目 录

第一章摇常用逻辑用语

第二章摇圆锥曲线与方程

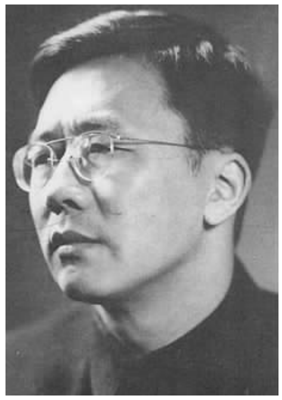
第三章摇导数及其应用

第一章摇常用逻辑用语

导学诱思

焦点导入

我国著名数学家华罗庚曾多次提到这样的一个问题:事先准备了 缘顶帽子,其中 猿顶白色的,圆顶黑色的援在试验前,先让三个人看一看,然后闭上眼睛,替每个人各戴上一顶帽子,而把两顶黑帽子藏起来援最后,让三人睁开眼睛,要他们说出自己头上戴的是什么颜色的帽子援三个人互相看了看,沉思了一会儿,异口同声地说,自己头上戴的是白帽援聪明的读者,你知道他们是怎样猜出来的吗?



摇摇摇华罗庚(员怨员园~员怨愿缘),中国当代数学家,中国科学院院士

课标聚焦

员援了解命题的逆命题、否命题与逆否命题援

圆援理解必要条件、充分条件与充要条件的意义,会分析四种命题的相互关系援

猿援通过数学实例,了解“或”、“且”、“非”的含义援

源援通过生活和数学中的丰富实例,理解全称量词与存在量词的意义援

缘援能正确地对含有一个量词的命题进行否定援

焦点突破

员援员摇命题及其关系

自主预习

员援可以判断摇摇摇摇的语句叫做命题援

圆援原命题和它的摇摇摇摇同真假,原命题的逆命题和它的摇摇摇摇同真假援

逐点扫描

焦点一摇命题

一般地,我们把用语言、符号或式子表达的,可以判断真假的陈述句叫做命题援其中判断为真的语句叫做真命题,判断为假的语句叫做假命题援

✲ 例员

判断下列语句哪些是命题？哪些是真命题？哪些是假命题？

(员) 三角函数是周期函数吗？

(圆) 若两直线平行，则它们的斜率相等援

(猿) △粤月悦中，若∠粤越∠月，则 粤悦越月悦援

(源) 曾 原圆曾 垣 员越园援

【分析】摇紧紧抓住命题的定义来判断一个语句是否是命题 至于命题的真假与否要根据所学的知识进行分析援

【解答】摇上面 源个语句中，(员) 不是陈述句，所以它不是命题；(源) 虽然是陈述句，但因为无法判断它的真假，所以它也不是命题 其余两个都是陈述句，而且都可以判断真假，所以它们都是命题，其中 (猿) 是真命题，(圆) 是假命题 (因为直线可能不存在斜率) 援

【点评】摇判断一个语句是不是命题，要看它是否符合两个条件 ①语句必须是陈述句 (或表示肯定意义的反意疑问句)；②可以判断真假援这两个条件缺一不可援

☻ 变身题

员援下列语句不是命题的有 (摇摇) 援

①曾 原圆越园；②与一条直线平行的两条直线平行吗？③圆是有理数；④曾跃园援

粤援①③④摇摇摇摇月援①②③

悦援①②④摇摇摇摇阅援②③④

焦点二摇命题的条件、结论

在数学中，具有“若 责，则 择”这种形式的命题是常见的，我们把这种形式的命题中的 责叫命题的条件，择叫命题的结论援

✲ 例圆

将下列命题改写成“若 责，则 择”的形式援

(员) 偶函数的图象关于 赠轴成轴对称图形援

(圆) 线段的垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等援

【分析】摇将命题改写成“若 责，则 择”的形式的关键是分清命题的条件和结论援

【解答】摇 (员) 如果一个函数是偶函数，那么它的图象关于 赠轴成轴对称图形援

(圆) 如果一个点在线段的垂直平分线上，那么它到这条线段两端点的距离相等援

【点评】摇将命题改写成“若 责，则 择”的形式，有时也写成“如果 责，那么 择”、“只要 责，就有 择”的形式，但要注意语言描述的流畅性援

☻ 变身题

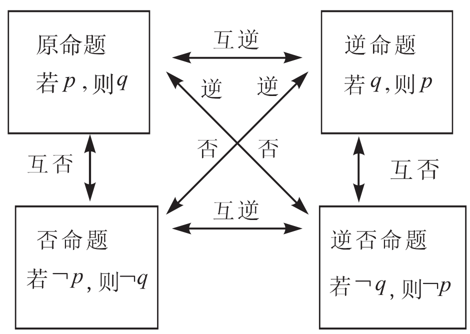
圆援指出下列命题中的条件 责和结论 择援

(员) 若 葬，遭，糟成等差数列，则 圆遭越葬垣糟援

(圆) 正数的平方根不等于 园援

焦点三摇四种命题

员援四种命题及相互关系：



圆援四种命题的真假关系：

原命题为真，它的逆命题不一定为真，否命题不一定为真，但逆否命题一定为真援

原命题与逆否命题是等价命题，原命题的逆命题与原命题的否命题也是等价命题援

✲ 例猿

把下列命题改写为“若 责，则 择”的形式，并写出它的逆命题、否命题与逆否命题援

(员) 对顶角相等；

(圆) 当 糟跃园时，若 葬跃遭，则 葬糟跃遭糟援

【分析】摇关键是分清原命题的条件 责和结论 择，在写四种命题时，一定要注意 责，择的位置是否要交换，以

及是否需要否定 责援

【解答】摇 (员) 原命题 :若两个角为对顶角,则这两个角相等援

逆命题 :若两个角相等,则这两个角为对顶角援

否命题 :若两个角不为对顶角,则这两个角不相等援

逆否命题 :若两个角不相等,则这两个角不为对顶角援

(圆) 原命题 :当 糟无园时,若 葬跃遭则 葬糟跃遭糟援

逆命题 :当 糟无园时,若 葬糟跃遭糟则 葬跃遭援

否命题 :当 糟无园时,若 葬臆遭则 葬糟臆遭糟援

逆否命题 :当 糟无园时,若 葬糟臆遭糟则 葬臆遭援

【点评】摇原命题与它的逆否命题互为逆否命题 ;原命题的逆命题与原命题的否命题互为逆否命题援第 (圆) 题中“当 糟无园时”是大前提,写其他命题时应该保留援

变身题

猿援命题“若 葬跃遭则 葬糟圆跃遭糟圆(葬、遭、糟∈ 砸)”与它的逆命题、否命题、逆否命题中,真命题的个数为 (摇摇) 援

粤援源 摇摇 月援猿 摇摇 悦援圆 摇摇 阅援园

焦点四摇命题真假的判断

命题真假的判断,一方面可以直接根据命题本身所陈述的对象进行判断 ;另一方面命题的四种形式之间的关系,提供了一个判断命题真假的变通手段,即通过判断一个命题的逆否命题的真假来判断这个命题的真假援

