. 小明星期天学买菜,他带了 10 元钱,先到鱼摊,每斤 4.5 元的鲫鱼买了 1.6 斤,又买了每斤 0.8 元的土豆 2 斤,他最多还能买几斤青菜(已知每斤青菜 0.5 元)?(得数保留整数)
2. 某人执行爆破任务时,点燃导火线后往 70 米开外的安全地带奔跑,其奔跑的速度为 7 米/秒,已知导火线燃烧的速度是 0.112 米/秒,问:导火线的长度至少多长才能确保安全。(得数保留一位小数)

8. “小鬼”当家

[是对还是错]

星期天,小红与妈妈一起去菜场买菜,猪肉每千克 14.7 元,称了 2.2 千克,卖主要 32.84 元,小红忙说:“不对,不对。”同学们,你能很快看出是对还是错吗?

[教你一招]

例 1: 有 13 个自然数,小明计算它们的平均数精确到百分位是 12.56,老师说最后一个数字写错了。你知道正确的答案吗?

分析: 根据老师说最后一个数字写错了,说明正确的答案大于 12.5,小于 12.6。而且 13 个自然数的和一定是整数。推出这 13 个自然数的和可能是多少,再正确地计算出平均数。

$$\begin{aligned} \text{解: } 12.5 \times 13 &= 162.5 \\ 12.6 \times 13 &= 163.8 \\ 162.5 < 163 < 163.8 \\ 163 \div 13 &\approx 12.54 \end{aligned}$$

例 2: 求下式的整数部分: $1.22 \times 8.03 + 1.23 \times 8.02 + 1.24 \times 8.01$

分析: 在 1.22×8.03 , 1.23×8.02 和 1.24×8.01 中,各式的两个因数之和都相等,当两个因数的和一定时,这两个因数越接近,它们的积就越大,于是得到

$$1.22 \times 8.03 < 1.23 \times 8.02 < 1.24 \times 8.01$$

因此原式一定大于 $1.22 \times 8.03 \times 3$,一定小于 $1.24 \times 8.01 \times 3$

$$\text{解: 原式} > 1.22 \times 8 \times 3 = 29.28$$

$$\text{原式} < 1.25 \times 8 \times 3 = 30$$

所以原式的整数部分是 29。

✿[提炼方法]

估算的一般方法是“放缩”法。对于一个数,如果不知道它的确切数值,那么可以根据条件,适当地将它放大或缩小,再进一步确定它的具体数值。但“放大”、“缩小”要适当。

到现在,你能发现小红说的话有道理吗?其实,如果猪肉每千克 15 元,才不过 33 元,现在每千克要少 0.3 元,那么 2.2 千克至少要少 0.66 元,也就是 32.34 元才对呢!

🌀[大展身手]

1. 选择题:两个三位数的乘积可以是_____。

- A. 三或四位数 B. 五或六位数 C. 七或八位数 D. 九位数

2. $71\square\square\square \div 6\square$ 的商是几位数?

3. 杨阳在计算 11 个整数的平均值(保留两位小数)时,得数为 15.33,老师说,最后一位数字错了,你能知道正确的结果吗?

4. 有 17 个自然数,它们的平均值精确到小数点后一位数是 21.3,那么精确到小数点后三位数是多少?

5. 求下式的整数部分:

$$2.45 \times 4.05 + 2.46 \times 4.04 + 2.47 \times 4.03 + 2.48 \times 4.02 + 2.49 \times 4.01$$

🌀[挑战自我]

1. $12345678910111213 \div 31211101987654321$ 所得商的小数点后前三位数字依次是多少?

2. 有一列数,第一个数是 105,第二个数是 85,从第三个数开始,每个数是它前面两个数的平均数,那么第 100 个数的整数部分是多少?

综合练习二

1. 用简便方法计算下面各题:

(1) $0.279 \times 343 + 0.657 \times 279$

(2) $36 \times 2.54 + 1.8 \times 49.2$

(3) $3.8 \times 3.6 \times 4.5 \div 3.8 \div 7.2 \div 1.5$

(4) $(99663 - 99.663) \div (33221 - 33.221)$

(5) $1994 \times 19951995 - 1995 \times 19941994$

2. 计算: $101 + 102 + 103 + \dots + 199 + 200$

3. 计算: $1 + 4 + 7 + 10 + \dots + 1000$

4. 计算: $1 - 2 - 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + 8 + 9 - 10 - 11 + 12 + \dots + 1997 - 1998 - 1999 + 2000 + 2001$

5. 所有两位数的和是多少?

6. 已知数列: 5, 10, 15, 20, 25, 30, ……

(1) 这列数的第 61 项是多少?

(2) 2005 是这列数的第几个数?

(3) 这列数中前 100 个数的和是多少?

7. 一个三位小数,四舍五入后取近似值是 1.85,这个小数最大可能是多少?

8. 一堆黄沙 15 立方米,每立方米黄沙重 1.7 吨,用一辆载重 4 吨的卡车最少运几次?

9. 老师在黑板上写了 14 个自然数,让小明计算平均数(保留三位小数),小明计算出的答案是 16.387,老师说小数点后第二位错了,其他的数字都对,正确答案应该是多少?