

重点难点解题手册

高中数学

必修 员和 圆

总 主 编 摇 王后雄

本册主编摇高丽娟

本册编者摇高丽娟摇许摇雪

朱文忠摇向摇苗

北京出版社出版集团

北 京 教 育 出 版 社

图书在版编目 (CIP) 数据

重点难点解题手册 高中数学必修①② 董武编 北京：北京教育出版社，2009

ISBN 7-309-06700-0

I. ①董... II. ①董... III. ①数学课—高中—解题 IV. ①G634.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 123456 号

本书主编 董武 高丽娟

本书编者 高丽娟 董武 潘月春

重点难点解题手册

高中数学必修①②

ZHONGDIAN NANDIAN JIETI SHOUCE

GAOZHONG SHUXUE BIXIU ①②

总主编 王后雄

*

北京出版社出版集团 出版

北京教育出版社

(北京北三环中路 28 号)

邮政编码 100028

网 址 : www.bjpe.com.cn

北京出版社出版集团总发行

新华书店经销

印刷

*

开本 787mm×1092mm 1/16 印张

2009 年 1 月第 1 版 2009 年 1 月第 1 次印刷

印数 1—50000

ISBN 7-309-06700-0

定价 19.80 元

质量投诉电话 010-63076618

目 录



第一章 集合与函数概念

一、集合与集合的表示方法

重点难点提示

习题分类解析

类型一 集合中元素的性质

类型二 集合的表示方法

类型三 元素与集合的关系

类型四 利用元素性质确定集合

类型五 探究与发现

解题方法归纳与提升

二、集合之间的关系

重点难点提示

习题分类解析

类型一 写出给定集合的子集

类型二 利用集合间的关系求参数值

类型三 判断集合间的关系

类型四 探究与发现

解题方法归纳与提升

三、集合的运算

重点难点提示

习题分类解析

类型一 求集合的交集、并集、补集

类型二 基本性质

类型三 补集

类型四 维恩图

类型五 临时性定义

类型六 交、并、补集思想

类型七 确定参数范围

类型八 探究与发现

解题方法归纳与提升

四、函数与映射

重点难点提示

习题分类解析

类型一 函数

类型二 映射

类型三 象与原象

类型四 映射与函数

类型五 探究与发现

解题方法归纳与提升

五、函数的表示法

重点难点提示

习题分类解析

类型一 函数的图象

类型二 分段函数

类型三 复合函数

类型四 求函数的解析式

类型五 作出函数的图象

类型六 分段函数的应用

类型七 探究与发现

解题方法归纳与提升

六、函数的定义域

重点难点提示

习题分类解析

类型一 已知函数解析式求函数定义域

类型二 复合函数的定义域

类型三 已知定义域求参数取值范围

类型四 实际问题或几何问题中的定义域

解题方法归纳与提升

七、函数的单调性

重点难点提示

习题分类解析

类型一 函数单调性的判定

类型二 函数的单调区间

类型三 利用函数单调性确定参数值

类型四 利用函数单调性解不等式

类型五 抽象函数的单调性

类型六 探究与发现

解题方法归纳与提升

八、函数的奇偶性

重点难点提示

习题分类解析

类型一 函数奇偶性判定

类型二 抽象函数奇偶性判定

类型三 利用奇偶性求解析式

类型四 奇偶性与单调性的综合应用

类型五 奇偶性与周期性综合应用

类型六 探究与发现

解题方法归纳与提升

第二章 基本初等函数

一、一次函数的图象与性质

摇

重点难点提示 转园
习题分类解析 转员
类型一摇一次函数概念 转员
类型二摇一次函数图象的画法 转园
类型三摇一次函数性质 转猿
类型四摇用待定系数法确定一次函数的解析式 转猿
类型五摇一次函数与一元一次方程、一元一次不等式综合 转范
类型六摇函数的最值 转愿
类型七摇一次函数的实际应用 转怨
解题方法归纳与提升 转员
二、二次函数 转员
重点难点提示 转员
习题分类解析 转园
类型一摇二次函数值域 转园
类型二摇求解析式 转源
类型三摇二次函数的图象 转远
类型四摇二次函数实根分布 转范
类型五摇探究与发现 转怨
类型六摇二次函数、二次方程、二次不等式的关系问题 转猿
解题方法归纳与提升 转源
三、指摇数 转源
重点难点提示 转源
习题分类解析 转猿
类型一摇幂、指运算 转猿
类型二摇利用整体代换的思想解题 转远
类型三摇探究与发现 转愿
解题方法归纳与提升 转园
四、指数函数 转员
重点难点提示 转员
习题分类解析 转员
类型一摇指数函数的图象变换 转员
类型二摇基本性质 转猿
类型三摇判断函数单调性 转源
类型四摇最值 转远
类型五摇比较大小 转范
类型六摇综合 转怨
解题方法归纳与提升 转园
五、对数及其运算法则 转员
重点难点提示 转员
习题分类解析 转园
类型一摇对数的基本概念 转园

类型二摇对数运算 转猿
类型三摇指数式与对数式互化 转源
类型四摇探究与发现 转远
解题方法归纳与提升 转范
六、对数函数 转范
重点难点提示 转范
习题分类解析 转怨
类型一摇对数函数图象 转怨
类型二摇定义域问题 转园
类型三摇复合函数单调性 转员
类型四摇比较大小 转猿
类型五摇对数方程、不等式 转猿
类型六摇函数单调性的应用 转远
类型七摇综合问题 转愿
解题方法归纳与提升 转怨
七、反函数 转园
重点难点提示 转园
习题分类解析 转员
类型一摇判断函数是否存在反函数 转员
类型二摇给出函数解析式，求函数的反函数 转园
类型三摇指数与对数函数 转猿
类型四摇反函数的性质 转源
类型五摇反函数图象之间的关系 转猿
类型六摇综摇合 转范
解题方法归纳与提升 转怨
八、幂函数 转怨
重点难点提示 转怨
习题分类解析 转园
类型一摇幂函数的基本概念 转园
类型二摇幂函数的图象 转员
类型三摇单调性的应用 转园
类型四摇函数的奇偶性 转源
类型五摇探究与发现 转猿
解题方法归纳与提升 转范
第三章摇函数的应用 转愿
一、函数的值域 转愿
重点难点提示 转愿
习题分类解析 转怨
类型一摇用配方法求函数的值域 转怨
类型二摇换元法求函数值域 转怨

