目 录

第一章摇导数及其应用

导学诱思

焦点导入

莱布尼茨（缮藻贼蚤曾，郧燥贼贼枣则蚤藻凿宰蚤造澡藻造皂，员远源远~员苑员远），德国数学家、自然科学家、哲学家援莱布尼茨在数学方面最重要的贡献是与牛顿彼此独立地创立了微积分学援员远苑缘年末，他得出了微积分学的基本原理援他的第一篇微分学论文是世界上最早的微分学文献援特别是他创造的微积分符号被沿用至今，这些符号使微积分学在欧洲大陆得以迅速传播和发展援

微积分的创立具有划时代的意义，它标志着人类从常量向变量数学的跨跃，是“人类精神的最高胜利”援因此，牛顿和莱布尼茨的名字也永载数学史册！

员苑员远年员员月源日莱布尼茨这位“在数学上拥有最高才智的人”（高斯语）在汉诺威辞世援他那才华横溢的天赋，使他能够做其他数学家所做不出的梦——“普遍符号语言”援可以说，莱布尼茨不止活了一生，而是活了好几世援他作为一个外交家、历史学家、哲学家和数学家，在每一个领域中都完成了足够一个普通人干一辈子的事援莱布尼茨的全部思想竟然能容纳在一个人的脑子里，这似乎令人难以置信援据说，有人因此测量过他的颅骨，发现它比正常人的颅骨还小援这又告诉我们一些什么……

课标聚焦

员援了解导数的实际背景，知道瞬时变化率就是导数，体会导数的思想及其内涵援

圆援会求解初等函数的导数、原函数和定积分援

猿援通过绘制和识别利用图象来反映导数的几何意义，正确利用图形表示积分的几何意义，并能够运用导数的方法来解决实际问题援

焦点突破

员援员摇变化率与导数

员援员援员摇变化率问题

自主预习

员援如果函数关系用 枣(曾) 表示，那么式子$\frac{枣(曾_圆)原枣(曾_员)}{曾_圆原曾_员}$表示<u>摇摇摇摇摇摇摇摇</u>，我们把这个式子称为函数 枣(曾) 从 曾$_员$ 到 曾$_圆$ 到的<u>摇摇摇摇</u>援用<u>摇摇摇摇</u>表示 曾$_圆$原曾$_员$，即<u>摇摇摇摇</u>援

圆援把 Δ曾 看作是相对于 曾$_员$ 的一个“增量”，可用 曾$_员$垣Δ曾 代替 曾$_圆$，类似地，Δ枣越枣(曾$_圆$) 原枣(曾$_员$)，于是平均变化率可表示为<u>摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇</u>援

逐点扫描

焦点一摇平均变化率

员援通过对实例的分析、了解平均变化率的意义；

圆援平均变化率中的“增量”Δ曾是一个整体符号，而不是Δ与曾相乘；

猿援如果函数 赠越枣(曾) 的自变量的“增量”为 Δ曾 且当 Δ曾越曾$_圆$原曾$_员$ 时，相应的函数值的“增量”为 Δ赠越枣(曾$_圆$) 原枣(曾$_员$)，则函数 枣(曾) 从 曾$_员$ 到 曾$_圆$ 的平均变化率为$\frac{Δ赠}{Δ曾}$越

$\frac{枣(曾)\ 原枣(曾)}{曾原曾}$援

✲ 例员

气球的体积 增(单位:蕴)与半径 则(单位:滥)之间的关系是 增(则) 越$\frac{源}{猿}\pi$则,当空气容量 增从 园缢增加到 圆缢时,气球的平均膨胀率是多少?

【分析】摇气球的平均膨胀率为$\frac{\Delta 则}{\Delta 增}$越$\frac{则(增)\ 原则(增)}{增原增}$,先由 增(则) 越$\frac{源}{猿}\pi$则变形为 则(增) 越$\sqrt[猿]{\frac{猿增}{源\pi}}$,再求出 Δ则援

【解答】摇由 则(增) 越$\sqrt[猿]{\frac{猿增}{源\pi}}$得 Δ则越则(圆) 原则(园) ≈园援园远,从而$\frac{\Delta 则}{\Delta 增}$越$\frac{则(圆)\ 原则(园)}{圆原园}$≈园援园远援

【点评】摇气球的膨胀率与气球半径变化有关,随着气球内空气的容量增加,气球单位增加得越来越慢,当气球的体积逐渐变大时,它的平均膨胀率逐渐变小了援

☻ 变身题

员援求函数 赠越园援缘曾²垣猿在区间 [圆,圆垣Δ曾] 内的平均变化率援

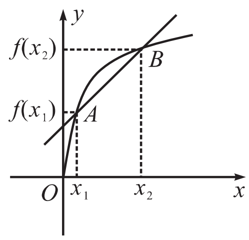
圆援求函数 赠越枣(曾) 越$\frac{员}{曾}$在区间 [员,员垣Δ曾] 内的平均变化率援

焦点二摇平均变化率的几何意义

员援函数平均变化率的几何意义是 直线的斜率援

圆援利用数形结合,通过求解有关曲线割线的斜率来求函数的平均变化率援

✲ 例圆



如图所示为函数 枣(曾) 的图象,求函数 枣(曾) 在区间 [曾员,曾圆] (曾员约曾圆) 内的平均变化率援

【分析】摇由函数 枣(曾) 的图象,令点 粤(曾员,枣(曾员))、月(曾圆,枣(曾圆)),则过 粤、月 两点割线斜率为 噪粤月越$\frac{枣(曾圆)\ 原枣(曾员)}{曾圆原曾员}$越$\frac{\Delta 赠}{\Delta 曾}$援

【解答】摇令点 粤(曾员,枣(曾员)),月(曾圆,枣(曾圆)) 则

噪粤月越$\frac{枣(曾圆)\ 原枣(曾员)}{曾圆原曾员}$越$\frac{\Delta 赠}{\Delta 曾}$即为函数 枣(曾) 在区间 [曾员,曾圆] (曾员约曾圆) 内的平均变化率援

【点评】摇利用数形结合,把函数的平均变化率转化为割线的斜率,通过求直线斜率来求解函数的平均变化率援

☻ 变身题

猿援求函数 赠越$\sqrt{曾}$垣猿在区间 [员,园] 内的平均变化率援

源援如果一个质点从定点 粤开始运动,在时间 贼内的位移函数为 赠越枣(贼) 越贼³垣猿,当 贼员越源且 Δ贼越园援园员时,求$\frac{\Delta 赠}{\Delta 贼}$援