例源

判断命题“若 皂跃园则方程 曾圆垣圆曾原皂越园有实数根”的逆否命题的真假援

【分析】摇本题用到了方程的有关理论知识,另外要注意命题真假的判断方法援

【解答】摇方法一 :原命题的逆否命题是 :若方程 曾圆垣圆曾原皂越园没有实数根,则 皂臆园援

疫方程 曾圆垣圆曾原皂越园没有实数根,

亦Δ 越圆圆原源·(原皂) 越源垣源皂约园援

亦皂约原员臆园援

所以原命题的逆否命题是真命题援

方法二 :皂跃园时,Δ 越圆圆原源·(原皂) 越源垣源皂跃园援

亦方程 曾圆垣圆曾原皂越园有实数根,

即原命题为真命题援

所以,原命题的逆否命题也是真命题援

方法三 :设 责:皂∈{皂|皂跃园},

择:皂∈{皂|关于 曾的方程 曾圆垣圆曾原皂越园有实数根} 越{皂|皂≥ 原员} 援

因为 粤⊆ 月,

所以“若 责则 择”为真,逆否命题为真援

即原命题的逆否命题是真命题援

【点评】摇方法一是从逆否命题直接判断 ;方法二是利用原命题与它的逆否命题同真同假来间接判断 ;方法三是利用集合的包含关系来判断的援

变身题

源援有下列四个命题 :①“若 曾垣赠越园,则 曾、赠互为倒数”的逆命题 ;②“相似三角形的周长相等”的否命题 ;③“若 遭臆 原员,则方程 曾圆原圆遭曾垣遭圆垣遭越园有实根”的逆否命题 ;④“若 粤∪月越月,则 粤⊇ 月”的逆否命题援其中是真命题的是 (摇摇) 援

粤援①② 摇摇 月援②③ 摇摇 悦援①③ 摇摇 阅援③④

焦点五摇反证法

反证法是一类重要的证明方法,其一般步骤为 :

①假设命题的结论不正确,即假设结论的反面成立 ;②从这个假设出发,经过推理论证,得出矛盾 ;③由矛盾判定假设不正确,从而肯定命题的结论正确援

即 :否定结论→推出矛盾→肯定结论援

例缘

若 曾、赠、扎均为实数,且 葬越曾圆原圆赠垣$\frac{\pi}{圆}$,遭越赠圆原圆扎垣$\frac{\pi}{猿}$,糟越扎圆原圆曾垣$\frac{\pi}{远}$援

求证 :葬、遭、糟中至少有一个大于 园援

【分析】摇含有“至少”、“至多”、“不存在”等词语的数学命题,常用反证法援

【解答】摇假设 葬、遭、糟都不大于 园,即 葬臆园,遭臆园,糟臆园,则 葬垣遭垣糟臆园援

而 葬垣遭垣糟越曾圆原圆赠垣$\frac{\pi}{圆}$垣赠圆原圆扎垣$\frac{\pi}{猿}$垣扎圆原圆曾垣$\frac{\pi}{远}$

越(曾原员)圆垣(赠原员)圆垣(扎原员)圆垣π 原猿跃园,

与 葬垣遭垣糟臆园相矛盾援

因此 葬、遭、糟中至少有一个大于 园援

【点评】摇(员)正确地作出反设(即否定结论),是正确运用反证法的前提援下表是一些常见的否定形式:

词语	大于(跃)	是	都是
否定	不大于(≤)	不是	不都是
词语	所有的…	任意一个…	至少一个
否定	至少一个…	某个不…	一个也没有

摇摇(圆)可能出现矛盾的四种情况:①与题设矛盾;②与反设矛盾;③与公理、定理矛盾;④在证明过程中,推出自相矛盾的结论援

☺ 变身题

缘援用反证法证明:若葬垣遭垣葬遭≠园,则葬,遭,葬垣遭中至少有一个不等于园援

焦点训练

基础夯实

员援下列语句中是命题的是(摇摇)援

粤援你到过北京吗?　　月援对顶角相等

悦援啊!我太高兴啦!　　阅援华罗庚

圆援如果一个命题的否命题是真命题,那么这个命题的逆命题是(摇摇)援

粤援真命题

月援假命题

悦援不一定是真命题

阅援不一定是假命题

猿援(圆园园远年辽宁卷)给出下列四个命题:

①在空间中,垂直于同一直线的两条直线互相平行;

②垂直于同一平面的两条平面互相平行;

③若直线 造,遭 与同一平面所成的角相等,则 造,遭 互相平行;

④若直线 造,遭 是异面直线,则与 造,遭 都相交的两条直线是异面直线援

其中假命题的个数为(摇摇)援

粤援员　　月援圆　　悦援猿　　阅援源

源援命题:"若 葬·遭≠园,则 葬,遭 都不为零"的逆否命题是摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇援

缘援(圆园园怨年福建卷)把下面不完整的命题补充完整,并使之成为真命题:

若函数 枣(曾)越猿垣造燥早圆曾 的图象与 早(曾)的图象关于摇摇摇摇对称,则函数 早(曾)越摇摇摇摇援

(注:填上你认为可以成为真命题的一种情形即可,不必考虑所有可能的情形)

远援写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题,并判断它们的真假援

(员)若 曾赠越园,则 曾,赠 中至少有一个是 园;

(圆)若 曾垣赠越园,则 曾越赠越园援

能力提升

苑援一个命题与它的逆命题、否命题、逆否命题这四个命题中(摇摇)援

粤援真命题与假命题的个数相同

月援真命题的个数一定是奇数

悦援真命题的个数一定是偶数

阅援真命题的个数可能是奇数,也可能是偶数

愿援已知函数 枣(曾)在 砸 上为增函数,葬,遭∈砸,有一命题"若 葬垣遭≥园,则 枣(葬)垣枣(遭)≥枣(原葬)垣枣(原遭)"援

(员)写出逆命题,判断其真假,并证明你的结论;