类型三摇数形结合求函数最值 轶貌
类型四摇利用函数性质求值域 轶貌
类型五摇判别式法求值域 轶貌
类型六摇已知函数值域求参数取值范围 轶貌
类型七摇探究与发现 轶貌
解题方法归纳与提升 轶貌
二、函数与方程 轶貌
重点难点提示 轶貌
习题分类解析 轶貌
类型一摇求函数的零点 轶貌
类型二摇由零点定参数 轶貌
类型三摇判断函数的零点 轶貌
类型四摇二分法 轶貌
类型五摇用二分法求方程近似解 轶貌
类型六摇探究与发现 轶貌
解题方法归纳与提升 轶貌
三、函数模型及其应用 轶貌
重点难点提示 轶貌
习题分类解析 轶貌
类型一摇建立函数模型 轶貌
类型二摇一次、二次函数模型应用 轶貌
类型三摇“赠曾型”函数模型应用 轶貌
类型四摇分段函数模型应用 轶貌
类型五摇指数、对数函数模型应用 轶貌
类型六摇探究与发现 轶貌
解题方法归纳与提升 轶貌

第四章摇空间几何体 轶貌

一、棱柱、棱锥和棱台的结构特征 轶貌

重点难点提示 轶貌
习题分类解析 轶貌
类型一摇棱柱的概念 轶貌
类型二摇棱柱的性质 轶貌
类型三摇棱锥的概念 轶貌
类型四摇棱锥性质的应用 轶貌
类型五摇棱台及性质的应用 轶貌
类型六摇棱柱知识的应用 轶貌
类型七摇与棱锥有关的问题（概念及性质的应用） 轶貌
解题方法归纳与提升 轶貌
二、圆柱、圆锥、圆台和球的结构特

征 轶貌

重点难点提示 轶貌
习题分类解析 轶貌
类型一摇圆柱的性质及其应用 轶貌
类型二摇圆锥的性质及其应用 轶貌
类型三摇圆台的性质及其应用 轶貌
类型四摇球的概念和性质 轶貌
类型五摇球面距离的求法 轶貌
类型六摇球的综合问题 轶貌
解题方法归纳与提升 轶貌
三、空间几何体的三视图和直观图 轶貌
重点难点提示 轶貌
习题分类解析 轶貌
类型一摇三视图的概念 轶貌
类型二摇空间几何体的直观图 轶貌
解题方法归纳与提升 轶貌
四、棱柱、棱锥、棱台和球的表面积 轶貌
重点难点提示 轶貌
习题分类解析 轶貌
类型一摇柱的表面积 轶貌
类型二摇锥的表面积 轶貌
类型三摇台的表面积 轶貌
类型四摇球的表面积 轶貌
解题方法归纳与提升 轶貌
五、柱、锥、台和球的体积 轶貌
重点难点提示 轶貌
习题分类解析 轶貌
类型一摇柱的体积 轶貌
类型二摇锥的体积 轶貌
类型三摇台的体积 轶貌
类型四摇球的体积 轶貌
类型五摇球的综合问题 轶貌
解题方法归纳与提升 轶貌

第五章摇点、线、平面之间的位置关系 轶貌

平面的基本性质与理论 轶貌
重点难点提示 轶貌
习题分类解析 轶貌
类型一摇平面的概念的理解 轶貌
类型二摇平面的画法 轶貌
类型三摇平面基本性质的应用 轶貌

类型四摇空间直线位置关系问题 轱源
类型五摇异面直线的证明问题 轱源
类型六摇异面直线所成的角 轱源
类型七摇异面直线的距离 轱源
类型八摇与平面有关的问题（概念及性质的应用） 轱源
类型九摇异面直线所成角的综合应用 轱源
解题方法归纳与提升 轱源

第六章摇直线的方程 轱源

一、平面直角坐标系中的基本公式 轱源

重点难点提示 轱源
习题分类解析 轱源
类型一摇数轴上的基本公式的应用 轱源
类型二摇平面直角坐标系中的两点间距离公式的应用 轱源
类型三摇中点坐标公式的应用 轱源
类型四摇用坐标法（又称解析法）证明几何问题 轱源

类型五摇探索与研究 轱源

解题方法归纳与提升 轱源

二、直线方程的概念与直线的斜率 轱源

重点难点提示 轱源
习题分类解析 轱源
类型一摇直线方程的概念 轱源
类型二摇直线的倾斜角与斜率的定义 轱源
类型三摇直线的倾斜角 轱源
类型四摇直线的斜率 轱源
类型五摇三点共线问题 轱源
类型六摇探索与研究 轱源
解题方法归纳与提升 轱源

三、直线的方程 轱源

重点难点提示 轱源
习题分类解析 轱源
类型一摇对几种形式方程使用条件的限制 轱源
类型二摇直线方程的求法 轱源
类型三摇由直线方程求斜率和倾斜角 轱源
类型四摇探索与研究 轱源
解题方法归纳与提升 轱源
四、两条直线的位置关系 轱源

重点难点提示 轱源

习题分类解析 轱源

类型一摇两直线位置关系的判定 轱源

类型二摇已知两直线位置关系，求参数值 轱源

类型三摇根据两直线位置关系求直线方程 轱源

类型四摇点到直线的距离 轱源

类型五摇直线系方程的应用 轱源

类型六摇探索与研究 轱源

解题方法归纳与提升 轱源

五、直线中的对称问题 轱源

重点难点提示 轱源

习题分类解析 轱源

类型一摇点关于点的对称 轱源

类型二摇直线关于点的对称 轱源

类型三摇点关于直线的对称 轱源

类型四摇直线关于直线对称 轱源

类型五摇利用对称解决直线中的最值问题 轱源

类型六摇探索与研究 轱源

解题方法归纳与提升 轱源

第七章摇圆的方程 轱源

一、圆的方程 轱源

重点难点提示 轱源
习题分类解析 轱源
类型一摇圆的标准方程 轱源
类型二摇圆的方程的一般式 轱源
类型三摇圆系方程的应用 轱源
类型四摇点与圆的位置关系 轱源
类型五摇探索与研究 轱源
解题方法归纳与提升 轱源