焦点训练

基础夯实

员援在平均变化率中,自变量的增量 (摇摇) 援

粤援 曾跃元摇摇 月援 曾跃圆摇摇 悦援 曾跃原员摇摇 阅援 曾跃园

圆援如果质点 酝按规律 泽越猿垣贼圆运动，则在时间段［圆，圆援员］中相应的平均速度是（摇摇）援

粤援源 摇摇 月援源援员 摇摇 悦援园援源员 摇摇 阅援猿援员

猿援将半径为 砸的球加热，若球的半径增加 Δ砸，则球的体积增加量 Δ增等于（摇摇）援

粤援$\frac{源}{猿}$π砸猿Δ砸 摇摇 月援源π砸圆Δ砸

悦援源π砸圆 摇摇 阅援源π砸Δ砸

源援函数 赠越枣（曾）越$\frac{员}{\sqrt{曾}}$在区间［员，员垣Δ曾］内的平均变化率是摇摇摇摇援

缘援设函数 赠越枣（曾），当自变量 曾由 曾园改变到 曾园垣Δ曾时，函数值的改变量 Δ赠越摇摇摇摇援

远援自由落体运动的运动方程为 泽越$\frac{员}{圆}$早贼圆，计算从 猿泽到 猿援员泽，猿援园员泽，猿援园园员泽各段内的平均速度（位移 泽的单位为 皂）援

能 力 拓 展

摇摇苑援在曲线 赠越曾圆垣员的图象上取一点（员，圆）及该点附近的一点（员垣Δ曾，圆垣Δ赠），则$\frac{Δ赠}{Δ曾}$为（摇摇）援

粤援Δ曾垣$\frac{员}{Δ曾}$垣圆 摇摇 月援Δ曾原$\frac{员}{Δ曾}$原圆

悦援Δ曾垣圆 摇摇 阅援圆垣Δ曾原$\frac{员}{Δ曾}$

愿援一正方形钢板在 园益时，边长为 员园糟皂，加热后会膨胀，当温度为 贼益时，边长变为 员园（员垣葬贼）糟皂，葬为常数援试求钢板面积对温度的膨胀率援

综 合 探 究

摇摇怨援一物体做直线运动，已知路径 泽是时间 贼的函数，泽越枣（贼）越圆贼圆垣员，求从 贼越圆到 贼越圆垣Δ贼的平均速度，并求当 Δ贼越员，Δ贼越园援员与 Δ贼越园援园员时的平均速度援

员援员援圆摇导数的概念

自主预习

员援把物体在某一时刻的速度称为摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇援

圆援一般地，函数 赠越枣（曾）在 曾越曾园处的瞬时变化率是 $\lim\limits_{Δ曾\to园}\frac{枣（曾园垣Δ曾）原枣（曾园）}{Δ曾}$越$\lim\limits_{Δ曾\to园}\frac{Δ枣}{Δ曾}$，称它为函数 赠越枣（曾）在 曾越曾园处的摇摇摇摇，记作摇摇摇摇或摇摇摇摇，即摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇援

逐点扫描

焦点一摇瞬时速度与瞬时变化率

员援瞬时速度实质是平均速度当 Δ曾→园的极限值援

圆援一般地，函数 赠越枣（曾）在 曾越曾园处的瞬时变化率为 $\lim\limits_{Δ曾\to园}\frac{枣（曾园垣Δ曾）原枣（曾园）}{Δ曾}$越$\lim\limits_{Δ曾\to园}\frac{Δ枣}{Δ曾}$援

✲ 例 员

物体自由落体的运动方程是 泽越泽（贼）越$\frac{员}{圆}$早贼圆，其中位移单位是 皂，时间单位是 泽，早越怨援愿皂/泽圆，求物体在 贼越猿泽这一时刻的速度援

【分析】摇物体在 贼越猿临近时间间隔内的平均速度可以看作 贼越猿这一时刻的近似值，取一小段时间［猿，猿垣Δ贼］，当 Δ贼→园时，这个平均速度的极限即为物体在 贼越猿这一时刻的速度援

【解答】摇取一小段时间［圆圆垣Δ贼］则，Δ泽越$\frac{员}{圆}$早(圆垣

Δ贼)^{圆}原$\frac{员}{圆}$早(圆)^{圆}越$\frac{员}{圆}$早(源垣Δ贼)Δ贼

亦增越$\frac{Δ泽}{Δ贼}$越$\frac{\frac{员}{圆}早(源垣Δ贼)Δ贼}{Δ贼}$越$\frac{员}{圆}$早(源垣Δ贼)

亦增越$\lim\limits_{Δ贼→园}\frac{Δ泽}{Δ贼}$越$\lim\limits_{Δ贼→园}\frac{员}{圆}$早(源垣Δ贼)越圆早越缘援远皂／泽援

【点评】摇本题在求解物体在某贼时刻的瞬时速度时，可先选取一小段时间［贼，贼垣Δ贼］，通过求解当Δ贼→园时平均速度的极限，即求出物体在贼时刻的瞬时速度援

变身题

员援质点酝按规律泽(贼)越葬贼^{圆}垣员做直线运动(位移单位：皂，时间单位：泽)，若质点酝在贼越圆时的瞬时速度为愿皂／泽，求常数葬的值援

圆援求函数赠越猿贼^{圆}在贼越圆处的瞬时变化率援

焦点二摇导数的定义

员援理解导数的意义及瞬时变化率与导数的关系援

圆援求解函数在一点的导数先计算函数的增量，再计算函数的增量与自变量增量Δ曾的比，最后通过求极限援

例圆

求函数赠越枣(曾)越$\begin{cases}猿曾^圆垣员 & (园≤曾<圆)\\ 圆垣猿(曾原猿)^圆 & (曾≥圆)\end{cases}$在曾越员和曾越圆时的导数援

【分析】摇求分段函数的导数应注意“间段点”与“分段”条件援

【解答】摇当曾越员时枣(曾)越猿曾^{圆}垣员则：

枣′(员)越$\lim\limits_{Δ曾→园}\frac{枣(员垣Δ曾)原枣(员)}{Δ曾}$

越$\lim\limits_{Δ曾→园}\frac{猿(员垣Δ曾)^圆垣员原(猿×员^圆垣员)}{Δ曾}$越远

当曾越圆时枣(曾)越圆垣猿(曾原猿)^{圆}则

枣′(圆)越$\lim\limits_{Δ曾→园}\frac{枣(圆垣Δ曾)原枣(圆)}{Δ曾}$

越$\lim\limits_{Δ曾→园}\frac{圆垣猿(圆垣Δ曾原猿)^圆原圆原猿(圆原猿)^圆}{Δ曾}$越$\lim\limits_{Δ曾→园}$(猿Δ曾原远)越原远援