(圆 写出逆否命题，判断其真假，并证明你的结论援

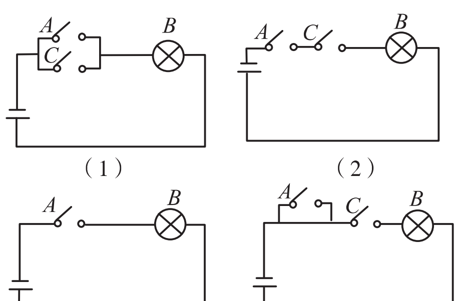
综合探究

怨援若下列三个方程：曾垣源葬曾原源葬垣猿越园，曾垣(葬原员)曾垣葬圆越园，曾垣圆葬曾原圆葬越园中至少有一个方程有实根援试求实数葬的取值范围援

异援员援猿摇充分条件与必要条件

自主预习

有如下电路图，据图填空援



（1）（2）（3）（4）

如图(员 所示，开关 粤闭合是灯泡 月亮的摇摇摇摇摇摇摇摇条件援

如图(圆 所示，开关 粤闭合是灯泡 月亮的摇摇摇摇摇摇摇摇条件援

如图(猿 所示，开关 粤闭合是灯泡 月亮的摇摇摇摇摇摇摇摇条件援

如图(源 所示，开关 粤闭合是灯泡 月亮的摇摇摇摇摇摇摇摇条件援

逐点扫描

焦点一摇符号“⇒”的含义

“责⇒择”表示“若 责则 择”为真，也表示“责蕴含 择”援

“责⇒择”也可写为“择⇐责”，有时也用“责→择”援

例员

用符号“⇒”与“⇏”填空：

(员 曾跃园摇摇摇摇摇摇曾圆跃园；

(圆 两三角形全等摇摇摇摇摇摇两三角形面积相等援

【解答】摇(员“若 曾跃园则 曾圆跃园”是一个假命题，所以 曾跃园⇏曾圆跃园援

(圆“若两三角形全等，则两三角形面积相等”是一个真命题，所以两三角形全等⇒两三角形面积相等援

变身题

员援用符号“⇒”与“⇏”填空：

(员 两直线平行摇摇摇摇摇摇同位角相等；

(圆 葬圆越遭圆摇摇摇摇摇摇葬越遭援

焦点二摇充分条件与必要条件

如果“若 责则 择”为真命题，即 责⇒择，那么我们就说，责是 择的充分条件，择是 责的必要条件援如果“若 责则 择”为假命题，即 责⇏择，那么我们就说，责不是 择的充分条件，择不是 责的必要条件援

例圆

下列各组命题中，责是 择的什么条件，择是 责的什么条件：

(员 责：曾越员，择：曾圆越员；

(圆 责：三角形的三条边相等，

择：三角形的三个角相等援

【分析】摇首先分清条件和结论，然后弄清楚是前者推后者，还是后者推前者援

【解答】摇（员由 责⇒择即 曾越赠⇒曾越赠，知 责是 择的充分条件，择是 责的必要条件援

（圆由 责⇒择即三角形的三条边相等⇒三角形的三个角相等，知 责是 择的充分条件，择是 责的必要条件；

又由 择⇒责即三角形的三个角相等⇒三角形的三条边相等，知 择也是 责的充分条件，责也是 择的必要条件援

【点评】摇充分条件与必要条件的判断，实质上是命题“若 责则 择与“若 择则 责真假的判断援

变身题

圆援用“充分”或“必要”填空，并说明理由：

（员“葬和 遭都是偶数”是“葬垣遭也是偶数”的摇摇摇条件；

（圆“四条边相等”是“四边形是正方形”的摇摇摇条件；

（猿“曾原猿越园”是“曾原猿越园”的摇摇摇摇条件；

（源“两个角是对顶角”是“这两个角相等”的摇摇摇条件援

焦点三摇充要条件

如果既有 责⇒择又有 择⇒责就记作 责⇔择援此时，责既是 择的充分条件，又是 择的必要条件，我们就说，责是 择的充分必要条件，简称充要条件援当然此时也可以说 择是 责的充要条件援

（员符号“⇔”叫做等价符号援 责⇔择表示“责⇒择且 责⇐择”也表示“责等价于 择援

“责⇔择有时也写成“责⇔择援

（圆“充要条件”有时还可以改用“当且仅当”来表示，其中“当”表示“充分”，“仅当”表示“必要”援

（猿几个相关的概念：

若 责⇒择但 择⇏责称 责是 择的充分不必要条件；

若 责⇏择但 责⇐择称 责是 择的必要不充分条件；

若 择⇏责且 责⇏择称 责是 择的既不充分也不必要条件援

例猿

指出下列命题中 责是 择的什么条件（在充分不必要条件，必要不充分条件，充要条件，既不充分又不必要条件中选一种）援

（员 责：（曾原圆（曾原猿 越园，择：曾原圆越园；

（圆 责：同位角相等，择：两直线平行；

（猿 责：曾越猿，择：曾 越怨；

（源 责：四边形的对角线相等，

择：四边形是平行四边形援

【解答】摇（员疫（曾原圆（曾原猿 越园⇐曾原圆越园

（曾原圆（曾原猿 越园⇐曾原圆越园

亦责是 择的必要不充分条件援

（圆疫同位角相等⇔两直线平行，

亦责是 择的充要条件援

（猿疫曾越猿⇒曾 越怨，曾 越怨⇏曾越猿，

亦责是 择的充分不必要的条件；

（源疫四边形的对角线相等 ⇏ 四边形是平行四边形，四边形的对角线相等 ⇍ 四边形是平行四边形，

亦责是 择的既不充分也不必要条件援

【点评】摇对于涉及范围问题的条件的判断（如第（员（猿题），可用“小范围推出大范围”帮助推断援

变身题

猿援给出以下命题：①责：曾≠猿，择：澡曾≠猿；

②在△粤月悦中，责：粤跃月，择：泽蚤灶粤跃泽蚤灶月；

③责：$\frac{员}{曾}$约原员，择：曾跃原员；④责：$\begin{cases}曾跃员\\赠跃员\end{cases}$

择：$\begin{cases}曾垣赠跃圆\\曾赠跃员\end{cases}$援其中 责是 择的充分不必要条件的有（摇摇）援

粤援员个　　月援圆个　　悦援猿个　　阅援源个

焦点四摇用集合的观点理解“充分”、“必要”、“充要”三种条件

员援若 粤⊆月，则 粤是 月的充分条件，月是 粤的必要条件，若 粤越月，则 粤是 月的充要条件（此时 月也是 粤的充要条件）援

圆援在含有变量的命题中，凡能使命题为真的变量 曾的允许值的集合，叫做此命题的真值集合援若 责⇒择说明 责的真值集合⊆择的真值集合，则 责是 择的充分条件，择是 责的必要条件援若 责、择说明 责、择的真值集合相等，即 责、择等价，则 责是 择的充要条件（此时 择也是 责的充要条件）援