二、与圆有关的轨迹问题 轱源

重点难点提示 轱源

习题分类解析 轱源

类型一摇直接法求圆的方程 轱源

类型二摇定义法求轨迹 轱源

类型三摇代入法求轨迹 轱源

类型四摇“参数法”求圆的方程 轱源

类型五摇探索与研究 轱源

解题方法归纳与提升 轱源



第一章 集合与函数概念

DiYiZhang JiHeYuHanShuGaiNian

一、集合与集合的表示方法



重点难点提示

一般地,某些指定的对象集在一起就成为一个集合,也简称集。集合中的每个对象叫做这个集合的元素。

集合中的元素具有确定性、互异性、无序性:

集合中的元素必须是确定的。就是说,给定一个集合,任何一个对象是不是这个集合的元素也就确定了。

集合中的元素是互异的。就是说,集合中的元素是没有重复现象的,任何两个相同的对象在同一个集合中时,只能算作这个集合的一个元素。

集合中的元素是无序的。就是说,集合中的元素排列与顺序无关。

常用的数集及其记法:

全体非负整数的集合通常简称非负整数集(或自然数集),记作 $\mathbb{N}$;非负整数集内排除 0 的集,也称正整数集,记作 $\mathbb{N}^*$ 或 $\mathbb{N}_+$;

全体整数的集合通常简称整数集,记作 $\mathbb{Z}$;

全体有理数的集合通常简称有理数集,记作 $\mathbb{Q}$;

全体实数的集合通常简称实数集,记作 $\mathbb{R}$ 。

集合的表示方法,常用的有列举法和描述法:

列举法是把集合中的元素一一列举出来的方法。

描述法是用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合的方法。

集合的分类:

一般地,含有有限个元素的集合叫做有限集。

一般地,含有无限个元素的集合叫做无限集。

不含任何一个元素的集合叫做空集,记作 $\emptyset$ 。

元素与集合之间的关系:

如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于集合 A ,记作 $a \in A$;如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于集合 A ,记作 $a \notin A$ 。

求数集 $\{园,曾,曾原曾\}$ 中的数 曾所应满足的条件援

【解】摇由集合中元素的互异性得 $\begin{cases} \text{曾园,} \\ \text{曾原曾园} \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} \text{曾园,} \\ \text{曾园且曾员,} \\ \text{曾园且曾圆,} \end{cases}$

亦曾~~园~~且曾~~员~~且曾~~圆~~媛

➤ 变式 员摇由实数 皂, 原皂, $\sqrt{\text{皂}}$, 原 $\sqrt{\text{皂}}$ 所组成的集合, 最多含有(摇摇)

粤一个元素摇摇摇摇月一个元素摇摇摇摇悦一个元素摇摇摇摇阅一个元素

【解析】摇疫对于任意的皂， $\sqrt{\text{皂}^{\text{圆}}}$ 越渣渣原 $\sqrt{\text{皂}^{\text{猿}}}$ 越原皂，

当皂越园时, $\sqrt{\text{皂}}$ 越皂, 越皂越原皂越原皂越园, 所以由这几个实数所组成的集合含有 员个元素;

当 $\sqrt[n]{a} > a$ 时, $\sqrt[n]{a}$ 越靠近 a , 原 $\sqrt[n]{a}$ 越靠近 a , 所以由上面几个实数所组成的集合含有 n 个元素;

当 $\sqrt[n]{a}$ 越接近 $\sqrt[n]{a}$ 时, $\sqrt[n]{a}$ 越接近 $\sqrt[n]{a}$, 所以由上面几个实数所组成的集合含有 $\sqrt[n]{a}$ 个元素

由实数 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{14}$, $\sqrt{15}$, $\sqrt{16}$, $\sqrt{17}$, $\sqrt{18}$, $\sqrt{19}$, $\sqrt{20}$, $\sqrt{21}$, $\sqrt{22}$, $\sqrt{23}$, $\sqrt{24}$, $\sqrt{25}$, $\sqrt{26}$, $\sqrt{27}$, $\sqrt{28}$, $\sqrt{29}$, $\sqrt{30}$, $\sqrt{31}$, $\sqrt{32}$, $\sqrt{33}$, $\sqrt{34}$, $\sqrt{35}$, $\sqrt{36}$, $\sqrt{37}$, $\sqrt{38}$, $\sqrt{39}$, $\sqrt{40}$, $\sqrt{41}$, $\sqrt{42}$, $\sqrt{43}$, $\sqrt{44}$, $\sqrt{45}$, $\sqrt{46}$, $\sqrt{47}$, $\sqrt{48}$, $\sqrt{49}$, $\sqrt{50}$, $\sqrt{51}$, $\sqrt{52}$, $\sqrt{53}$, $\sqrt{54}$, $\sqrt{55}$, $\sqrt{56}$, $\sqrt{57}$, $\sqrt{58}$, $\sqrt{59}$, $\sqrt{60}$, $\sqrt{61}$, $\sqrt{62}$, $\sqrt{63}$, $\sqrt{64}$, $\sqrt{65}$, $\sqrt{66}$, $\sqrt{67}$, $\sqrt{68}$, $\sqrt{69}$, $\sqrt{70}$, $\sqrt{71}$, $\sqrt{72}$, $\sqrt{73}$, $\sqrt{74}$, $\sqrt{75}$, $\sqrt{76}$, $\sqrt{77}$, $\sqrt{78}$, $\sqrt{79}$, $\sqrt{80}$, $\sqrt{81}$, $\sqrt{82}$, $\sqrt{83}$, $\sqrt{84}$, $\sqrt{85}$, $\sqrt{86}$, $\sqrt{87}$, $\sqrt{88}$, $\sqrt{89}$, $\sqrt{90}$, $\sqrt{91}$, $\sqrt{92}$, $\sqrt{93}$, $\sqrt{94}$, $\sqrt{95}$, $\sqrt{96}$, $\sqrt{97}$, $\sqrt{98}$, $\sqrt{99}$, $\sqrt{100}$ 所组成的集合, 最多含有 100 个元素。