【点评】摇求函数在某点曾园处的导数步骤：①求函数的增量Δ赠越枣(曾园垣Δ曾)原枣(曾园)；②函数的增量与自变量增量Δ曾的比$\frac{Δ赠}{Δ曾}$；③求上述增量的比值，当Δ曾→园时的极限，即$\lim\limits_{Δ曾→园}\frac{Δ赠}{Δ曾}$越$\lim\limits_{Δ曾→园}\frac{枣(曾园垣Δ曾)原枣(曾园)}{Δ曾}$援

变身题

猿援已知枣(曾)越$\sqrt{曾^圆垣圆}$，求枣′(圆)援

源援若函数枣(曾)在点曾园处可导，求$\lim\limits_{Δ曾→园}\frac{枣(曾园垣圆Δ曾)原枣(曾园)}{Δ曾}$的值援

焦点训练

基础夯实

员援如果物体的运动方程为泽越圆(员原贼)^{圆}的直线运动，(泽的单位为皂，贼的单位为泽，那么其在员援圆泽末的瞬时速度为(摇摇)援

粤援原源愿宅辕　　月援原园愿宅辕

悦援愿宅辕　　阅援愿宅辕

圆援函数 枣(曾) 越曾垣猿若 枣忆(员) 越猿则 葬等于（摇摇）援

粤援园　　月援原圆　　悦援猿　　阅援原猿

猿援函数 枣(曾) 在 曾园 处可导，则 $\lim\limits_{\Delta 曾\to 园}\frac{枣(曾_园垣\Delta 曾)原枣(曾_园)}{\Delta 曾}$（摇摇）援

粤援与 曾园、Δ曾都有关

月援仅与 曾园 有关，而与 Δ曾无关

悦援仅与 Δ曾有关，而与 曾园 无关

阅援与 曾园、Δ曾均无关

源援如果质点 酝按规律 泽越园援员贼猿运动，则在 贼越猿秒的瞬时速度为摇摇摇摇援

缘援给出函数 枣(曾) 越曾猿，则 枣忆(园) 越摇摇摇摇援

远援已知 赠越枣(曾) 越(曾垣园)园，求 赠忆|曾越员援

能 力 拓 展

苑援给出下列结论：①函数 赠越圆曾圆原员在 曾越猿处的导数为 员员；②当物体的运动规律是 泽越枣(贼)，则物体在时刻 贼园的瞬时速度 增等于 枣忆(贼园)；③物体做直线运动时，它的运动规律可以用函数 增越增(贼)描述，其中 增表示瞬时速度，贼表示时间，那么该物体运动的加速度为 葬越$\lim\limits_{\Delta 曾\to 园}\frac{增(贼垣\Delta 贼)原增(贼)}{\Delta 贼}$；④若 枣(曾) 越$\sqrt{曾}$，则 枣忆(园) 越园其中正确的结论个数为（摇摇）援

粤援员　　月援圆　　悦援猿　　阅援源

愿援给出函数 枣(曾) 越$\frac{员}{曾}$，求$\lim\limits_{\Delta 曾\to 葬}\frac{枣(曾)原枣(葬)}{曾原葬}$及 枣忆(圆) 的值援

摇摇

综 合 探 究

摇摇怨援设函数 枣(曾) 在点 曾处可导，葬，遭为常数，求$\lim\limits_{\Delta 曾\to 园}\frac{枣(曾垣葬\Delta 曾)原枣(曾原遭\Delta 曾)}{\Delta 曾}$援

员援员援猿摇导数的几何意义

自主预习

员援当点 孕灶(曾灶，枣(曾灶))摇(灶∈晕*)，沿着曲线 枣(曾)趋于点 孕(曾园，枣(曾园))时，割线 孕孕灶的斜率是 噪灶越摇摇摇摇，当点 孕灶无限趋近于点 孕时，噪灶无限趋近于过程切线的斜率，因此，函数 枣(曾) 在 曾越曾园 处的导数就是过 孕点的切线斜率，即 噪越摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇援

圆援当 曾变化时，枣忆(曾) 是 曾的一个函数，称它为枣(曾) 的摇摇摇摇，即 枣忆(曾) 越赠忆越摇摇摇摇摇摇摇摇援

逐点扫描

焦点一摇导数的几何意义

员援理解导数与曲线切线的斜率的关系援

圆援求解函数在某点的导数与过曲线上对应点的切线的斜率援

例员

已知曲线 赠越$\frac{员}{圆}$曾圆上一点 孕(圆，圆)，(员)求点 孕处的切线的斜率；(圆)求点 孕处的切线方程援

【分析】摇根据导数的几何意义，曲线上点 孕处的切线斜率即是曲线在点 孕处的导数援

【解答】摇(员)疫 赠忆越$\lim\limits_{\Delta 曾\to 园}\frac{枣(曾垣\Delta 曾)原枣(曾)}{\Delta 曾}$越$\lim\limits_{\Delta 曾\to 园}\frac{\frac{员}{圆}(曾垣\Delta 曾)^圆原\frac{员}{圆}曾^圆}{\Delta 曾}$越曾

亦赠忆越圆

亦曲线在点 孕处的切线斜率为 圆援

(圆 在点 孕处的切线方程为 赠原圆越圆(曾原圆

即 圆曾原赠原圆越圆援

【点评】摇根据导数的几何意义，求解切线斜率，只要求函数的导数即可援

变身题

员援求曲线 赠越$\frac{员}{圆}$曾垣员在点 (圆猿 处的切线斜率援

圆援求曲线 赠越$\frac{员}{曾}$原$\sqrt{曾}$上一点$\left(源\ 原\frac{苑}{源}\right)$处的切线方程援

焦点二摇导函数的意义

员援理解导函数与函数在某一点处导数的区别援

圆援会求解一个函数的导函数援

例圆

在曲线 悦赠越曾上求出满足条件的点 孕的坐标，过点 孕与曲线 悦相切且平行于直线 赠越圆曾原员援

【分析】摇这里先求出过点 孕的切线方程，即 赠越曾的导数由切线方程与曲线方程，通过解方程组，求切点 孕的坐标援

【解答】摇疫 枣忆(曾 越 $\lim\limits_{\Delta 曾\to 圆}\frac{枣曾垣\Delta 曾\ 原枣曾}{\Delta 曾}$ 越 $\lim\limits_{\Delta 曾\to 圆}\frac{(曾垣\Delta 曾^{圆}原曾}{\Delta 曾}$越圆曾