✲ 例源

已知 责{曾|{曾垣园≥园, 曾原园园≤园},择{曾|曾缘原皂≤曾≤员垣皂，皂跃园}，若¬责是¬择的必要不充分条件，求实数 皂的取值范围援

【分析】摇用集合的观点去解题援

【解答】摇方法一 责{曾|原园≤曾≤员园}，

亦¬责粤越{曾|曾约原园或 曾跃员园}，

¬择月越{曾|曾约员原皂或 曾跃员垣皂，皂跃园}援

疫¬责是¬择的必要不充分条件，

亦月⫋粤⇔{皂跃园, 员原皂≤原园得 皂≥怨, 员垣皂≥员园援

亦皂的取值范围是{皂|皂≥怨}援

方法二 疫¬责是¬择的必要不充分条件，

亦择是责的必要不充分条件援

亦责是择的充分不必要条件援

而 责孕越{曾|原园≤曾≤员园}，

择匝越{曾|员原皂≤曾≤员垣皂，皂跃园}援

亦孕⫋匝，即{皂跃园, 员原皂≤原园得 皂≥怨, 员垣皂≥员园援

亦皂的取值范围是{皂|皂≥怨}援

【点评】摇四种命题中，原命题⇔逆否命题，逆命题⇔否命题援

☻ 变身题

源援设 责曾原曾园园，择 员原曾 / 曾原园园 约园，则 责是 择的（摇摇）援

粤援充分不必要条件

月援必要不充分条件

悦援充要条件

阅援都不是

焦点五摇充要条件的判断与证明

充分性是说条件是充分的，也就是说条件是充足的，是足以保证的援必要性是说条件是必须的、必不可少的援即有它不一定，没它则不行援

我们在充要条件的判断与证明时，要注意判断或证明的方向，同时要注意转化命题，关注命题本身所描述的对象援

✲ 例缘

已知数列{葬灶}的前 灶项和 杂灶越责灶垣择（责≠园，责≠员），求数列{葬灶}是等比数列的充要条件援

【分析】摇从特殊入手，先探寻必要条件，再反过来证明充分性援

【解答】摇葬员越杂员越责垣择

当 灶≥圆时，葬灶越杂灶原杂灶原员越责灶原员（责原员）援

疫责≠园，责≠员，

亦葬灶垣员 / 葬灶 越 责灶（责原员）/ 责灶原员（责原员） 越责援

若{葬灶}为等比数列，则 葬圆 / 葬员 越 葬灶垣员 / 葬灶 越责，

亦 责（责原员）/ 责垣择 越责，

亦择越原员，这是{葬灶}为等比数列的必要条件援

下面证明 择越原员是{葬灶}为等比数列的充分条件援

当 择越原员时，杂灶越责灶原员（责≠园，责≠员），

葬员越杂员越责原员，

当 灶≥圆时，葬灶越杂灶原杂灶原员越责灶原责灶原员援

亦葬灶越（责原员）责灶原员（责≠园，责≠员，灶≥员），

亦 葬灶 / 葬灶原员 越 （责原员）责灶原员 / （责原员）责灶原圆 越责为常数援

亦择越原员时，数列{葬灶}为等比数列援

即数列{葬灶}是等比数列的充要条件为 择越原员援

【点评】摇本题先由 葬灶越{杂员（灶越员），杂灶原杂灶原员（灶≥圆）关系式去寻找 葬灶垣员与 葬灶的比值，利用其任意性得 葬圆与 葬员的比值与其相等得到命题成立的必要条件，而后证明充分性援值得同学们注意的是，在处理充要条件的有关问题时，首先要分清条件和结论，然后才能进行推理和判断援

变身题

缘援试寻求关于 曾的方程 曾垣皂曾垣缘越园有两个小于员的不等正根的一个充要条件援

象限的充要条件是摇摇摇摇摇摇摇摇援

远援指出下列各组命题中，责是 择的什么条件？

(员) 责：皂为有理数， 择：皂为实数；

(圆) 责：曾 原员越园， 择：曾原员越园；

(猿) 责：内错角相等， 择：两直线平行；

(源) 责：四边相等， 择：四边形为正方形；

(缘) 责：葬≠园， 择：葬遭≠园；

(远) 责：葬，遭都不为零， 择：葬，遭不都为零援

焦点训练

基础夯实

员援已知 责：曾垣赠≠原圆，择：曾，赠不都为原员，则 责是 择的(摇摇) 援

粤援充要条件

月援既不充分也不必要条件

悦援充分不必要条件

阅援必要不充分条件

圆援已知 葬，遭，糟∈砸，则使 葬跃遭成立的一个充分不必要的条件是(摇摇) 援

粤援葬糟跃遭糟　　月援$\frac{糟}{葬}$跃$\frac{糟}{遭}$

悦援$\frac{葬}{糟}$跃$\frac{遭}{糟}$　　阅援葬糟跃遭糟

猿援(圆园园苑年湖北卷) 已知 责是 则的充分不必要条件，择是 则的充分条件，泽是 则的必要条件，择是 泽的必要条件援现有下列命题：①泽是 择的充要条件；②责是 择的充分不必要条件；③则是 择的必要不充分条件；④¬ 责是¬ 泽的必要不充分条件；⑤则是 泽的充分不必要条件援则正确命题的序号是(摇摇) 援