【答案】摇粤

➤ 变式 圆摇设葬遭糟是非零实数,且曾越葬垣遭垣糟垣葬垣遭垣糟垣葬垣遭垣糟垣葬垣遭垣糟,则以曾的取值为元素组成集合是援

【解析】摇当葬、遭、糟均为正数时，曾越 $\frac{\text{葬}}{\text{葬}}$ 垣 $\frac{\text{遭}}{\text{遭}}$ 垣 $\frac{\text{糟}}{\text{糟}}$ 越原；

当葬遭糟中有两个正数,一个负数时,曾越葬葬垣遭遭垣糟糟垣葬葬越远;

当葬遭糟中有一个正数,两个负数时,曾越葬垣遭垣糟垣葬越园;

当葬遭糟中有三个负数时,曾越葬垣遭垣糟垣葬糟越原媛

【答案】摇{ 原原园源

► **变式猿** 集合 A 的元素为正整数, 且满足: 如果 $a \in A$, 则 $6a \in A$, 则

(员)只有一个元素的集合 酝越_____;

(圆)有圆个元素的集合 酝是_____;

(猿)满足题设条件的集合 酝共有_____个援

【解析】摇(员)疫集合 酝只有一个元素，



亦曾越源曾即 曾越源,

亦只有一个元素的集合 越越源援

(圆)疫集合 越中有 圆个元素,其元素只能是 曾愿原曾,

从而含两个元素的集合 越应为 $\{员苑, 圆远, 猿缘\}$

(猿)满足题设条件的集合 越是由集合 $\{源, 员苑, 圆远, 猿缘\}$ 中的 员个,或 圆个,或 猿个,或 源个组成的,从以上集合中任取 员个,有 源种;任取 圆个,有 远种;任取 猿个,有 源种;任取 源个,有 员种,援共有 员缘个,即满足题设条件的集合 越共有 员缘个援

【答案】摇(员) $\{源, 圆\}$ (圆) $\{员苑, 圆远, 猿缘\}$ (猿)员缘

类型二 摇集合的表示方法

下列表述中正确的是_____援

(员)在越全体整数 $\}$;(圆)砸越砸 $\}$;(猿) $\{(员圆)\}$ 越(员圆);(源) $\{曾愿原曾, 曾愿原曾, 曾愿原曾\}$

【答案】摇(员)

变式 员摇试用另一种方法表示下列集合:

(员) $\{曾愿原曾, 曾愿原曾, 曾愿原曾\}$ 晕且灶缘越_____ 摇(圆) $\{曾愿原曾, 曾愿原曾, 曾愿原曾\}$ 越_____;

(猿) $\{负数\}$ 越_____ 摇摇摇摇摇摇(源) $\{员缘, 圆远, 猿缘, 远缘\}$ 越_____ 援

【答案】(员) $\{原圆, 员源, 员圆, 员圆\}$ (圆) $\{员, 原员, 原圆, 原猿, 原远, 原远\}$ (猿) $\{曾愿原曾, 曾愿原曾, 曾愿原曾\}$ (源) $\{曾愿原曾, 曾愿原曾, 曾愿原曾\}$

变式 圆摇用适当的方法表示下列集合:

(员)所有偶数组成的集合;

(圆)方程 $(曾愿原曾)(曾愿原曾)$ 越圆的所有解,并化简;

(猿)方程组 $\begin{cases} 曾愿原曾 \\ 曾愿原曾 \end{cases}$ 的解的全体,并化简;

(源)函数 $曾愿原曾$ 的图象与 赠轴的交点;

(缘)函数 $曾愿原曾$ 的 赠值的全体援

【解】(员) $\{偶数\}$ 越 $\{曾愿原曾, 曾愿原曾, 曾愿原曾\}$;

(圆) $\{曾愿原曾, 曾愿原曾, 曾愿原曾\}$ 越 $\{原圆, 原圆, 原圆\}$;

(猿) $\{(曾愿原曾, 曾愿原曾), (曾愿原曾, 曾愿原曾)\}$ 越 $\{(曾愿原曾, 曾愿原曾), (曾愿原曾, 曾愿原曾)\}$;

(源) $\{(曾愿原曾, 曾愿原曾), (曾愿原曾, 曾愿原曾)\}$ 越 $\{(曾愿原曾, 曾愿原曾), (曾愿原曾, 曾愿原曾)\}$;

(缘) $\{曾愿原曾, 曾愿原曾\}$ 越 $\{曾愿原曾, 曾愿原曾\}$

变式 猿摇坐标轴上的点的集合可表示为(摇摇)

粤援 $\{(曾愿原曾, 曾愿原曾), (曾愿原曾, 曾愿原曾)\}$ 月援 $\{(曾愿原曾, 曾愿原曾), (曾愿原曾, 曾愿原曾)\}$

悦援 $\{(曾愿原曾, 曾愿原曾)\}$

阅援 $\{(曾愿原曾, 曾愿原曾), (曾愿原曾, 曾愿原曾)\}$

【答案】摇悦

已知 $\text{曾} \in \{\text{员圆曾}\}$ 则有(摇摇)

月曆越員或 曾越員

閱譽圀或 譽圀或 譽圀

【解析】摇若曾越园则曾越员与互异性矛盾若曾越圆则曾越原满足题意若曾越曾则曾越园或曾越员舍去援

【答案】摇悦

⑤ $\{\varnothing\}$ 是空集援其中正确的命题是 援将你认为正确的命题都填上)

【解析】摇因为 晕表示自然数集 ,所以②③是错误的 ;匝表示有理数集 ,所以④是不正确的 ; $\varnothing$ 不是空集 ,所以⑤是错误的援

【答案】摇①

[illegible][illegible]

亦灶垣圓 $\in$ 暈垣，

亦葬_レ月爰

► 变式 7 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$, 若 $A \cap B$ 中只有一个元素, 试求 $A \cup B$ 的值域.