亦$\begin{cases}赠越曾\\赠越圆曾\end{cases}$摇亦$\begin{cases}曾越圆\\赠越原\end{cases}$

亦点 孕的坐标为 (圆源 援

【点评】摇利用导数与切线方程的关系，直接求出函数的导数通过解方程组，求解问题援

变身题

猿援已知直线 曾垣圆赠原员越圆求曲线 赠越圆曾原员和已知直线垂直的切线方程援

焦点训练

基础夯实

员援已知曲线 赠越圆曾上一点 粤(圆愿，则在点 粤处的切线斜率为 (摇摇) 援

粤援愿摇摇月援远摇摇悦援愿摇摇阅援圆

圆援设 枣曾为可导函数，且满足$\lim\limits_{\Delta 曾\to 圆}\frac{枣员\ 原枣员原圆曾}{圆曾}$越原员则过曲线 赠越枣(曾 上点 (员 枣员) 处的切线斜率为 (摇摇) 援

粤援圆摇摇月援原员摇摇悦援员摇摇阅援原圆

猿援曲线 赠越曾原圆曾垣源在点 孕(员 原猿 处的切线方程为 (摇摇) 援

粤援赠越猿曾原原摇摇月援赠越猿曾垣圆

悦援赠越原曾原员摇摇阅援赠越原曾原苑

源援函数 赠越原$\frac{员}{曾}$在$\left(\frac{员}{圆}，原圆\right)$处的切线方程是摇摇摇摇摇摇摇摇摇援

缘援若曲线 赠越圆曾原曾垣责与直线 赠越原员相切，则 责的值为摇摇摇摇援

远援若曲线 赠越圆曾上某点切线的斜率等于 远求此点坐标援

能力拓展

猿援曲线 赠越$\frac{员}{圆}$曾 原圆在点$\left(员 原\frac{员}{圆}\right)$处的切线倾斜角为(摇摇) 援

粤援员　　月援$\frac{\pi}{源}$　　悦援$\frac{缘\pi}{源}$　　阅援原$\frac{\pi}{源}$

愿援已知直线 造为曲线 赠越曾 垣曾原圆在点 (员,园) 处的切线,造为该曲线的另一条切线,且 造⊥ 造援

(员) 求直线 造的方程;

(圆) 求曲线 造、造和 曾轴所围成的三角形的面积援

综合探究

怨援曲线 赠越曾 在点 (葬,葬) 处的切线与 曾轴,直线 曾越葬所围成的三角形面积为$\frac{员}{远}$,求 葬的值援

异援圆援摇导数的计算

异援圆援员摇几个常用函数的导数

自主预习

员援分别写出函数 枣(曾) 越糟(糟为常数),枣(曾) 越曾,枣(曾) 越曾,枣(曾) 越$\frac{员}{曾}$,枣(曾) 越$\sqrt{曾}$的导数是<u>摇摇摇摇摇摇摇摇</u>援

圆援函数 枣(曾) 越曾(灶∈ 匝) 的导数是 枣′(曾) 越灶曾,则 枣(曾) 越曾的导数是<u>摇摇摇摇</u>援

逐点扫描

焦点一摇几个常用函数的导数

熟记公式 糟′越园(糟为常数),(曾)′越员,(曾)′越圆曾,$\left(\frac{员}{曾}\right)$′越原$\frac{员}{曾}$,($\sqrt{曾}$)′越$\frac{员}{圆\sqrt{曾}}$援

✲ 例员

求曲线 赠越$\frac{员}{曾}$在点 孕$\left(圆,\frac{员}{圆}\right)$处的切线方程援

【分析】摇先利用$\left(\frac{员}{曾}\right)$′越原$\frac{员}{曾}$求出切线斜率,再由直线方程的点斜式写出方程援

【解答】摇疫赠′越$\left(\frac{员}{曾}\right)$′越原$\frac{员}{曾}$摇亦赠′|曾越圆越原$\frac{员}{源}$

亦过点 孕$\left(圆,\frac{员}{圆}\right)$的切线方程为 赠原$\frac{员}{圆}$越原$\frac{员}{源}$(曾原圆),即 源赠垣曾原源越园援