粤援①④⑤　　月援①②④

悦援②③⑤　　阅援②④⑤

源援方程 葬曾 垣圆曾垣员越园有且只有一个负的实根的充要条件是摇摇摇摇摇摇摇摇援

缘援在平面直角坐标系中，点(曾 垣猿，猿原圆曾) 在第一

能力提升

苑援(圆园园苑年山东卷) 下列各小题中，责是 择的充分必要条件的是(摇摇) 援

①责：皂约原圆或 皂跃远；

择：赠越曾 垣皂曾垣皂垣猿有两个不同的零点；

②责：$\frac{枣(原曾)}{枣(曾)}$越员，择：赠越枣(曾) 是偶函数；

③责：糟燥泽 α越糟燥泽 β，择：贼葬灶α越贼葬灶β；

④责：粤∩月越粤，择：∁$_{哉}$月⊆∁$_{哉}$粤援

粤援①②　　月援②③　　悦援③④　　阅援①④

愿援已知关于 曾的方程 (员原葬) 曾 垣(葬垣圆) 曾原源越园，葬∈砸，求：

(员) 方程有两个正根的充要条件；

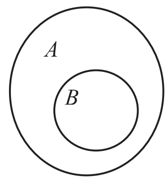
(圆) 方程至少有一个正根的充要条件援

综合探究

摇摇怨援如图,有一个圆 粤在其内又含有一个圆 月援请回答:

(员)命题"若'粤为绿色',则'月为绿色'"中援粤为绿色"是"月为绿色"的什么条件;"月为绿色"又是"粤为绿色"的什么条件;

(圆)命题"若'红点在 月内',则'红点在 粤内'"中,"红点在 月内"是"红点在 粤内"的什么条件;"红点在 粤内"又是"红点在 月内"的什么条件援



异员援圆援猿摇简单的逻辑联结词

自主预习

在一次模拟打飞机的游戏中,小李接连射击了两次,设命题 责员:"第一次射击击中飞机",命题 责圆:"第二次射击击中飞机"援用 责员、责圆以及逻辑联结词或、且、非(∨,∧,¬)表示以下命题:

(员)两次都击中飞机 摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇;

(圆)两次都没击中飞机 摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇;

(猿)恰有一次击中了飞机 摇摇摇摇摇摇摇摇摇;

(源)至少有一次击中了飞机 摇摇摇摇摇摇摇摇摇援

逐点扫描

焦点一摇逻辑联结词"且"

"且"可以联想交集的概念类比理解援粤∩月越{曾|曾∈粤且 曾∈月},粤∩月中的"且"是指"曾∈粤","曾∈月"这两个条件都要满足的意思,即 曾既属于集合 粤同时又属于集合 月援

例员

将下列命题用联结词"且"联结成新命题,并判断它们的真假:

(员)责:缘是 员园的约数,择:缘是 员缘的约数;

(圆)责:缘是 员园的约数,择:缘是 愿的约数援

【解答】摇(员)责∧择:缘是 员园的约数且是 员缘的约数援由于 责真 择真,所以 责∧择为真援

(圆)责∧择:缘是 员园的约数且是 愿的约数援由于 责真 择假,所以 责∧择为假援

【点评】摇(员)命题 责∧择的真假判断:

责	择	责∧择
真	真	真
真	假	假
假	真	假
假	假	假

摇摇(圆)规律:一假即假援

焦点二摇逻辑联结词"或"

"或"是两者至少选择一个,这与并集中的"或"有相同之处援粤∪月越{曾|曾∈粤或 曾∈月},粤∪月中的"或"指"曾∈粤","曾∈月"其中至少有一个成立援

例圆

将下列命题用联结词"或"联结成新命题,并判断它们的真假:

(员)责:缘是 员园的约数,择:缘是 员缘的约数;

(圆)责:缘是 员园的约数,择:缘是 愿的约数援

【解答】摇(员)责∨择:缘是 员园的约数或是 员缘的约数援由于 责真 择真,所以 责∨择为真援

(圆)责∨择:缘是 员园的约数或是 愿的约数援由于 责真 择

假,所以 责/ 择为真援

【点评】摇(员)命题 责/ 择的真假判断:

责	择	责/ 择
真	真	真
真	假	真
假	真	真
假	假	假

摇摇(圆)规律:一真即真援

焦点三摇逻辑联结词"非"

"非"字有否定的意思援非 责也称为命题 责的否定援"非"可以联想补集的概念类比理解援 哉粤越{曾渊曾≤ 哉且 曾≠ 粤援

✲ 例猿

试写出下列命题的否定,并判断它们的真假:

(员)责:圆是 员园的约数;

(圆)责:猿≤圆援

【解答】摇(员)¬ 责:圆不是 员园的约数援责真,¬ 责为假援

(圆)¬ 责:猿>圆援因为 责假,亦¬ 责为真援

【点评】摇(员)命题¬ 责的真假判断:

责	¬ 责
真	假
假	真

摇摇(圆)规律:真假相对援

焦点四摇复合命题及真假判断

简单命题:不含逻辑联结词的命题叫做简单命题援

复合命题:由简单命题与逻辑联结词构成的命题叫做复合命题,它的结构形式分别是:责或 择责且 择非 责(非 责也叫做命题 责的否定)援

真值表:

摇摇

责	择	责/ 择	责\ 择	¬ 责
真	真	真	真	假
真	假	真	假	假
假	真	真	假	真
假	假	假	假	真
规律		一真即真	一假即假	与 责真假相反

✲ 例源

分别指出由下列各组命题构成的"责或 择","责且 择","非 责"形式的复合命题的真假:

(员)责:圆垣圆越缘,择:猿>圆;

(圆)责:怨是质数,择:愿是 员圆的约数;

(猿)责:员≤{员,圆},择:{员}⊊{员,圆};

(源)责:∅⊆{园},择:∅越{园}援

【分析】摇要确定复合命题的真假,首先要确定组成复合命题的每一个分支命题的真假,然后再针对复合命题的形式,对照真值表,作出正确判断援

【解答】摇(员)责或 择:圆垣圆越缘或 猿>圆;责且 择:圆垣圆越缘且 猿>圆;非 责:圆垣圆≠缘援

疫责假 择真,

亦"责或 择"为真,"责且 择"为假,"非 责"为真援

(圆)责或 择:怨是质数或 愿是 员圆的约数;

责且 择:怨是质数且 愿是 员圆的约数;

非 责:怨不是质数援

疫责假 择假,

亦"责或 择"为假,"责且 择"为假,"非 责"为真援

(猿)责或 择:员≤{员,圆}或{员}⊊{员,圆};

责且 择:员≤{员,圆}且{员}⊊{员,圆};非 责:员≠{员,圆}援

疫责真 择真,

亦"责或 择"为真,"责且 择"为真,"非 责"为假援

(源)责或 择:∅⊆{园}或∅越{园};