亦方程 $x^2 + 2x + 1 = 0$ 有一个实根

(员当负责园时,原方程化为园·曾垣曾垣越园,即园曾垣越园解得曾越原员,符合题意援

(圆)当 $\Delta = 0$ 时, 方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 有一个实根, 则 $\Delta = 0$ 解得 $\Delta = 0$

综合(员)(圆)可知, λ 的值为 园或 员援

已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $C = \{x \mid x^2 - 7x + 10 = 0\}$, $D = \{x \mid x^2 - 9x + 14 = 0\}$, $E = \{x \mid x^2 - 11x + 28 = 0\}$, $F = \{x \mid x^2 - 13x + 40 = 0\}$, $G = \{x \mid x^2 - 15x + 54 = 0\}$, $H = \{x \mid x^2 - 17x + 72 = 0\}$, $I = \{x \mid x^2 - 19x + 90 = 0\}$, $J = \{x \mid x^2 - 21x + 110 = 0\}$, $K = \{x \mid x^2 - 23x + 132 = 0\}$, $L = \{x \mid x^2 - 25x + 156 = 0\}$, $M = \{x \mid x^2 - 27x + 182 = 0\}$, $N = \{x \mid x^2 - 29x + 210 = 0\}$, $O = \{x \mid x^2 - 31x + 240 = 0\}$, $P = \{x \mid x^2 - 33x + 272 = 0\}$, $Q = \{x \mid x^2 - 35x + 308 = 0\}$, $R = \{x \mid x^2 - 37x + 348 = 0\}$, $S = \{x \mid x^2 - 39x + 392 = 0\}$, $T = \{x \mid x^2 - 41x + 440 = 0\}$, $U = \{x \mid x^2 - 43x + 492 = 0\}$, $V = \{x \mid x^2 - 45x + 548 = 0\}$, $W = \{x \mid x^2 - 47x + 608 = 0\}$, $X = \{x \mid x^2 - 49x + 672 = 0\}$, $Y = \{x \mid x^2 - 51x + 744 = 0\}$, $Z = \{x \mid x^2 - 53x + 816 = 0\}$, $AA = \{x \mid x^2 - 55x + 892 = 0\}$, $AB = \{x \mid x^2 - 57x + 972 = 0\}$, $AC = \{x \mid x^2 - 59x + 1056 = 0\}$, $AD = \{x \mid x^2 - 61x + 1144 = 0\}$, $AE = \{x \mid x^2 - 63x + 1236 = 0\}$, $AF = \{x \mid x^2 - 65x + 1332 = 0\}$, $AG = \{x \mid x^2 - 67x + 1432 = 0\}$, $AH = \{x \mid x^2 - 69x + 1536 = 0\}$, $AI = \{x \mid x^2 - 71x + 1644 = 0\}$, $AJ = \{x \mid x^2 - 73x + 1756 = 0\}$, $AK = \{x \mid x^2 - 75x + 1872 = 0\}$, $AL = \{x \mid x^2 - 77x + 1992 = 0\}$, $AM = \{x \mid x^2 - 79x + 2116 = 0\}$, $AN = \{x \mid x^2 - 81x + 2244 = 0\}$, $AO = \{x \mid x^2 - 83x + 2376 = 0\}$, $AP = \{x \mid x^2 - 85x + 2512 = 0\}$, $AQ = \{x \mid x^2 - 87x + 2652 = 0\}$, $AR = \{x \mid x^2 - 89x + 2796 = 0\}$, $AS = \{x \mid x^2 - 91x + 2944 = 0\}$, $AT = \{x \mid x^2 - 93x + 3096 = 0\}$, $AU = \{x \mid x^2 - 95x + 3252 = 0\}$, $AV = \{x \mid x^2 - 97x + 3412 = 0\}$, $AW = \{x \mid x^2 - 99x + 3576 = 0\}$, $AX = \{x \mid x^2 - 101x + 3744 = 0\}$, $AY = \{x \mid x^2 - 103x + 3916 = 0\}$, $AZ = \{x \mid x^2 - 105x + 4092 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 107x + 4272 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 109x + 4452 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 111x + 4636 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 113x + 4824 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 115x + 5016 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 117x + 5212 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 119x + 5412 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 121x + 5616 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 123x + 5824 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 125x + 6036 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 127x + 6252 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 129x + 6472 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 131x + 6696 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 133x + 6924 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 135x + 7156 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 137x + 7392 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 139x + 7632 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 141x + 7876 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 143x + 8124 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 145x + 8376 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 147x + 8632 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 149x + 8892 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 151x + 9156 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 153x + 9424 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 155x + 9696 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 157x + 9972 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 159x + 10252 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 161x + 10536 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 163x + 10824 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 165x + 11116 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 167x + 11412 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 169x + 11712 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 171x + 12016 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 173x + 12324 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 175x + 12636 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 177x + 12952 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 179x + 13272 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 181x + 13596 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 183x + 13924 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 185x + 14256 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 187x + 14592 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 189x + 14932 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 191x + 15276 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 193x + 15624 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 195x + 15976 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 197x + 16332 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 199x + 16692 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 201x + 17056 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 203x + 17424 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 205x + 17796 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 207x + 18172 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 209x + 18552 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 211x + 18936 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 213x + 19324 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 215x + 19716 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 217x + 20112 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 219x + 20512 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 221x + 20916 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 223x + 21324 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 225x + 21736 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 227x + 22152 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 229x + 22572 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 231x + 23000 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 233x + 23432 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 235x + 23868 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 237x + 24308 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 239x + 24752 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 241x + 25200 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 243x + 25652 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 245x + 26108 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 247x + 26568 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 249x + 27032 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 251x + 27500 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 253x + 27972 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 255x + 28448 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 257x + 28928 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 259x + 29412 = 0\}$, $BA = \{x \mid x^2 - 261x + 29900 =$

(圆)要使 $\mathcal{A}$ 为实数构成的双元素集,求 a 的取值范围;

(猿)要使 粤中无实数元素 求 葬的取值范围援

【解】摇(员)疫集合 粤为单元素集，

亦方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 有一个实数根



①当 $\Delta < 0$ 时, 原方程化为 $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 1 = 0$ 解得 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$ 满足题意;

②当 $\Delta = 0$ 时, 方程 $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 1 = 0$ 有两个相同实根

亦 $\begin{cases} \Delta = 0, \\ \Delta < 0 \end{cases}$ 解得 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$

亦 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$ 或 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$

(圆)要使 M 为由实数构成的双元素集, 则方程 $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 1 = 0$ 有两个不同实根

亦 $\begin{cases} \Delta > 0, \\ \Delta < 0 \end{cases}$ 解得 $x \in (\frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}) \cup (\frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2})$

亦 $x \in (\frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}) \cup (\frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2})$

(猿)要使 M 中无实数元素, 则方程 $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 1 = 0$ 无实根

①当 $\Delta < 0$ 时, 原方程化为 $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 1 = 0$ 解得 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$ 不满足题意;

②当 $\Delta = 0$ 时, 方程 $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 1 = 0$ 无实根

亦 $\begin{cases} \Delta > 0, \\ \Delta < 0 \end{cases}$ 解得 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$

亦 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$

► 变式 员 对于所含元素为实数的集合 M , 若 $x \in M$ 则 $\frac{1}{x} \in M$, 试解答下列问题:

(员)已知 $1 \in M$, 求集合 M ;

(圆)集合 M 是否可能为单元素集?