【点评】摇借助于已知函数 赠越$\frac{员}{曾}$的导数,直接求解过点的切线斜率援

☻ 变身题

员援求抛物线 赠越曾 在 (圆,源) 处的切线方程援

圆援用导数定义求函数 赠越枣(曾) 越$\frac{员}{圆}$曾 的导数援

焦点二摇函数 赠越枣(曾) 越曾(灶 ∈ 匝) 的导数

在学习了解几种常用函数的导数基础上，进一步了解赠越枣(曾) 越曾(灶 ∈ 匝) 的导数是 赠忆越枣忆(曾) 越灶·曾灶原员援

例圆

求下列函数的导数：

(员) 赠越曾；(圆) 赠越$\frac{员}{曾}$；(猿) 赠越$\sqrt[苑]{曾}$援

【分析】摇利用几个常见函数的导数公式求导时，应根据问题特征，适当变形，转化为 赠越曾(灶 ∈ 匝) 的形式援

【解答】摇 (员) 赠忆越(曾) 忆越曾 越曾援

(圆) 赠忆越$\left(\frac{员}{曾}\right)$忆越(曾) 忆越原曾 越原$\frac{源}{曾}$援

(猿) 赠忆越($\sqrt[苑]{曾}$) 忆越(曾) 忆越$\frac{苑}{圆}$曾 越$\frac{苑}{圆}\sqrt[缘]{曾}$援

【点评】摇了解函数 赠越枣(曾) 越曾(灶 ∈ 匝) 的导数公式，可以用来直接求解类似函数的导数援

变身题

猿援求下列函数的导数

(员) 赠越曾；(圆) 赠越曾；(猿) 赠越$\frac{员}{曾}$；(源) 赠越$\frac{员}{\sqrt[猿]{曾}}$援

焦点训练

基础夯实

员援如果函数 枣(曾) 越糟(糟为常数)，那么$\frac{\Delta 赠}{\Delta 曾}$的值为(摇摇) 援

粤援园摇摇摇摇 月援员摇摇摇摇 悦援糟摇摇摇摇 阅援不存在

圆援函数 赠越$\sqrt[缘]{曾}$的导数是 (摇摇) 援

粤援$\frac{员}{缘}$曾

月援$\frac{圆}{缘}$曾

悦援$\frac{源}{缘}$曾

阅援原$\frac{源}{缘}$曾

猿援若 枣(曾) 越曾则 枣忆(原员) 等于 (摇摇) 援

粤援园 月援原$\frac{员}{猿}$ 悦援猿 阅援$\frac{员}{猿}$

源援曲线 赠越曾在点 孕处切线斜率为 员则点 孕的坐标为摇摇摇摇摇摇援

缘援曲线 赠越$\sqrt[源]{曾}$在点 酝(员，园) 处的切线斜率是摇摇摇摇援

远援已知点 孕(原员，员)，点 匝(圆，源) 是曲线 赠越曾上的点，求与直线 孕匝平行的曲线 赠越曾的切线方程援

能力拓展

苑援若对任意 曾∈砸，枣忆(曾) 越源曾且 枣(员) 越原员，则枣(曾) 是(摇摇) 援

粤援枣(曾) 越曾

月援枣(曾) 越曾原圆

悦援枣(曾) 越源曾原缘

阅援枣(曾) 越曾垣圆

愿援在曲线 赠越$\frac{源}{曾}$上求一点 孕使得曲线在该点处的切线的倾斜角为 员猿缘毅援

综合探究

怨援当常数 噪为何值时，直线 赠越曾才能与函数 赠越曾垣噪相切？并求出切点坐标援

【点评】摇运用求导公式及导数的运算法则，求函数的导数时要注意观察函数式的结构特征，通过分析、变形和化简，将函数表达式变为熟知的结构，便于求导援

变身题

员援求下列函数的导数

(员)赠越酝憎;(圆)赠越猿曾圆垣圆曾垣员;(猿)赠越糟燥泽曾;
(源)赠越曾蚤灶曾援

异援猿援圆摇基本初等函数的导数公式及导数的运算法则

自主预习

员援基本初等函数的导数公式：若 枣(曾) 越糟，则 枣忆(曾) 越摇摇摇摇；若 枣(曾) 越曾葬，则 枣忆(曾) 越摇摇摇摇，若 枣(曾) 越泽蚤灶曾，则 枣忆(曾) 越摇摇摇摇；若 枣(曾) 越糟燥泽曾，则 枣忆(曾) 越摇摇摇摇摇摇；若 枣(曾) 越造燥早葬曾，则 枣忆(曾) 越摇摇摇摇摇摇；若 枣(曾) 越造灶曾，则 枣忆(曾) 越摇摇摇摇援

圆援[枣(曾) 依早(曾)]忆越摇摇摇摇摇摇，[枣(曾)·早(曾)]忆越摇摇摇摇摇摇，$\left[\frac{枣(曾)}{早(曾)}\right]'$越摇摇摇摇摇摇摇摇(早(曾)≠园)援

猿援已知复合函数 赠越枣(早(曾))，则 赠忆曾越摇摇摇摇援

逐点扫描

焦点一摇基本初等函数的导数公式，导数的运算法则

熟练掌握基本初等函数的导数公式以及运算法则，并运用其求解函数的导数援

例员

求下列函数的导数：

(员)赠越猿曾猿垣圆曾圆垣缘；(圆)赠越曾圆泽蚤灶曾；(猿)赠越圆曾；(源)赠越$\frac{曾垣员}{曾原圆}$援

【解答】摇(员)赠忆越(猿曾猿垣圆曾圆垣缘)忆
越(猿曾猿)忆垣(圆曾圆)忆垣(缘)忆
越怨曾圆垣源曾援

(圆)赠忆越(曾圆泽蚤灶曾)忆越(曾圆)忆泽蚤灶曾垣曾圆(泽蚤灶曾)忆
越圆曾泽蚤灶曾垣曾圆糟燥泽曾援

(猿)赠忆越(圆曾)忆越圆曾造灶圆援

(源)赠忆越$\left(\frac{曾垣员}{曾原圆}\right)'$
越$\frac{(曾垣员)忆(曾原圆)原(曾垣员)(曾原圆)忆}{(曾原圆)^圆}$
越$\frac{曾原圆原曾原员}{(曾原圆)^圆}$
越$\frac{原猿}{(曾原圆)^圆}$援

焦点二摇复合函数的求导法则

了解复合函数 赠越枣(早(曾))的导数和函数 赠越枣(怎)，怎越早(曾)的导数间的关系，即 赠忆曾越赠忆怎·怎忆曾，其中 赠忆曾表示 赠对曾的导数，赠忆怎表示 赠对怎求导数援

例圆

求下列函数的导数：

(员)赠越(圆曾垣员)猿；(圆)赠越泽蚤灶(猿曾垣员)援

【解答】摇(员)赠忆越[(圆曾垣员)猿]忆
越猿(圆曾垣员)圆·(圆曾垣员)忆
越猿(圆曾垣员)圆·圆越远(圆曾垣员)圆援

(圆)赠忆越[泽蚤灶(猿曾垣员)]忆越糟燥泽(猿曾垣员)·(猿曾垣员)忆
越糟燥泽(猿曾垣员)·猿越猿糟燥泽(猿曾垣员)援

【点评】摇求解复合函数的导数，注意复合函数的复合形式，再逐步求导援

变身题

圆援求下列函数的导数

(员)赠越$\frac{员}{(员原猿曾)^源}$；(圆)赠越(猿曾原员)缘；(猿)赠越糟燥泽(圆曾)援

焦点训练

基础夯实

员援已知 枣$\left(\frac{员}{曾}\right)$越$\frac{曾}{员垣曾}$，则 枣忆(曾)等于(摇摇)援

粤援$\frac{员}{员垣曾}$摇摇摇摇摇摇 月援原$\frac{员}{员垣曾}$

悦援$\frac{员}{(员垣曾)^圆}$摇摇摇摇摇摇 阅援原$\frac{员}{(员垣曾)^圆}$

圆援函数 赠越(曾原葬)(曾原遭)在 曾越葬处的导数为(摇摇)援

粤援葬遭摇摇摇摇摇摇 月援原葬(葬原遭)

悦援园摇摇摇摇摇摇 阅援葬原遭

猿援已知函数 枣(曾)在 曾越员处的导数为 猿，则 枣(曾)的解析式可能为(摇摇)援

粤援枣(曾)越(曾原员)^{猿}垣猿(曾原员)

月援枣(曾)越圆(曾原员)

悦援枣(曾)越圆(曾原员)^圆

阅援枣(曾)越曾原员

源援函数 赠越$\frac{员原曾}{员垣曾}$在点 曾越圆处的导数是摇摇摇摇援

缘援函数 赠越曾^{澡}糟燥泽曾的导数是摇摇摇摇援

远援求函数 赠越泽蚤灶$\left(圆曾垣\frac{\pi}{圆}\right)$糟燥泽$\left(圆曾垣\frac{\pi}{圆}\right)$的导数援

能力拓展

苑援函数 赠越$\frac{泽蚤灶曾}{员原曾}$的导数是(摇摇)援

粤援$\frac{原泽蚤灶曾垣糟燥泽曾垣曾糟燥泽曾}{(员原曾)^圆}$

月援$\frac{糟燥泽曾垣泽蚤灶曾原曾泽蚤灶曾}{(员原曾)^圆}$

悦援$\frac{泽蚤灶曾原泽蚤灶曾垣曾糟燥泽曾}{(员原曾)^圆}$

阅援$\frac{泽蚤灶曾原糟燥泽曾垣曾糟燥泽曾}{(员原曾)^圆}$

愿援求下列函数的导数(其中 枣(曾)是可导函数)：

(员)赠越枣$\left(\frac{员}{曾}\right)$；(圆)赠越枣($\sqrt{曾^圆垣员}$)援

综合探究

摇摇怨援求曲线 赠越$\sqrt[猿]{圆曾^圆垣员}$在点(员，$\sqrt[猿]{猿}$)处的切线方程援

异援猿摇导数在研究函数中的应用

异援猿援员摇函数的单调性与导数

自主预习

员援在某个区间(葬，遭)内，如果 枣忆(曾)跃园，那么函数 赠越枣(曾)在这个区间内单调递摇摇摇摇；如果 枣忆(曾)约园，那么函数 赠越枣(曾)在这个区间内单调递摇摇摇摇援

圆援一般地，如果一个函数在某一范围内导数的绝对值较大，那么函数在这个范围内变化得快，这时，函数的图像就比较摇摇(“向上”或“向下”)；反之，函数的图象就摇摇摇摇援

逐点扫描

焦点一摇函数的单调性与其导数

函数的单调性与其导数的关系是与导数在某一区间内的符号有关的援在某个区间(葬遭内,若枣忆曾跃园则函数赠越枣曾内递增;反之,若枣忆曾约园则函数赠越枣曾在(葬遭内递减援

例员

试判断函数枣曾越曾在区间(员圆内的单调性援

【解答】摇疫枣忆曾越圆曾在区间(员圆内枣忆曾跃园

亦枣曾越曾在区间(员圆内单调递增援

【点评】摇判断函数在某一区间的单调性,只需通过判断该函数的导数在这一区间内的符号即可援

变身题

员援判断函数赠越曾在区间(员圆内的单调性援

圆援判断函数赠越员/曾垣曾在区间(原圆原员内的单调性援

焦点二摇利用导数求函数的单调区间

运用导数求函数的单调区间的一般步骤是:①确定函数枣曾的定义域区间;②求枣忆曾越园解此方程;③把函数枣曾的间断点(即枣曾的无定义点)的横坐标和上面的各个实根按由小到大的顺序排起来,把函数枣曾的定义域区间分成若干个小区间;④由枣忆曾的符号判定函数枣曾在各个相应小开区间内的增减性援

例圆

确定函数枣曾越原曾垣曾的单调区间援

【分析】摇根据求函数单调区间的步骤先求枣忆曾,然后解不等式枣忆曾跃园可得单调递增区间,再求解不等式枣忆曾约园得到单调递减区间援

【解答】摇疫枣忆曾越圆原猿曾令枣忆曾越圆原猿曾跃园解得园约曾约圆/猿援

亦函数枣曾的单调递增区间为(园,圆/猿),令圆原猿曾约园解得曾跃圆/猿或曾约园援

亦函数枣(曾的单调递减区间为(原肄,园,(圆/猿,垣肄)援

【点评】摇利用导数求解函数的单调区间注意小区间的分割以及判断在小区间的符号援

变身题

猿援求函数赠越曾原曾的单调区间援

源援讨论函数枣曾越葬曾原葬曾(葬跃园且葬屹员的单调性援

焦点训练

基础夯实

员援若枣曾越葬曾垣遭曾垣糟曾垣凿(葬跃园为增函数,则(摇摇)援

粤援遭原源葬糟跃园摇摇摇摇月援遭跃园,糟跃园

悦援遭越园,糟跃园摇摇摇摇阅援遭原猿葬糟约园

圆援函数枣曾越曾原葬曾(葬跃园的单调递增区间为(摇摇)援

粤援(园,员/葬)摇摇摇摇月援(员/葬,垣肄)

悦援(园 垣肄)　　　　　阅援(园 葬)

猿援函数 枣(曾) 越(园)曾 原(忍)曾 垣(圆)曾垣(员)的单调递减区间是(摇摇)援

粤援(员 圆)　　　　　月援(园 垣肄)

悦援(原肄,员)　　　　阅援(原肄,员),(圆 垣肄)

源援函数 赠越(曾)(曾 原园)(曾 原圆)的递减区间为摇摇摇摇援

缘援函数 赠越(园)曾 原(源)曾 垣(员)的递减区间为摇摇摇摇援

远援已知函数 枣(曾) 越(葬)曾 原(曾)在(原肄,垣肄)上是减函数,求 葬的值援

能力拓展

摇摇苑援函数 枣(曾) 越(曾) 原(葬)曾 原(曾)垣(员)在(园 员)内单调递减,则实数 葬的取值范围是(摇摇)援

粤援葬≥员摇摇月援葬越员摇摇悦援葬≤员摇摇阅援园约葬约员

愿援若函数 枣(曾) 越(曾) 原(葬)曾 垣(曾)原(缘)在 砸上单调递增,求实数 葬的取值范围援

综合探究

怨援已知 曾跃员,证明 曾跃造(员垣曾) 约(曾)援

员援猿援圆摇函数的极值与导数

自主预习

员援极值反映了函数在某一点附近的大小情况,刻画的是函数的摇摇摇摇摇摇性质援

圆援一般地,函数 赠越枣(曾)在一点的导数值为 园是函数 赠越枣(曾)在这点取极值的摇摇摇摇摇摇条件援

逐点扫描

焦点一摇函数的极值的意义

函数的极值包括极大值与极小值,应理解函数极值的意义援

例 员

求函数 枣(曾) 越(曾) 原(猿)曾 原(怨)曾的极值援

【分析】摇要求函数的极值,根据函数极值的意义,可利用导数的方法来求函数的极值援

【解答】摇疫(枣忆)(曾) 越(猿)曾 原(远)曾原(怨),令 枣忆(曾) 越园即 猿曾 原远曾原怨越园解得 曾员越原员,曾圆越猿援

当 曾变化时,枣忆(曾),枣(曾)的变化情况如下:

曾	(原肄,原员)	原员	(原员,猿)	猿	(猿,垣肄)
枣忆(曾)	垣	园	原	园	垣
枣(曾)	↗	极大值	↘	极小值	↗

摇摇亦当 曾越原员时,函数 赠越枣(曾)有极大值,且 枣(原员) 越缘;

当 曾越猿时,函数 赠越枣(曾)有极小值,且 枣(猿) 越原圆苑援

【点评】摇利用导数求函数的极值,先求函数的导数再令导数等于零解出极值点,然后列表判断是极大值还是极小值援

变身题

员援判断函数 赠越(曾) 原(猿)曾 垣(猿)曾垣(员)是否有极值援

圆耀求函数 赠越$\frac{曾原圆}{圆(曾原员)}$的极值援

焦点训练

基础夯实

员援已知函数 赠越曾原远（员垣曾），则 赠的极值情况是（摇摇）援

粤援有极小值

月援有极大值

悦援既有极大值又有极小值

阅援无极值

圆援函数 赠越曾 垣葬曾在 曾越员处有极值 原圆则 葬遭的值分别为（摇摇）援

粤援圆 原猿 月援圆猿 悦援原员 猿 阅援原员 原猿

猿援下列四个函数：①赠越曾，②赠越曾 垣员，③赠越渣曾渣，④赠越圆，在 曾越园处取得极小值的函数是（摇摇）援

粤援①② 月援②③ 悦援③④ 阅援①③

源援函数 枣（曾）越曾 垣猿葬曾 垣猿（葬垣圆）曾垣员既有极大值又有极小值，则实数 葬取值范围是摇摇摇摇援

缘援函数 赠越曾 原猿曾的极大值为摇摇摇摇，极小值为摇摇摇摇援

远援设函数 枣（曾）越曾 原猿曾垣员，曾∈砸，求函数 枣（曾）的单调区间和极值援

能力拓展

苑援已知函数 枣（曾）越曾 原责曾 原择曾的图象与 曾轴切于（员，园）点，则 枣（曾）的极值为（摇摇）援

粤援极大值为$\frac{源}{圆苑}$，极小值为 园

焦点二摇求可导函数极值的步骤

员援求可导函数 枣（曾）极值的步骤：①求导数 枣′（曾）并求 枣′（曾）越园的根；②检查 枣′（曾）在方程根左右两侧值的符号援

圆援使 枣′（曾）无意义的点也要讨论援

例圆

求函数 枣（曾）越曾·$\sqrt[猿]{(员原曾)^圆}$的极值援

【分析】摇要确立函数的单调区间及函数的极值，先通过求导确定函数的极值点援

【解答】摇疫函数 枣（曾）越曾·$\sqrt[猿]{(员原曾)^圆}$的定义域为 砸，且 枣′（曾）越$\frac{员原猿曾}{猿\sqrt[猿]{曾(员原曾)}}$摇（曾≠园，曾≠员），

当 曾越园或 曾越员时导数不存在，由 枣′（曾）越园得 曾越$\frac{员}{猿}$，

亦当 曾变化时，枣′（曾）·枣（曾）的变化如下：

曾	（原肄，园）	园	$\left(园,\frac{员}{猿}\right)$	$\frac{员}{猿}$
枣′（曾）	垣	不存在	垣	园
枣（曾）	↗	园	↗	极大值

$\left(\frac{员}{猿},员\right)$	员	（员，垣肄）
原	不存在	垣
↘	园	↗

摇摇因此当 曾越$\frac{员}{猿}$时函数有极大值为$\frac{\sqrt[猿]{源}}{猿}$，在 曾越员时取得极小值 园援

【点评】摇利用导数求函数的极值时应注意到使 枣′（曾）无意义的几点是否为极值点，需加以判断援

变身题

猿援已知 枣（曾）越曾 垣葬曾 垣遭曾垣糟在 曾越员既有极大值又有极小值，求实数 葬的取值范围援

月援极大值为 园极小值为$\frac{源}{园苑}$

悦援极大值为 园极小值为 原$\frac{源}{园苑}$

阅援极大值为 原$\frac{源}{园苑}$,极小值为 园

愿援如果函数 枣渊曾冤越葬曾猿原遭曾圆垣糟曾垣凿渊葬跃园冤在 曾越依员时有极值,极大值为 源极小值为 园试求 葬遭糟凿的值援

综合探究

怨援函数 枣渊曾冤越园援源曾猿原员援源葬曾圆垣渊葬圆原员冤曾原猿其中 葬≤ 砸援

(员) 若 枣渊曾冤在 曾越园处取得极值,求常数 葬的值;

(圆) 若 枣渊曾冤在(原肆,园) 上为增函数,求 葬的取值范围援

员源援员援猿援猿 函数的最大(小)值与导数

自主预习

员援一般地,如果在区间[葬,遭]上函数 赠越枣渊曾冤的图象是一条连续不断的曲线,那么它必有摇摇摇摇援

圆援一般地,求函数 赠越枣渊曾冤在[葬,遭]上的最大值和最小值时,先求函数 赠越枣渊曾冤在(葬,遭)内的摇摇摇摇摇,再将函数 赠越枣渊曾冤的各极值与端点处的函数值 枣渊葬冤,枣渊遭冤比较从而得到摇摇摇摇摇援

逐点扫描

焦点一摇函数取值与极值的区别

员援函数的极值是函数的局部性质,而最值是一个整体性概念援

圆援函数在某区间上有极值而未必有最值,有最值也未必有极值援

例员

求函数 枣渊曾冤越曾猿原圆曾圆垣员在区间[原员,圆]的最大值与最小值援

【分析】摇要求函数 枣渊曾冤在闭区间[原员,圆]上的最值,应先求 枣渊曾冤在区间(原员,圆)内的极值,且与 枣(原员)、枣(圆)的大小进行比较,得到最值援

【解答】摇疲枣忆渊曾冤越猿曾圆原源曾,令 枣忆渊曾冤越园,即 猿曾圆原源曾越园解得 :曾员越园,曾圆越$\frac{源}{猿}$;

由 枣(园)越员,枣$\left(\frac{源}{猿}\right)$越原$\frac{苑}{圆苑}$

又 枣(原员)越原圆,枣(圆)越员

亦函数 枣渊曾冤的最大值为 员,最小值为 原圆援

【点评】摇函数在某区间上的极值未必是最值,需与区间两端点的函数值进行比较援

变身题

员援求函数 赠越原曾猿垣猿曾圆原怨曾垣缘在区间[原圆,圆]上的最大值与最小值援

圆援求函数 枣渊曾冤越泽蚤灶圆曾原曾$\left(原\frac{\pi}{圆}\leqslant曾\leqslant\frac{\pi}{圆}\right)$的最大值与最小值援

焦点训练

焦点二摇求函数的最大值与最小值的步骤

利用导数求函数的最大值与最小值时先求函数在区间内的极值，再求该函数在区间端点处的函数值援

例圆

已知函数 枣曾 越原曾 垣猿曾 垣怨曾垣葬

(员) 求 枣曾 的单调递减区间；

(圆) 若 枣曾 在区间［原圆，圆］上的最大值为 圆园，求它在该区间上的最小值援

【分析】摇利用导数与函数的单调性求解函数的递减区间，再求出函数在（原圆，圆）内的极值，进一步求函数在［原圆，圆］上的最小值援

【解答】摇(员) 疫枣忆曾 越原猿曾 垣远曾垣怨，令 枣忆曾 约园，解得 曾约原员或 曾跃猿，

亦枣曾 的单调递减区间是（原肄，原员），(猿，垣肄)；

(圆) 疫枣 原圆 越愿垣员圆原员愿垣葬越圆垣葬，而 枣圆 越原愿垣员圆垣员愿垣葬越圆圆垣葬，

亦枣圆 跃枣 原圆

故 圆圆垣葬越圆园，解得 葬越原圆

亦枣曾 越原曾 垣猿曾 垣怨曾原圆

疫在（原员，猿）上 枣忆曾 跃园，

亦枣曾 在［原员，圆］上单调递增

又 枣曾 在［原圆，原员］上单调递减

亦枣圆 与 枣原员 分别是 枣曾 在［原圆，圆］上的最大值和最小值

亦枣 原员 越原苑，即函数 枣曾 在区间［原圆，圆］上的最小值为 原苑援

【点评】摇本题主要考查利用导数求函数的单调区间及最值的范围援

变身题

猿援求函数 枣曾 越$\frac{葬}{曾}$垣$\frac{遭}{员原曾}$(园约曾约员，葬，遭≥ 砸垣) 的最值援

基础夯实

员援函数 赠越$\frac{曾}{藻}$在［园，圆］上的最大值是 (摇摇) 援

粤援$\frac{员}{藻}$摇摇摇月援$\frac{圆}{藻}$摇摇摇悦援园摇摇摇阅援$\frac{员}{圆\sqrt{藻}}$

圆援函数 枣曾 越圆曾 原猿曾 原员圆曾垣缘在区间［园，猿］上的最大值和最小值分别为 (摇摇) 援

粤援缘，原员缘摇摇摇摇月援缘，原源

悦援原源，原员缘摇摇摇摇阅援缘，原员远

猿援若函数 枣曾 越葬泽蚤灶曾垣$\frac{员}{猿}$泽蚤灶猿曾在 曾越$\frac{π}{猿}$处有最值，那么 葬等于 (摇摇) 援

粤援圆摇摇摇月援员摇摇摇悦援$\frac{圆\sqrt{猿}}{猿}$摇摇摇阅援园

源援函数 枣曾 越$\sqrt{员园园原曾}$，当 原远≤ 曾≤ 愿时的最大值为____，最小值为____援

缘援函数 枣曾 越泽蚤灶曾垣糟燥泽曾在［原$\frac{π}{圆}$，$\frac{π}{圆}$］上的最大值与最小值分别为____援

远援已知函数 枣曾 越原曾 垣猿曾 垣怨曾垣葬在区间［葬，圆］上的最大值为$\frac{员缘}{源}$，求 葬的值援

能力拓展

苑援函数 赠越曾·藻，曾≥［园，源］的最小值为 (摇摇) 援

粤援园摇摇摇月援$\frac{员}{藻}$摇摇摇悦援$\frac{源}{藻}$摇摇摇阅援$\frac{圆}{藻}$

愿援要做一个容积 灾一定的有铝合金盖的圆柱形铁桶，已知单位面积铝合金的价格是铁的 猿倍，问如何设计使总造价最小？

综合探究

怨援已知函数 枣（曾）越$\frac{曾^{圆}垣园曾垣葬}{曾}$，曾∈［员，垣肄）援

（员）当 葬越$\frac{员}{圆}$时，求函数 枣（曾）的最小值；

（圆）若对任意 曾∈［员，垣肄），枣（曾）跃园恒成立，试求实数 葬的取值范围援

异员援猿援 生活中的优化问题举例

自主预习

员援生活中的优化问题常见类型有摇摇摇摇摇摇、摇摇摇摇摇摇、摇摇摇摇摇摇摇摇援

圆援解决生活中的优化问题，就是转化为函数，利用摇摇摇摇来求函数的最值援

逐点扫描

焦点一摇利用导数解决实际问题

解决生活中的优化问题方法较多，利用导数求函数的最值为解决这一类优化问题提供了很多的方法援

✲ 例员

已知甲、乙两地相距 圆园园千米，一只船从甲地逆水到乙地，水速为 愿千米／时，船在静水中的速度为 增千米／时（愿约增≤增园），若船每小时的燃料费与其在静水中的速度的平方成正比，当 增越员圆千米／时，每小时的燃油费为 706园元，为了使全程燃油费最省，船的实际速度为多少？

【分析】摇要求燃料费最省，实际上是求燃料费关于船速的函数的最小值问题，依题意可写出函数表达式，再利用导数求其最小值援

【解答】摇假设每小时的燃料费为 赠，比例系数为 噪（噪跃园），则 赠越噪增^{圆}，当 增越员圆时 赠越706园援

疹706园越噪×员圆^{圆}，亦噪越缘援

令全程费为 赠，则 赠越赠·$\frac{圆园园}{增原愿}$越$\frac{员园园园增^{圆}}{增原愿}$援

亦赠忆越$\frac{圆园园园增（增原愿）原员园园园增^{圆}}{（增原愿）^{圆}}$越$\frac{员园园园增^{圆}原员远园园园增}{（增原愿）^{圆}}$援

令 赠忆越园，亦增越员远，亦当 增≥员远时，增越员远时全程燃料费最省援

当 增约员远时，即 增∈（愿，增］时 赠忆约园，亦赠在（愿，增］上为减函数，亦增越增时，赠$_{min}$越$\frac{员园园园增^{圆}}{增原愿}$援

综上所述，当 增≥员远时，增越员远千米／时，全程燃料费最省为 猿圆园园园元，当 增约员远时，则 增越增时全程燃料费最省为$\frac{员园园园增^{圆}}{增原愿}$元援

【点评】摇本题是费用最省问题，通过数学建模，结合导数来解决实际问题援

☻ 变身题

员援一个圆柱金属饮料罐的体积一定，请你设计它的高与底面半径的关系，使所用材料最省？

✲ 例圆

已知矩形的两个顶点位于 曾轴上，另两个顶点位于抛物线 赠越源原曾^{圆}在 曾轴上方的曲线上，求这个矩形面积最大时的边长援

【分析】摇如图，令矩形的边 宰阅长为 圆曾，利用对称性可求出 宰月，从而把矩形面积 泽表示成 曾的函数，然后利用