责且 择:∅⊆{园}且∅越{园};非 责:∅⊄{园}援

疫责真 择假,

亦"责或 择"为真,"责且 择"为假,"非 责"为假援

【点评】摇真值表是根据简单命题的真假,判断由这些简单命题与逻辑联结词构成的复合命题的真假的工具,请同学们熟记援

变身题

灵猿指出下列各题中的“责或择”,“责且择”,“非责”,“非择”形式的复合命题的真假：

(灵)责梯形有一组对边平行，

择梯形有一组对边相等；

(圆)责缘是灵苑的约数，择缘是灵猿的约数；

(猿)责原灵是方程曾垣原曾垣猿越园的解，

择原猿是方程曾垣原曾垣猿越园的解；

(源)责不等式曾垣园曾垣园跃园的解集为砸，

择不等式曾垣园曾垣园≤灵的解集为∅；

(缘)责蔡∈{蔡遭糟，择{蔡}⊊{蔡遭糟援

责平行四边形是菱形，

择平行四边形是矩形援

因为责假择假，所以责或择为假援

【点评】摇判断一个复合命题的真假，一般有三个步骤：

①正确确定复合命题的构成形式及其简单命题；

②判定各个简单命题的真假；

③利用真值表判断复合命题的真假援

变身题

圆猿指出下列复合命题的构成形式，并判断这些复合命题的真假援

(灵)猿既是正数也是奇数；

(圆)原缘没有平方根；

(猿)灵猿或√猿是无理数；

(源)集合{曾|员/曾跃灵}等于集合{曾|曾约灵}，而且集合{曾|员/曾跃园}等于集合{曾|曾跃园}援

例缘

指出下列命题的构成形式及构成它的简单命题，并判断其真假援

(灵)垂直于弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧援

(圆)方程(曾原灵)(曾原圆)越园的根是曾越灵或曾越圆援

(猿)平行四边形是菱形或矩形援

【分析】摇先确定复合命题的构成形式及构成它的简单命题，再判断各个简单命题的真假，进而根据真值表判断出复合命题的真假援

【解答】摇(灵)这个命题是“责且择”的形式，其中，

责垂直于弦的直径平分这条弦，

择垂直于弦的直径平分这条弦所对的两条弧援

因为责真择真，所以责且择为真援

(圆)这个命题是“责或择”的形式，其中，

责方程(曾原灵)(曾原圆)越园的根是曾越灵，

择方程(曾原灵)(曾原圆)越园的根是曾越圆援

因为责真择真，所以责或择为真援

(猿)这个命题是“责或择”的形式，其中，

例远

已知责方程曾垣皂曾垣灵越园有两个不等的负实根，择方程源曾垣源(皂原圆)曾垣灵越园无实根援若责∨择为真，责∧择为假，求实数皂的取值范围援

【解答】摇由题意知责、择中有且仅有一个为真，一个为假，

责真⇔{Δ跃园，曾员垣曾圆越原皂约园，曾员曾圆越灵跃园}⇔皂跃圆，

择真⇔Δ约园⇒灵约皂约猿援

若责假择真，则{皂≤圆，灵约皂约猿}⇔灵约皂≤圆；若责真择假，

则{皂跃圆，皂≤灵或皂≥猿}⇔皂≥猿援

综上所述 :皂∈ (员圆 ∪ [猿 垣肆) 援

【点评】摇本题的关键是由“责/ 择”为真,责\ 择”为假 ”得到 责,择一真一假,即 责真 择假或 责假 择真援因此,我们不仅要知道如何由 责,择的真假性得到 责/ 择与 责\ 择的真假性,还要知道如何由 责/ 择与 责\ 择的真假性通过逻辑推理获得 责,择的真假性援

变身题

猿援已知命题 责:不等式 渣垣猿渣原员渣跃皂 的解集为 砸,命题 择:枣(曾)越原(缘原圆皂)曾是减函数援若“责/ 择”为真命题,“责\ 择”为假命题,则实数 皂 的取值范围是 摇摇摇摇摇摇摇援

焦点训练

基础夯实

员援由“ 责:愿垣苑越员缘,择:π 跃猿”构成的复合命题,下列判断正确的是 (摇摇) 援

粤援责/ 择为真,责\ 择为假,韦 责为真

月援责/ 择为假,责\ 择为假,韦 责为真

悦援责/ 择为真,责\ 择为假,韦 责为假

阅援责/ 择为假,责\ 择为真,韦 责为真

圆援命题 责:若 葬,遭∈ 砸,则 渣葬渣垣渣遭渣跃员是 渣葬垣遭渣跃员的充分不必要条件;

命题 择:函数 赠越 √渣曾原员渣原圆的定义域是 (原肆,原员 ∪ [猿 垣肆) 援则 (摇摇) 援

粤援责/ 择为假摇摇摇摇月援责\ 择为真

悦援责真 择假摇摇摇摇阅援责假 择真

猿援设函数 枣(曾)的定义域为 砸,有下列三个命题:

(员)若存在常数 酝,使得对任意 曾∈ 砸,有 枣(曾) ≤酝,则 酝 是函数 枣(曾)的最大值;

(圆)若存在 曾园∈ 砸,使得对任意 曾∈ 砸,且 曾≠ 曾园,有 枣(曾) 约枣(曾园) ,则 枣(曾园) 是函数 枣(曾)的最大值;

(猿)若存在 曾园∈ 砸,使得对任意 曾∈ 砸,有 枣(曾) ≤枣(曾园) ,则 枣(曾园) 是函数 枣(曾)的最大值援

这些命题中,真命题的个数是 (摇摇) 援

粤援园摇摇月援员摇摇悦援圆摇摇阅援猿

源援命题“若 皂跃园,则关于 曾的方程 曾圆垣曾原皂越园有实数根 ”与它的逆命题、否命题、逆否命题中,真命题的个数为摇摇摇摇援

缘援如果命题“责\ 择”与“韦 责”都是假命题,则命题 择是摇摇摇摇 (填“真 ”或“假 ”) 命题援

远援命题 :已知 葬,遭为实数,若 曾圆垣葬曾垣遭≤ 园有非空解集,则 葬圆原源遭≥ 园援写出该命题的逆命题、否命题、逆否命题,并判断这些命题的真假援

能力提升

苑援如果原命题的结论是“责\ 择”形式,那么否命题的结论形式为 (摇摇) 援

粤援韦 责且韦 择摇摇摇摇月援韦 责或韦 择

悦援韦 责或韦 择摇摇摇摇阅援韦 择或 责

愿援判断下列命题是否正确:

(员) 责和 择都是简单命题,那么

①命题 责真,则命题“责\ 择”一定真;

②命题 责假,则命题“责\ 择”不一定假;

③命题“责\ 择”真,则命题 责一定真;

④命题“责/ 择”假,则命题 责一定假援

(圆) 命题“责/ 择”与命题“责\ 择”都是真命题,那么

①命题 择一定是真命题;

②命题 择不一定是真命题;

③命题 责不一定是真命题;

④命题 责与 择的真值相同援

(猿) 命题“责\ 择”与命题“责/ 择”都是假命题,那么

①命题“韦 责”与命题“韦 择”真值不同;

②命题“韦 责”与命题“韦 择”至少有一个是假命题;

③命题“韦 责\ 韦 择”是真命题;

④命题 择与命题“¬责”真值相同援

综合探究

怨援写出命题“当 葬遭糟越园时,葬越园或 遭越园或 糟越园”的逆命题、否命题、逆否命题,并判断它们的真假援

异援猿援摇全称量词与存在量词

自主预习

员援命题“实数的平方大于等于 园”用符号“∀”与“∃”表示为摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇;它是摇摇摇(填全称或特称)命题援其否定是摇摇摇摇摇摇摇摇;是摇摇摇(填全称或特称)命题援

圆援命题“存在一对实数 曾,赠使 圆曾垣猿赠垣缘跃园成立”用符号“∀”与“∃”表示为摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇;它是摇摇摇摇(填全称或特称)命题援其否定是摇摇摇摇摇摇摇摇;是摇摇摇摇(填全称或特称)命题援

逐点扫描

焦点一摇全称命题与特称命题的概念和形式

员援全称量词与特称量词

表示整体或全部含义的量词称为全称量词援常见的有“所有”、“任意”、“每一个”等援通常用符号“∀曾”表示,读作“对任意 曾”援

表示个别或一部分含义的量词称为存在量词援常见的有“有一个”、“存在一个”、“有点”、“有些”等援通常用符号“∃曾”表示,读作“存在 曾”援

圆援全称命题与特称命题

全称命题——含有全称量词的命题援

表示形式:“对于任意 曾∈酝,有 责(曾)成立援”

记为:∀粤∈酝,责(曾)援

特称命题——含有存在量词的命题援

表示形式:“存在 酝的一个元素 曾使 责(曾)成立援”

记为:∃曾∈酝,责(曾)援

例员

判断下列语句是不是全称命题或者特称命题,如果是,用量词符号表达出来援

(员)中国的所有河流都注入太平洋;

(圆)园不能作除数;

(猿)任何一个实数除以 员,仍等于这个实数;

(源)每一个向量都有方向援

【分析】摇从量词入手进行判断援

【解答】摇(员)全称命题,∀河流 曾∈{中国的河流},河流 曾注入太平洋援

(圆)特称命题,∃曾越园,曾不能作除数援

(猿)全称命题,∀曾∈砸,$\frac{曾}{员}$越曾援

(源)全称命题,∀葬,葬有方向援

【点评】摇全称命题和特称命题是一个形式化定义的数学概念,但实际问题中又不一定完全那么规范,我们应根据命题本身的含义出发进行判断援

变身题

员援将“曾圆垣赠圆≥圆曾赠”改写成全称命题,下列说法正

确的是（摇摇）援

粤援∀曾赠砸，都有曾垣曾≥圆曾

月援∃曾赠砸，都有曾垣曾≥圆曾

悦援∀曾跃园，赠跃园，都有曾垣曾≥圆曾

阅援∃曾约园，赠约园，都有曾垣曾≤圆曾

焦点二摇全称命题与特称命题的真假判断

要判断一个全称命题为真，必须对给定集合的每一个元素曾使命题责(曾)为真；但要判断一个全称命题为假，只要在给定的集合中找到一个元素曾使命题责(曾)为假援

要判断一个特称命题为真，只要在给定的集合中找到一个元素曾使命题责(曾)为真；要判断一个特称命题为假，必须对给定集合的每一个元素曾使命题责(曾)为假援

全称命题与特称命题之间有可能转化，它们之间并不是对立的关系援

✲ 例圆

判断以下命题的真假：

(员)∃曾∈砸，曾跃曾；(圆)∀曾∈砸，曾跃曾；

(猿)∃曾∈匝，曾原愿越园；(源)∀曾∈砸，曾垣圆跃园援

【分析】摇根据命题形式的特点采取合适的方法逐一判断援

【解答】摇(员)这是一个特称命题，且当曾越圆时，曾跃曾成立，所以命题为真援

(圆)这是一个全称命题，但当曾越员辕圆时，曾跃曾不成立，所以命题为假援

(猿)这是一个特称命题，且由曾原愿越园可得曾越依圆/圆∉匝，所以命题为假援

(源)这是一个全称命题，且命题为真援

☻ 变身题

圆援对于下列语句：

(员)∃曾∈在，曾越猿；

(圆)∃曾∈砸，曾越圆；

(猿)∀曾∈砸，曾垣圆曾垣猿跃园；

(源)∀曾∈砸，曾垣曾原缘跃园援

其中正确的命题序号是____________援

✲ 例猿

指出下述推理过程在逻辑上的错误：

第一步：设葬越遭，则有葬越葬遭；

第二步：等式两边都减去遭，得葬原遭越葬遭原遭；

第三步：因式分解得(葬垣遭)(葬原遭)越遭(葬原遭)；

第四步：等式两边都除以葬原遭得葬垣遭越遭；

第五步：由葬越遭代入，得圆遭越遭；

第六步：两边都除以遭得圆越员援

【解答】摇第四步错，因葬原遭越园，等式两边不能除以葬原遭援

第六步错，因遭可能为园，两边不能除以遭，需讨论援

【点评】摇(葬垣遭)(葬原遭)越遭(葬原遭)⇒葬垣遭越遭是特称命题，不是全称命题，由此得到的结论不可靠；同理，圆遭越遭⇒圆越员是特称命题，不是全称命题，得到的结论仍不可靠援

☻ 变身题

猿援命题 $\frac{\sqrt{(葬垣遭)^{圆}}}{渣遭垣遭渣}$ 越 $\frac{葬垣遭}{遭垣员}$ 是全称命题吗？如果是全称命题，请给予证明，如果不是全称命题，请补充必要的条件，使之成为全称命题援

焦点三摇全称命题与特称命题的否定

全称命题责：∀曾∈酝，责(曾)，其否定命题为┐责：∃曾∈酝，┐责(曾)

特称命题责：∃曾∈酝，责(曾)；其否定命题为┐责：∀曾∈酝，┐责(曾)援

✲ 例源

指出下列命题的形式，并写出它们的否定援

(员)所有的矩形都是平行四边形；

(圆)∃曾∈砸，曾垣圆曾垣圆≤园；

(猿 ∀曾∈砸,曾原圆曾垣员≥园;

(源 有些函数没有反函数援

【解答】摇(员 全称命题,否定:存在一个矩形不是平行四边形援

(圆 特称命题,否定:∀曾∈砸,曾圆垣圆曾垣猿跃园援

(猿 全称命题,否定:∃曾∈砸,曾原圆曾垣员约园援

(源 特称命题,否定:任何函数都有反函数援

【点评】摇从命题形式上看,全称命题的否定都变成了特称命题,特称命题的否定都变成了全称命题援具体操作就是把命题责中的全称性量词(或存在性量词)改成存在性量词(或全称性量词),并把量词作用范围进行否定援

☻ 变身题

源援写出下列命题的否定：

(员 所有的人都晨练；

(圆 平行四边形的对边相等；

(猿 存在实数曾,曾是方程缘曾原苑曾越园的根；

(源 对于任意实数曾,存在实数赠,使曾垣赠跃园援

✲ 例缘

写出下列命题的否定：

(员 自然数的平方是正数；

(圆 任何实数曾都是方程圆曾垣苑曾原猿越园的根；

(猿 有些质数是奇数；

(源 可以被缘整除的整数,末位是园;

(缘 被愿整除的数能被源整除援

【解答】摇(员 的否定:有些自然数的平方不是正数援

(圆 的否定:存在实数曾不是方程圆曾垣苑曾原猿越园的根援

(猿 的否定:所有的质数都不是奇数援

(源 的否定:存在一个可以被缘整除的整数,其末位不是园援

(缘 的否定:存在一个数能被愿整除,但不能被源整除援

【点评】摇(员 有些命题看上去不含量词,这时应根据题意挖掘其隐含的量词援如果是对某一类对象的特征描述,其中就含有全称量词;如果是对某一个对象的特征描述,其中就含有存在量词援

(圆 关键量词的否定

词语	是	一定是	都是	大于	小于	且
词语的否定	不是	一定不是	不都是	小于或等于	大于或等于	或
词语	必有一个	至少有灶个	至多有一个	所有曾成立	所有曾不成立	
词语的否定	一个也没有	至多有灶原员个	至少有两个	存在一个曾不成立	存在一个曾成立	

☻ 变身题

缘援写出下列命题的否定：

(员 对任意的正数曾,√曾跃曾原员;

(圆 不存在实数曾,曾圆垣员约圆曾;

(猿 已知集合粤⊆月,如果对于任意的元素曾∈粤,那么曾∈月;

(源 已知集合粤⊆月,存在至少一个元素曾∈月,使得曾∈粤援

焦点四　命题的否定(¬责)与否命题

命题的否定与否命题是完全不同的概念援

(员 任何命题均有否定,无论是真命题还是假命题；

而否命题仅针对命题“若 责则 择”提出来的援

（圆）命题的否定是原命题的矛盾命题，两者的真假性必然是一真一假；而否命题与原命题可能是同真同假，也可能是一真一假援

✲ 例远

写出下列命题的否定与否命题，并判断其真假援

（员）责：若 曾跃赠，则 缘曾跃缘赠；

（圆）责：正方形的四条边相等；

（猿）责：已知 葬，遭为实数，若 曾圆垣葬曾垣遭≤园有非空实数解，则 葬圆原源遭≥园援

【解答】摇（员）﹁责：若 曾跃赠，则 缘曾≤缘赠，假命题援

否命题：若 曾≤赠，则 缘曾≤缘赠，真命题援

（圆）﹁责：存在一个正方形，四条边中至少有两条边不相等，假命题援

否命题：若一个四边形不是正方形，则它的四条边不全相等，假命题援

（猿）﹁责：已知 葬，遭为实数，若 曾圆垣葬曾垣遭≤园有非空实数解，则存在实数 葬，遭使 葬圆原源遭＜园，假命题援

否命题：已知 葬，遭为实数，若 曾圆垣葬曾垣遭≤园无实数解，则 葬圆原源遭＜园，真命题援

【点评】摇原命题“若 责则 择”的形式，它的非命题（即命题的否定）为“若 责则﹁择”；而它的否命题为“若﹁责则﹁择”，既否定条件又否定结论援

☻ 变身题

远援写出下列各命题的否定及其否命题，并判断它们的真假：

（员）若 曾，赠都是奇数，则 曾垣赠是偶数；

（圆）若 曾赠越园，则 曾越园或 赠越园援

摇摇

焦点训练

基础夯实

员援下列全称命题中，真命题的个数是（摇摇）援

①末位是 园的整数，可以被 圆整除；

②角平分线上的点到这个角的两边的距离相等；

③正四面体中两侧面的夹角相等援

粤援员　　月援圆　　悦援猿　　阅援源

圆援下列命题为特称命题的是（摇摇）援

粤援偶函数的图象关于 赠轴对称

月援正四棱柱都是平行六面体

悦援不相交的两条直线是平行直线

阅援存在很多实数不小于 猿

猿援命题“存在一个三角形，内角和不等于 员愿园毅”的否定为（摇摇）援

粤援存在一个三角形，内角和等于 员愿园毅

月援所有三角形，内角和都等于 员愿园毅

悦援所有三角形，内角和都不等于 员愿园毅

阅援很多三角形，内角和不等于 员愿园毅

源援“今天早上有人迟到”是摇摇摇摇摇摇摇摇命题援（填“全称”或“特称”）

缘援已知命题“末位数字是 园或 缘的整数能被 缘整除”援

（员）它的否定形式是____________________；

（圆）它的否命题是____________________援

远援用量词符号“∀”，“∃”表达下列问题：

（员）凸 灶边形的外角和等于 圆π；

（圆）不等式的解集为 粤，则 粤⊆砸；

（猿）有的向量方向不定；

（源）至少有一个实数不能取对数援