(猿)集合 M 中的元素有何规律?

【解】(员) 设 $1 \in M$, 由题设可知 $\frac{1}{1} \in M$,

$\frac{1}{\frac{1}{1}} = 1 \in M$, $\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{1}}} = 1 \in M$, $\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{1}}}} = 1 \in M$, $\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{1}}}}} = 1 \in M$,

亦 $M = \{1, \frac{1}{1}, \frac{1}{\frac{1}{1}}, \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{1}}}, \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{1}}}}\}$

(圆)如果集合 M 是单元素集, 由题意若 $x \in M$ 则 $\frac{1}{x} \in M$ 则有 $\frac{1}{\frac{1}{x}} = x \in M$,

亦 $x = \frac{1}{x}$ 此方程无解,

亦集合 M 不可能为单元素集

(猿)当 $x \in M$ 时, $\frac{1}{x} \in M$ 无意义, 即 $x \notin M$,

令 $\frac{y}{x} = t$, 解得 $t = 1$, 即 $y = x$.

设 $x \in A$, 且 $x \neq 1, x \neq y$, 则 $\frac{y}{x} = t \in A$, $\frac{t}{1} = t \in A$, $\frac{1}{t} = \frac{1}{t} \in A$, $\frac{1}{1} = 1 \in A$.

由 (1) 知 $\frac{y}{x} \in A$, $\frac{t}{1} \in A$, $\frac{1}{t} \in A$, $1 \in A$.

亦当 $x \in A$, $x \neq 1, x \neq y$, $\frac{y}{x} \in A$, $\frac{1}{\frac{y}{x}} = \frac{x}{y} \in A$, $\frac{1}{1} = 1 \in A$.

亦当 $x \in A$, $x \neq 1, x \neq y$, $\frac{y}{x} \in A$, $\frac{1}{\frac{y}{x}} = \frac{x}{y} \in A$.

► 变式 1 已知集合 $A = \{x \mid \frac{y}{x} \in A\}$ 有唯一实数解, 用列举法表示集合 A 为 _____.

【解析】由 $\frac{y}{x} \in A$ 有唯一实数解,

亦当 $x = 1$ 且 $y = 1$ 时, 方程 $\frac{y}{x} = t$ 可化为 $\frac{1}{1} = t$, 即 $t = 1$ 满足题意;

当 $x = 1$ 且 $y \neq 1$ 时, 方程 $\frac{y}{x} = t$ 可化为 $\frac{y}{1} = t$, 即 $t = y$ 满足题意;

(2) 当 $x \neq 1$ 时, 方程 $\frac{y}{x} = t$ 可化为 $\frac{y}{x} = t$, 即 $t = \frac{y}{x}$.

亦当 $x \neq 1$ 且 $y = 1$ 时, 方程 $\frac{y}{x} = t$ 可化为 $\frac{1}{x} = t$, 即 $t = \frac{1}{x}$ 满足题意;

亦满足条件的集合为 $A = \{1, \frac{1}{x}, \frac{y}{x}\}$.

【答案】 $A = \{1, \frac{1}{x}, \frac{y}{x}\}$.

类型五 探究与发现

设 $A = \{x \mid \frac{y}{x} \in A\}$ 有唯一实数解, 在 A 中

(1) 若 x, y 是 A 中的任意两个元素, 那么 $\frac{y}{x}$ 是否属于 A ?

(2) 若 A 中的元素 x 的倒数也是 A 中的元素, 求表示该元素的 x 之间的关系式;

(3) 对于给定的整数 n , 试求满足 $\frac{y}{x} = n$ 的 A 中元素的个数.

【解】(1) 设 $\frac{y}{x} = t$, $\frac{t}{1} = t \in A$, $\frac{1}{t} = \frac{1}{t} \in A$, $1 \in A$.

则 $\frac{y}{x} \in A$, $\frac{1}{\frac{y}{x}} = \frac{x}{y} \in A$.



同理,由 $\text{猿} \in \text{杂}$ 可得 $\frac{\text{猿}}{\text{猿}} \in \text{杂}$ 和 $\frac{\text{猿}}{\text{猿}} \in \text{杂}$ 所以 杂中至少含有元素 $\frac{\text{猿}}{\text{猿}}, \frac{\text{猿}}{\text{猿}}, \frac{\text{猿}}{\text{猿}}$

集合 杂中所含元素个数最少的集合为 杂 $\supseteq \left\{ \frac{\text{猿}}{\text{猿}}, \frac{\text{猿}}{\text{猿}}, \frac{\text{猿}}{\text{猿}}, \frac{\text{猿}}{\text{猿}}, \frac{\text{猿}}{\text{猿}} \right\}$

(猿)在 杂中任取 猿个元素 葬遭糟共有 悦越圆种取法,而使 葬遭糟 $\supseteq \frac{\text{猿}}{\text{猿}}$ 的只有 圆 原猿
和 原圆 $\frac{\text{猿}}{\text{猿}}, \frac{\text{猿}}{\text{猿}}$ 两种取法,所以使 葬遭糟 $\supseteq \frac{\text{猿}}{\text{猿}}$ 的概率为 $\frac{\text{圆}}{\text{悦越圆}}$

(猿一定是 猿灶灶 $\in \mathbb{N}^*$) 个援因为 葬 $\in$ 杂且 猿 $\notin$ 杂 $\Rightarrow$ 葬 $\neq$ 猿,

所以由 葬 $\in$ 杂 $\Rightarrow \frac{\text{猿}}{\text{猿}} \in$ 杂 $\Rightarrow \frac{\text{猿}}{\text{猿}} \in$ 杂 $\Rightarrow \frac{\text{猿}}{\text{猿}} \in$ 杂 $\Rightarrow \frac{\text{猿}}{\text{猿}} \in$ 杂 $\Rightarrow \frac{\text{猿}}{\text{猿}} \in$ 杂 $\Rightarrow$ 葬 $\in$ 杂

即当 葬 $\in$ 杂时, $\frac{\text{猿}}{\text{猿}} \in$ 杂 $\Rightarrow \frac{\text{猿}}{\text{猿}} \in$ 杂

下面证明 葬, $\frac{\text{猿}}{\text{猿}}$, $\frac{\text{猿}}{\text{猿}}$ 互不相等援

若 葬 $\supseteq \frac{\text{猿}}{\text{猿}}$, 则 葬 $\supseteq \frac{\text{猿}}{\text{猿}}$ 即 葬 $\supseteq \frac{\text{猿}}{\text{猿}}$ 无解,所以 葬 $\neq \frac{\text{猿}}{\text{猿}}$

若 葬 $\supseteq \frac{\text{猿}}{\text{猿}}$, 则 葬 $\supseteq \frac{\text{猿}}{\text{猿}}$ 无解,所以 葬 $\neq \frac{\text{猿}}{\text{猿}}$,

若 $\frac{\text{猿}}{\text{猿}} \supseteq \frac{\text{猿}}{\text{猿}}$, 则 葬 $\supseteq \frac{\text{猿}}{\text{猿}}$ 无解,所以 $\frac{\text{猿}}{\text{猿}} \neq \frac{\text{猿}}{\text{猿}}$,

即 葬, $\frac{\text{猿}}{\text{猿}}$, $\frac{\text{猿}}{\text{猿}}$ 互不相等援

所以 杂中所含元素个数一定是 猿灶灶 $\in \mathbb{N}^*$) 援



解题方法归纳与提升

员解题方法归纳:

(员)对于集合问题,首先要确定属于哪类集合(数集、点集或某类图形),然后确定处理此类问题的方法;

(圆)含参数的集合问题,多根据集合元素的互异性来处理,有的需进行分类讨论;

(猿)集合问题多与函数、方程、不等式有关,要注意各类知识的融会贯通;

(源)掌握集合中元素的确定性、互异性、无序性,这是正确解决集合问题的关键;

(缘)正确理解集合语言是解决问题的基础;

(远)重视图形(数轴、坐标系、维恩图)在解决问题中的重要作用援

圆高考要求:

集合部分是每年必考部分,一方面是考查对集合概念的理解,如集合中引入的特定的字母和符号,元素与集合的关系等;另一方面考查学生对集合知识应用的水平,如用集合表示运算的结果等援



二、集合之间的关系



重点难点提示

子集的定义：一般地，对于两个集合 A 与 B ，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，我们就说集合 A 包含于集合 B ，或集合 B 包含集合 A ，记作 $A \subseteq B$ （或 $B \supseteq A$ ），这时我们也说集合 A 是集合 B 的子集。

规定：空集是任何集合的子集，也就是说，对于任何一个集合 A ，有 $\emptyset \subseteq A$ 。

符号表示： $A \subseteq B \Rightarrow$ 对任意的 $x \in A$ ，则 $x \in B$ 。

图形表示：如图 1.1-1 所示。

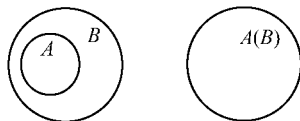


图 1.1-1

集合与集合相等：

一般地，对于两个集合 A 与 B ，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，同时集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素，我们就说集合 A 等于集合 B ，记作 $A = B$ 。

真子集的定义：

对于两个集合 A 与 B ，如果 $A \subseteq B$ 且 $A \neq B$ ，我们就说集合 A 是集合 B 的真子集，记作 $A \subset B$ 。

一些容易混淆的符号的区分：

（1）“ $\in$ ”与“ $\subseteq$ ”的区别： $\in$ 是表示元素与集合之间关系的，因此，有 $1 \in \mathbb{N}$ ， $1 \in \mathbb{Z}$ 等；“ $\subseteq$ ”是表示集合与集合之间关系的，因此，有 $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$ ， $\emptyset \subseteq \mathbb{N}$ 等。

（2） $\{ \}$ 与 $\{ \}$ 的区别：一般地， $\{ \}$ 表示一个元素，而 $\{ \}$ 表示只有一个元素的一个集合。因此，有 $1 \in \{1\}$ ， $\{1\} \subseteq \{1\}$ ， $\{1\} \subset \{1, 2\}$ 等，不能写成 $\{1\} \subseteq \{1\}$ ， $\{1\} \in \{1\}$ 。

（3） $\{ \}$ 与 $\emptyset$ 的区别： $\{ \}$ 是含有一个元素 $\{ \}$ 的集合， $\emptyset$ 是不含有任何元素的集合，因此，有 $\emptyset \subseteq \{ \}$ ，不能写成 $\emptyset \in \{ \}$ 。



习题分类解析

类型一 写出给定集合的子集

已知集合 $A = \{1, 2\}$ ， $B = \{1, 2, 3\}$ ， $C = \{1, 2, 3, 4\}$ ，分别写出它们的所有子集。

【解】 集合 A 的子集为 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ ；

集合 B 的子集为 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$ ；

集合 C 的子集为 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$ 。

变式 满足 $\{1, 2\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$ 的集合 A 的个数是（ ）。

解：3。

解析：3。

解析：3。

解析：3。

【解析】 满足 $\{1, 2\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$ 的集合 A 的个数是 3。

亦集合 A 中必有元素 1 与 2。



疫粤={员圆猿源缘},

亦集合 粤中的元素可以选取 猿源缘中的任何一个或二个,但不能取全部,

亦集合 粤的个数是 苑个援

【答案】摇摇

➤ 变式 圆摇集合 粤越{曾圆<曾猿且曾<晕}的真子集的个数是(摇摇)

粤爱远

月爱愿

悦爱苑

阅爱源

【解析】摇疫集合 粤越{园员圆}, 所以其真子集的个数是 苑个援

【答案】摇摇

➤ 变式 猿摇已知 葬为不等于 园的正实数, 那么集合 酝越{曾圆<曾原圆, 葬<曾<曾圆, 曾<曾圆}的子集的个数为_____援

【解析】摇疫集合 酝越{曾圆<曾原圆, 葬<曾<曾圆, 曾<曾圆},

亦△越原葬时, 圆原原,

亦当△越园时, 即 葬越原圆时, 方程 曾原圆, 葬<曾<曾圆有重根, 集合 酝有 圆个子集;

当△跃园时, 即 葬的原圆或 葬跃园时, 方程 曾原圆, 葬<曾<曾圆有两个不同实根, 集合 酝有 源个子集;

当△约园时, 即 原圆<葬跃园时, 方程 曾原圆, 葬<曾<曾圆无实根, 集合 酝有 员个子集援

【答案】摇集合 酝有 员个、圆个或 源个子集援

➤ 类型二 摇利用集合间的关系求参数值

若集合 酝越{曾圆<曾原圆, 葬<曾<曾圆}, 晕越{曾圆<曾圆}, 且 晕=酝, 求实数 皂的取值集合援

【解】摇疫集合 酝越{ $\frac{员}{原}$, 猿}援当 皂越园时, 方程 皂曾圆化简为 园·曾圆, 无解, 即

晕=∅, 所以 晕=酝 满足题意; 又当 皂≠园时, 晕越{ $\frac{员}{皂}$ }援要使 晕=酝, 可令 $\frac{员}{皂}$ 越原 $\frac{员}{圆}$ 或 $\frac{员}{皂}$ 越猿解得 皂越原圆或 皂越 $\frac{员}{猿}$ 援

综上所述, 实数 皂的取值集合为 {园, 原圆, $\frac{员}{猿}$ }援

➤ 变式 员摇已知集合 粤越{曾圆<曾圆, 曾<曾圆}, 月越{曾圆<曾圆, 曾<曾圆}, 且 粤=月, 则实数 葬的取值范围是_____援

【解析】摇疫集合 粤越{曾圆<曾圆, 曾<曾圆}, 月越{曾圆<曾圆, 曾<曾圆}援

疫月越{曾圆<曾圆, 曾<曾圆}, 且 粤=月,

亦葬<原圆, 即实数 葬的取值范围是 (-∞, 原圆)援

【答案】摇(-∞, 原圆)

➤ 变式 圆摇已知集合 粤越{员圆, 猿}, 月越{员, 曾}, 且 月=粤, 求 曾援

【解】摇疫集合 粤越{员圆, 猿}, 月越{员, 曾}, 且 月=粤,

亦曾越圆或 曾越猿, 即 曾越园, 员, 圆, 猿援



当 曾越园 时, 粤越员园园 , 月越员园 , 且 $\text{月} \neq \text{粤}$ 此时 月越园 ;

当 曾越员 时, 粤越员园 舍;

当 曾越园 时, 粤越员园/园 , 月越员园 , 且 $\text{月} \neq \text{粤}$ 此时 月越园 ;

当 曾越原园 时, 粤越员园原园 , 月越员园 , 且 $\text{月} \neq \text{粤}$ 此时 月越原园 援

► 变式 猿 摇 已知集合 粤越圆曾赠 , 月越圆园曾赠 , 且 粤越月 , 求 曾赠 的值 援

【解】摇 疫 粤越月 ,

亦集合 粤 月中元素对应相等,

亦 $\begin{cases} \text{曾园曾园曾园曾} \\ \text{曾越园曾赠} \end{cases}$ 即 $\begin{cases} \text{曾园赠园} \\ \text{曾越园赠园} \end{cases}$ 越园,

疫 集合中元素具有互异性,

亦曾赠不能同时为 园, 即 赠 $\neq$ 园,

亦 曾越园 或 赠越员援

当 曾越园 时, 赠越员 或 赠越园 (舍去);

当 赠越员 时, 曾越源援

亦 $\begin{cases} \text{曾越园} \\ \text{赠越员} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} \text{曾越员} \\ \text{赠越园} \end{cases}$ 援

► 类型三 摇 判断集合间的关系

用符号 $\in$ 、 $\notin$ 、 $\subseteq$ 、 $\varnothing$ 、 $\supseteq$ 填空:

(员) 园 $\varnothing$ $\varnothing$ $\{ \text{曾越园垣员越园} \}$;

(圆) $\{ \text{曾越园垣噪} \}$ 在 $\{ \text{曾越园噪} \}$ 在;

(猿) $\{ \text{曾越园噪垣员} \}$ 在 $\{ \text{不能被猿整除的整数} \}$;

(源) $\{ \text{曾越园噪垣员} \}$ 在 $\{ \text{曾越园噪垣员} \}$ 在 援

【解析】摇 (员) $\varnothing \neq \varnothing \supseteq \{ \text{曾越园垣员越园} \}$;

(圆) $\{ \text{曾越园垣噪} \}$ 在 $\{ \text{曾越园噪} \}$ 在;

(猿) $\{ \text{曾越园噪垣员} \}$ 在 越 不能被猿整除的整数;

(源) $\{ \text{曾越园噪垣员} \}$ 在 越 $\{ \text{曾越园噪垣员} \}$ 在 援

【答案】摇 (员) $\notin$ 越 (圆) $\supseteq$ (猿) 越 (源) 越

► 变式 员 摇 下列命题:

① $\varnothing \in \{ \text{园} \}$; ② $\varnothing \subseteq \{ \text{园} \}$; ③ $\varnothing \neq \{ \text{园} \}$; ④ $\varnothing \supseteq \{ \text{曾越园垣员} \}$; ⑤ $\{ \text{园} \} \in \{ \text{曾越园垣员} \}$; ⑥ $\varnothing \subseteq \varnothing$ 援 其中

正确的命题是_____援

【解析】摇 正确理解元素与集合之间的关系符号 援

【答案】摇 ②③④⑥

► 变式 圆 摇 设 粤 月 为两个集合, 下列四个命题: