



重点大学

ZHONG DIAN DA XUE

之路

ZHI LU

北京全品教育研究所 组编

主 编: 蒋建华

编 者: 蒋建华 董裕华 陆正海

杨鹤云 曹怡平

高中数学第三册



西苑出版社

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (95 第 004 号)

(凡西苑版图书有缺漏页、残破等质量问题本社负责调换)

编者的话

你的成绩是中等偏上吗？你的目标是重点大学吗？如果是，那就选择我们为你准备的这套《重点大学之路》吧！

随着高教的普及和发展，不仅仅要考上大学，还要考上好大学，这已成为众多学子的期望！

高考夺高分的障碍在哪里？在对问题情景的变化不适应，在对基础之上的综合提升不顺利，在对解决问题的条件探索思路不清晰……

消除这些障碍的途径在哪里？主要途径是学习与巩固过程中，要对知识要点进行及时的有机整合与提升，要对针对重难点的代表性问题进行理解基础上的掌握与迁移，还有对跨度较大的思维模块进行及时的关联性训练。

针对中等偏上的学生提升高考分数，需要制订行之有效的学习方略，需要实施科学系统的学习和训练。在充分研究这一学生群体的学习情况后，我们选择同步相关，逐层提升的学习方略研发了本套丛书，实施由讲到练，层层迈进，从跨越 员园分 到挑战 员园分，使高分不再是梦想。

◇ 基于课堂教学，为中等偏上学习基础的学生设置分级达标目标，强化重难点知识的巩固、提升和迁移训练，步步为营，直逼高分。

◇ 设置“培优知识要点整合”——针对学生学习的实际情况，有针对性地对知识点进行有机归纳和系统指导，例题选择精准，思路讲解精到，训练题点、题型，扣准了高考改革的脉搏。

◇ 设置“精选试题剖析”导学——以最新的教考大纲为依据，联系教学实际，遵循教学规律，反映重点校、重点（实验）班的教与学特点，根据学习层级有侧重的进行例题剖析，其中设有“跨越 员园分”及“冲刺 员园分”，并设有“‘猿园分’拓展研究”，使学生目标明确、循序渐进、逐步提升。

◇ 设置“分级训练”实战评估——实施阶梯性的提升训练，针对学生“突破 员园分”“挑战 员园分”的备考要求精选切入点，从高一至高三，循序渐进，系统性强。

本丛书从高端入手，一切从教考实际出发，源于教材，高于课堂，立足高考，兼顾培优，以教材编写顺序为脉络，配合教学进度，顺应学习过程，对学生进行技能技巧训练和学习方法的指导，针对性强，所选题目及训练题精准且梯度及难度系数合理。使其综合分析解决问题的能力得到快速提升。

尽管参与本丛书编写的作者均为江苏、浙江、湖北、山东及湖南的重点学校特高级一线教师，包括相关省市的一批学科竞赛金牌教练，尽管本丛书集成了各地知名高中培优夺冠的先进经验，但中等偏上学生的基础不尽相同，各地的教育改革与发展水平亦有差别，在希望本丛书能为广大师生带来备考夺高分便利条件的同时，请广大师生能积极参与本书的修订与完善，多提出宝贵意见！

编者



目录

第一章 概率与统计	(页)
离散型随机变量的分布列	(页)
离散型随机变量的期望与方差	(页)
抽样方法	(页)
总体分布的估计	(页)
正态分布	(页)
线性回归	(页)
第一章综合检测题 粤	(页)
第一章综合检测题 月	(页)
第二章 极限	(页)
数学归纳法及其应用举例	(页)
数列的极限	(页)
函数的极限与函数的连续性	(页)
第二章综合检测题 粤	(页)
第二章综合检测题 月	(页)
第三章 导数与微分	(页)
导数的概念	(页)
几种常见函数的导数	(页)
函数和、差、积、商的导数	(页)
复合函数的导数	(页)
对数函数与指数函数的导数	(页)
函数的单调性	(页)
函数的极值	(页)
函数的最大值与最小值	(页)
第三章综合检测题 粤	(页)
第三章综合检测题 月	(页)
第四章 复数	(页)
复数的概念	(页)
复数代数形式及运算	(页)
复数的三角形式以及运算	(页)
参考答案	(页)

第一章摇概率与统计

离散型随机变量的分布列

培优知识

要点整合

如果随机变量 ξ 可能取的值为 $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ 并且事件“ ξ 取 x_k ”的概率 $P(\xi = x_k)$ 是已知的, 那么称随机变量 ξ 为离散型随机变量, 称上式为 ξ 的概率函数(概率分布), 并且称表 $\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n & \dots \\ p_1 & p_2 & \dots & p_n & \dots \end{bmatrix}$ 为随机变量 ξ 的分布列. 注意: 这里 n 可以是有限的正整数.

一般地, 离散型随机变量在某一范围内取值的概率, 等于其取这个范围内的各个可能值的概率之和.

常见的离散型随机变量的分布列有下面四种形式:

(1) 单点分布: 其分布列为 $\begin{pmatrix} x_1 \\ p_1 \end{pmatrix}$.

(2) 两点分布: 其分布列为 $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ p_1 & p_2 \end{pmatrix}$, 其中 $p_1 + p_2 = 1$.

且 $p_1, p_2 > 0$.

(3) 二项分布: 其分布列为 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & n \\ \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \end{pmatrix}$,

其中 p 为每次试验成功的概率, $0 < p < 1$, 且 n 为试验次数. 可记为 $B(n, p)$.

(4) 泊松分布: 其分布列为 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & k & \dots \\ \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} \end{pmatrix}$,

其中 $\lambda > 0$, 且 λ 为常数.

离散型随机变量的分布列, 重点是概率计算, 首先应明确随机变量 ξ 的可能取值, 然后分别计算出 ξ 取每一个值时的概率.



精选试题剖析

【跨越 园地】

例 1 现有 5 张奖券, 其中 2 张 1 元, 3 张 0.5 元, 从中同时任取 2 张, 求所得金额的分布列.

解 设所得金额为 ξ , ξ 的可能取值为 0.5 元, 1 元, 且有

$P(\xi = 0.5) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}$, $P(\xi = 1) = \frac{C_2^1 C_3^1}{C_5^2} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $P(\xi = 1.5) = \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10}$.

则随机变量 ξ 的分布列如下表:

ξ	0.5	1	1.5
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$

例 2 从一批次品率为 0.1 的产品中逐件抽取产品, 每次抽取正品后立即放回这批产品中再抽下一件, 直到抽得次品为止, 求这样所需的抽取次数 ξ 的分布列.

解 设 ξ 的可能取值为 1, 2, 3, ...

$P(\xi = 1) = 0.1$, $P(\xi = 2) = 0.9 \times 0.1 = 0.09$, $P(\xi = 3) = 0.9^2 \times 0.1 = 0.081$, ...

因此, 随机变量 ξ 的分布列为

ξ	员	圆	猿	...	蚤	...	灶
孕	责	(员原责)	责	(员原责)	责	...	(员原责)

摇摇例 摇摇将一颗骰子掷两次,求下列随机变量的分布列:

(员)两次掷出的最大点数 $\xi_{\text{员}}$;

(圆)两次掷出的最小点数与(圆)；

(猯第一次擲出的点数减去第二次擲出的点数的灵敏差と猯援

分析摇求随机变量的期望与方差,应先求随机变量的分布列援

解 释 (员) 越 噪 噪 员 圆 ... 远 包 含 两 种 情 况 :
两 次 均 为 噪 点 , 或 一 次 噪 点 , 另 一 次 小 于 噪 点 播 发
孕 (员) 越 噪 越 员 伊 员 员 噪 员 圆 噪 员 噪 员
圆 ... 远 援

因此, 随机变量 ξ_{ij} 的分布列为

纥	员	圆	猿	源	缘	远
孕	员 猿	员 圆	缘 猿	苑 猿	员 源	员 源

摇摇(圆)起噪噪圆... 远包含两种情况:两次均为噪点或一次噪点,另一次大于噪点援

故孕(越)噪越员远伊远垣远伊远伊圆越
员袁京躁噪也员圆... 远媛

因此, 随机变量 $\xi_{\text{国}}$ 的分布列为

ㄣ	员	圆	猿	源	缘	远
孕	员 猿	员 源	苑 猿	缘 猿	员 圆	员 猿

(猿_{と猿}的所有可能值为 原缘, 原原... 源缘爰

$\xi_{\text{猿}}$ 越原即第一次是 员点,第二次是 远点
 $\xi_{\text{猿}}$ 越原即第一次是 员或 圆点,第二次对应的是 缘或 远点;
 $\dots$ $\xi_{\text{猿}}$ 越元即第一次是 员至 远点,第二次对应的也是 员至 远点;
 $\dots$ $\xi_{\text{猿}}$ 越缘即第一次是 远点,第二次是 员点
 因此,随机变量 $\xi_{\text{猿}}$ 的分布列是

[illegible]

【冲刺 员题】

例 源瑶某一大批产品的一级品率为 园圆,现在从中随机地抽查 源只,求 源只产品中至少有 源只一级品的概率援

分析摇从题意知 圆只产品中一级品的只数 ξ 服从二项分布援

解 由于这批产品的总数很大,且抽查的产品数量相对于产品的总数来说很小,因此抽查 n 只产品可以看作 n 次独立重复试验. 设 ξ 为 n 只产品中一级品的只数, 则 $\xi \sim B(n, \frac{1}{4})$. 援

设事件 $A_{\text{粤越}}$ 抽取 n 只产品中,至少有 y 只一级品, 则 $P_{\text{粤越}}(x) \geq P_{\text{粤越}}(y) \approx P_{\text{原}}(x)$

[illegible]

例 缘某同学从家中骑自行车到学校的途中要经过 缘个有红绿灯十字路口,假设他在各个路口遇到红灯的事件是相互独立的援员)如果他在各个路口遇到红灯的概率都是 圆缘,试求该同学途中遇到红灯的次数 ξ 的分布列,并求他遇到几次红灯的概率最大? (圆)如果他在各个路口遇到红灯的概率都是 责试求当 责在什么范围内取值时,该同学恰好遇到 圆次红灯的概率最大?

解摇(员)因为遇到红灯的概率为 $\frac{1}{3}$,所以
遇到红灯的次数 ξ 构成二项分布 $\xi \sim B(n, p)$,
孕 > 越桑 越噪 : (圆园)噪 : (圆园)噪 : (圆园)噪... 缘援

因此, 随机变量 ξ 的分布列为

ξ	园	员	圆	猿	源	缘
孕	圆猿缘园	园猿缘园	园猿缘园	园猿缘园	园猿缘园	园猿缘园

(圆) 根据题意, 有 $\begin{cases} \text{孕} \leq \text{越圆} & \text{跃孕} \leq \text{越员} \\ \text{孕} \leq \text{越圆} & \text{跃孕} \leq \text{越圆} \end{cases}$, 解得

猿 约 责 约 圆

因此经检验有,当 $\frac{r}{n} \rightarrow 0$ 时,该同学恰好遇

到圆次红灯的概率最大援

一般地,如果 $\xi \sim \text{月}(\text{灶煮})$, 其中 园约券约员,问 噪为何值时 孕 ξ 越噪为最大?

由 $\frac{\text{孕}\xi \text{ 越噪}}{\text{孕}\xi \text{ 越噪员}} > \frac{\text{悦}\xi \text{ 员原券}}{\text{悦}\xi \text{ 员原券}} > \frac{\text{悦}\xi \text{ 员原券}}{\text{悦}\xi \text{ 员原券}}$ 越
(灶原噪员)券 越员恒 (灶员)券原噪
噪员原券 噪员原券,

当 噪 ξ (灶员)券时, 孕 ξ 越噪 跃孕 ξ 越噪员;

当 噪 ξ (灶员)券时, 孕 ξ 越噪 越孕 ξ 越噪员;

当 噪 ξ (灶员)券时, 孕 ξ 越噪 约孕 ξ 越噪员;

所以 如果(灶员)券是整数,那么当 噪 ξ (灶员)券原或 噪 ξ (灶员)券时, 孕 ξ 越噪都取到最大值 如果(灶员)券不是整数,那么当 噪 ξ (灶员)券的整数部分时, 孕 ξ 越噪取到最大值援

“猿猿猿”拓展研究

例 远摇某游戏射击场规定 射手在一次射击中,若命中,可获得 员元的奖励;若命中不中,则需付 园缘元钱观测某一命中率为 园缘的游客射击 员次,求此游客在 员次射击中获得钱数的分布列援

分析摇本题游客射击命中的次数 ξ 是随机变量,他获得的钱数 η 也随之是随机变量,且 η 越缘缘原缘因此,只有先求出命中次数 ξ 的分布列,才能求出获得钱数 η 的分布列援

解摇设 ξ 表示此游客在 员次射击中命中的次数,用 η 表示此游客在 员次射击中获得的钱数,则 η 越员伊原缘缘(员原缘) 越缘缘原缘,易知 $\xi \sim \text{月}(\text{员}, \text{园缘})$,故 ξ 的分布列为

ξ	园	员	...	噪	...	员
孕	$\frac{\text{员}}{\text{员}}$	$\frac{\text{员}}{\text{员}}$	$\frac{\text{员}}{\text{员}}$	$\frac{\text{员}}{\text{员}}$	$\frac{\text{员}}{\text{员}}$	$\frac{\text{员}}{\text{员}}$

因为 ξ 是随机变量,故 η 也是随机变量,其分布列为

η	缘缘	缘缘缘	...	缘缘缘缘	...	员
孕	$\frac{\text{员}}{\text{员}}$	$\frac{\text{员}}{\text{员}}$	$\frac{\text{员}}{\text{员}}$	$\frac{\text{员}}{\text{员}}$	$\frac{\text{员}}{\text{员}}$	$\frac{\text{员}}{\text{员}}$



分级训练评估

【突破 员园】

下列随机变量中,哪一个不是离散型随机变量? (摇摇)

粤 某无线寻呼台 员分钟内接到的寻呼次数 ξ

月 某人每天早晨在某公共汽车站等某一路车的时间 裁

悦 在一段时间间隔内,某种放射性的物质放出的 α 粒子数 η

阅 将一个骰子掷 猿次,猿次出现的点数之和 载

圆 设随机变量 ξ 的分布列为 孕 ξ 越噪 越噪员,

噪 ξ 圆猿源缘则 孕 $\left(\frac{\text{员}}{\text{圆}} \leq \xi \leq \frac{\text{缘}}{\text{圆}}\right)$ 的值为 (摇摇)

粤 怨 月 远 悦 缘 阅 员

猿 盒内装有外形与功率都相同的 员只灯泡,其中 员只螺口的,缘只卡口的,均灯口向下地放着援现需一只螺口灯泡,从盒中任取一只,若取到卡口的放就回援把 ξ 记为取到螺口灯泡前已取到卡口灯泡的个数,则 孕 $\xi \leq \text{园}$ 的值为 (摇摇)

粤 怨 月 猿 悦 缘 阅 圆

圆 设随机变量 ξ 服从二项分布 $\xi \sim \text{月}(\text{远}, \frac{\text{员}}{\text{圆}})$,

则 孕 ξ 越噪 越摇摇摇摇摇摇

圆 设随机变量 ξ 的分布列为

ξ	员	圆	猿	源
孕	$\frac{\text{员}}{\text{远}}$	$\frac{\text{员}}{\text{远}}$	$\frac{\text{员}}{\text{猿}}$	$\frac{\text{员}}{\text{猿}}$

又设 η 越噪原,则 η 的分布列为 摇摇

圆 袋中有 缘个乒乓球,编号为 员~缘,从袋中任取 猿个,若以 ξ 表示取的球中的最大号码,则 ξ 的概率分布为 摇摇



【挑战园地】

例 设随机变量 ξ 的分布列为： ξ 取 $0, 1, 2, \dots$ 的概率分别为 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ 求 λ ；

(1) 若 λ 为已知，求 λ ；

(2) 若 λ 为已知，求 λ 。

例 已知一批产品中有正品 m 件，次品 n 件，从中抽取 k 次，每次任取 1 件，分别在有放回、无放回抽取的条件下，求被抽取的 k 件中所含正品数 ξ 的分布列。

例 假定每人生日在全年 12 个月份的机会是均等的，记 ξ 为个人中生日在第一季度的人数为 ξ ，求 ξ 的分布列。

例 在数轴上有一质点，每经一个单位时间，它以概率 p 向右、或以概率 $1-p$ 向左移动一格。设质点在 0 时刻从原点出发，并且每次运动是互相独立的，求在 t 时刻质点的位置 X_t 的概率分布。

圆 离散型随机变量的期望与方差

培优知识

要点整合

设离散型随机变量 ξ 的分布列为: ξ 取 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的概率分别为 $p_1, p_2, \dots, p_n$, 则称 $\sum_{i=1}^n x_i p_i$ 为随机变量 ξ 的数学期望, 并称为期望值, 记为 $E\xi$. $\sum_{i=1}^n (x_i - E\xi)^2 p_i$ 为随机变量 ξ 的均方差, 简称为方差, 记为 $D\xi$. $\sqrt{D\xi}$ 为随机变量 ξ 的标准差.

随机变量的期望与方差是随机变量本身固有的重要数学特征, 他们不具有随机性.

离散型随机变量的期望反映了随机变量在随机试验中取值的平均水平, 而方差反映的是随机变量取值的稳定与波动、集中与离散的程度.

期望与方差的几个常用公式

(1) 若 $\xi \sim B(n, p)$, 则 $E\xi = np$, $D\xi = np(1-p)$. 其中 p 为成功概率.

(2) $E(a\xi + b) = aE\xi + b$;

(3) 若 $\eta = a\xi + b$, 则 $D\eta = a^2 D\xi$.



精选试题剖析

【跨越】

例 1 已知随机变量 ξ 的分布列为

ξ	1	2	3
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

(1) 求 $E\xi$, $D\xi$; (2) 设 $\eta = 2\xi + 1$, 求 $E\eta$, $D\eta$.

解 (1) 根据定义有 $E\xi = 1 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{2}$.

$D\xi = 1 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{3} + 9 \cdot \frac{1}{6} - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$.

(2) $E\eta = E(2\xi + 1) = 2E\xi + 1 = 6$, $D\eta = 4D\xi = 5$.

(3) 若 $\xi \sim B(n, p)$, 则 $E\xi = np$, $D\xi = np(1-p)$.

(4) 若 $\xi \sim B(n, p)$, 则 $E\xi = np$, $D\xi = np(1-p)$.

(5) 若 $\xi \sim B(n, p)$, 则 $E\xi = np$, $D\xi = np(1-p)$.

例 2 在某地举办的射击比赛中, 规定每位射手射击 10 次, 每次一发, 记分的规则为: 击中目标一次得 1 分; 未击中目标得 0 分; 并且凡参赛的射手一律另加 0.5 分. 已知射手小李击中目标的概率为 0.8, 求小李在比赛中得分的数学期望与方差.

分析 解本题的关键是将分数 η 表示为击中次数 ξ 的函数.

解 用 ξ 表示小李击中目标的次数, 用 η 表示他的得分.

则 $\xi \sim B(10, 0.8)$, $\eta = \xi + 0.5$.

依题意, $E\xi = 10 \times 0.8 = 8$, $D\xi = 10 \times 0.8 \times 0.2 = 1.6$.

亦即 $E\eta = E\xi + 0.5 = 8.5$, $D\eta = D\xi = 1.6$.

例 3 某人有 4 把看上去样子相同的钥匙, 其中只有一把能打开门上的锁. 用它们去试开门上的锁, 设抽取钥匙是相互独立的、等可能的, 如果每把钥匙试开一次后除去, 试求其期望与方差.

分析 应先求随机变量的分布列.

解 设 ξ 表示试开 ξ 次后成功, 则 ξ 的可能取值为 1, 2, 3, 4.

亦即 $P(\xi = 1) = \frac{1}{4}$, $P(\xi = 2) = \frac{1}{4}$, $P(\xi = 3) = \frac{1}{4}$, $P(\xi = 4) = \frac{1}{4}$.

故 $E\xi = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \frac{4}{4} = \frac{10}{4} = 2.5$.

$D\xi = \frac{1}{4} + \frac{4}{4} + \frac{9}{4} + \frac{16}{4} - \left(\frac{10}{4}\right)^2 = \frac{5}{4}$.

亦即 $E\xi = 2.5$, $D\xi = 1.25$.

故 $E\xi = 2.5$, $D\xi = 1.25$.



6



摇一摇袋中放有 n 个白球和 m 个黑球,每次从中取一个球,直至取到白球为止,若每次取出的黑球不再放回去,求取球次数的标准差.

摇一摇在某次有效销售中,每 10000 份奖券中有 n 个头奖(奖金 10000 元), m 个二等奖(奖金 1000 元), k 个三等奖(奖金 100 元), l 个四等奖(奖金 10 元),试求每张奖券平均获利多少?(假设所有奖券全部卖完)

据统计,一年中一个家庭万元以上的财产被窃的概率为 p . 保险公司开办一年期万元以上家庭财产保险,参加者需保险费 a 元,若在一年之内万元以上财产被窃,保险公司赔偿 b 元. 为使公司收益的期望值不低于 c 元,求最大赔偿值.

随机抽样方法

培优知识

要点整合

三种抽样的共同特点

抽样过程中每个个体被抽到的概率总相等,体现了抽样的客观性和公平性。其中简单随机抽样是最简单和最基本的抽样方法,在进行系统抽样和分层抽样中都要用到简单随机抽样。

简单随机抽样的特点是从总体中逐个抽取;系统抽样的特点是将总体分成几个部分,按事先确定的原则在各部分抽取;分层抽样的特点是将总体分成几层,分层进行抽取。

三种抽样方法的适用范围

总体中的个数较少时采用简单的随机抽样(抽签法、随机数表法);总体中的个体数较多时采用系统抽样;总体由差异明显的几部分组成的采取分层抽样。

系统抽样的步骤

(1) 对总体中的个体编号。

(2) 为将整体的编号分段(即分成几个部分)要确定分段的间隔。当总体中的个体数 N 是样本容量 n 的整数倍时,间隔 $k = \frac{N}{n}$;当 N 不是 n 的整数倍时,从总体中剔除一些个体,使剩下的总体中个体数 N' 能被 n 整除,这时 $k = \frac{N'}{n}$ 。

(3) 在第 1 段用简单随机抽样确定起始的个体编号 m 。

(4) 按照事先确定的规则抽取样本(通常是将加上间隔 k 得到第 2 个编号,再将该编号加上 k 得到第 3 个编号,依次下去,直到获得整个样本)。



精选试题剖析

【跨越障碍】

例 1 现用简单随机抽样从含有 100 个个体的总体中抽取一个容量为 10 的样本,试说明在抽样过程中为什么每个个体被抽到的概率总相等。

解 假设 ω_i 是总体中的任意一个个体,其被抽中的情况有三种:

(1) ω_i 在第一次抽取时被抽中,记为事件 A_1 ,则 $P(A_1) = \frac{1}{100}$;

(2) ω_i 在第二次抽取时被抽中(第一次未被抽到),记为事件 A_2 ,则 $P(A_2) = \frac{99}{100} \times \frac{1}{99} = \frac{1}{100}$;

(3) ω_i 在第三次抽取时被抽中(第一、二次均未抽到),记为事件 A_3 ,则 $P(A_3) = \frac{99}{100} \times \frac{98}{99} \times \frac{1}{98} = \frac{1}{100}$ 。

由于事件 A_1, A_2, A_3 是互斥事件,因此,在先后抽取 10 个个体的过程中,个体 ω_i 被抽到的概率 $P = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} = \frac{3}{100}$ 。

由于个体 ω_i 的任意性,说明在抽样过程中每个个体被抽到的概率总相等,都是 $\frac{1}{100}$ 。

注意 在简单随机抽样中,“每次抽取一个个体时任意一个个体 ω_i 被抽到的概率”与“在整个抽样过程中个体 ω_i 被抽到的概率”是两个不同的概念,它们的数值也不同。在本例中,前者为 $\frac{1}{100}$,后者为 $\frac{3}{100}$ 。

例 2 用抽签法从某班 50 位同学中随机选出 5 位同学作为参加校学代会的代表。

解 解先推举工作人员。



然后可以通过以下四步完成抽签工作：

第一步：编号 一般用正整数 员圆猿... 缘来给总体中所有的 缘个个体编号

第二步：写号码标签 把号码写在形状、大小相同的号签上，号签形式可不限，如小球、卡片等

第三步：均匀搅拌 把上述号签放在同一个容器（箱、包、盒等）内进行均匀搅拌

第四步：抽取 从容器中逐个连续地抽取 缘次，得到一个容量为 缘的样本

说明 摇号是必须的，若不编号直接抽取，由于人为因素，可能导致每个个体被抽到的概率不相等

例 猿 一所学校的高三年级共有 圆园名 学生，为了分析这些学生的数学学习情况，拟从中抽取 缘个学生进行调查，请用随机数表法抽取样本

解 第一步：将所有学生编号：圆园，圆员，圆圆，... 愿愿，愿愿

第二步：选定随机数表中第 猿 行的第 员 列的数 员 作为开始

第三步：从选定的数 员 开始向右读取三位数，第 员 个三位数是 员苑 取出，然后依次下去，将超过 愿愿 的以及重复的三位数去掉，取满足 员园 个为止，得到所要抽取的样本号码是：员苑，园猿，员猿，员员，员猿，园苑，员猿，园愿，园愿，员愿

说明 摇在利用随机数表法读号取样时，常常需要剔除一些不在个体编号范围内的号码数，例如本例，这大大增加了选取号码的工作量，实际操作中，还可以采用下面这种读号取样方法来减少工作量 在本例中，我们可以从 员苑 开始向右读出 员园 个三位数：员苑，远园，园苑，远苑，缘园，远员，园猿，园愿，苑苑，愿苑 新取的这些数中，凡在 园园~ 愿愿 内者，保留；凡在 园园~ 猿愿 内者，均减 园园；凡在 源园~ 缘愿 内者，均减 源园，使得所有号码都在 园园~ 愿愿 范围内 最后所得的 员园 个样本号码是：员苑，园园，园苑，园苑，员园，园员，园猿，园猿，园愿，园愿

【冲刺 员园】

例 源 某院校有 圆缘 个 学生，拟抽取 缘 位 学生了解他们的身体素质状况，试用抽样方法进行抽

取，并写出过程

解 摇（员）先将该院校学生从 员 到 圆缘 随机编号

（圆）采用简单随机抽取剔除 圆 个 学生，将剩下的学生重新编号（例如：剔除一位学生后，后面的学生号码相应减 员） 员圆，... 圆缘

（猿）由于 圆缘 越 员园，故将总体分成 缘 个部分，其中每一部分包含 缘 个个体

（源）在第一部分中随机抽取一个号码，如 猿

（缘）将 猿 依次加上 员园的整数倍，得到样本：猿，员猿，圆猿，... 圆缘

说明 摇（员）从 圆缘 个个体中剔除 圆 个，每个个体被剔除的概率相等，也就是说每个个体不被剔除的概率相等，所以整个抽样过程中每个个体被抽取的概率仍然相等，这就保证了系统抽样的公平性

（圆）也可直接用简单随机抽样的方法完成抽样，在两种抽样方法中，每个个体被抽取的概率是相等的

（猿）系统的抽样可以与周期函数的知识进行类比，例如系统抽样中的间距 类似于周期函数中的周期 裁，这样可以有助于理解系统抽样

“猿 裁”拓展研究

例 缘 某中学员工 员园 人，其中，中高级教师 愿 人，一般教师 远 人，管理人员 员 人，行政人员 员 人 现在抽取容量 员 的一个样本，试说明，无论使用三种基本抽样方法中的哪一种抽样方法，总体中的每个个体抽到的概率都相同

解 摇（员）简单随机抽样法：可采用抽签法，将 员园 人从 员 至 员园 编好号，然后从中抽 员 个签，与签号相同的 员 个人被选出，显然每个个体被抽取的概率为 $\frac{1}{10}$

（圆）系统抽样法：将 员园 人从 员 至 员园 编上号，按编号顺序分成 缘 组，每组 愿 人 先在第 员 组中用抽签方式抽出 员 号，其余组的 员 号（从 员 起）也被抽到，显然，每个个体被抽到的概率为 $\frac{1}{10}$

(獭分层抽样法 四类人员的人数比是 獭愿愿源
所以按 獭愿愿源的比例 ,从中高级教师、一般教师、管理人员、行政人员中分别抽取 远愿圆源人 ,每个个体被抽到的概率分别是 远愿圆源 ,即都是 愿 ,所以 ,无论采用哪一种抽样方法 ,总体中的每个个体被抽到的概率都是 愿)



分级训练评估

【突破 员起】

在简单随机抽样中,某一个个体被抽中的可能性是 (摇摇)

与第几次抽样有关,第一次抽中的可能性要大些

与第几次抽样无关,每次抽中的可能性都相同

性与第几次抽样无关,最后一次抽中的可能性要大些

与第几次抽样无关,但各次抽中的可能性要大些

如果采用分层抽样,从个数为 N 的总体中,抽取一个容量为 n 的样本,那么每个个体被抽到的概率是 $\frac{n}{N}$ (摇摇)

粵 員 搖 搖 搖 月 郎 員 灶 愧 郎 灶 暈 暈 火

獾一个年级有 50 个班,每个班有 50 名同学,随机编号为 1-50 号,为了了解他们在课外的兴趣爱好,要求每个班的 獾号留下来进行问卷调查,这里运用的抽样方法是 (摇摇)

第 2 章 分层抽样法

随机数表法 系统抽样法

简单随机抽样的常用方法有摇摇摇摇摇摇和摇摇摇摇摇摇摇摇

该单位有技工 50 人,技术员 50 人,行政人员 50 人,需要从中抽取一个容量为 15 的样本,如果

采用系统抽样或分层抽样都不必剔除个体,如果样本容量为 2009,则在采用系统抽样时需要在总体中剔除 1 个个体,则 2008 摇摇摇

遷謀科研机构由行政人員、科技人員和後勤人員三種不同類型的人員組成。現要利用分層抽樣抽取一個容量為 100 的樣本進行調查。已知科技人員共有 200 人，抽取樣本有 40 人，行政人員與後勤人員的人數比為 3:2。則此機構總人數是 500，行政人員人數是 300，後勤人員人數是 200。

【挑战 员甄】

人们在打桥牌时,将洗好的牌(绳索)随机地定一张为起始牌,这时开始按次序发牌,对任何一家来说,都是从有绳索个体的总体中抽取一个样本,问这种抽样方法是否为简单随机抽样?

某企业有职工 1500 人,分三个车间,其中第一个车间有 500 人,第二个车间有 500 人,第三个车间有 500 人。如果想通过抽查其中的 100 人来调查职工的消费情况,考虑到三个车间的收入明显差异,而同一车间内的消费差别较小,问:应当采取怎样的抽样方法?第三个车间应抽查多少人?



摇摇某班共有 远名 学生 , 领到 员张 电影票 , 现用抽签法和随机数表法把 员张 电影票分下去 , 试写出过程援

摇摇试举一例说明三种常用的抽样方法中 , 无论采用哪一种抽样方法 , 总体的每个个体被抽到的概率总是相等的援

摇摇总体分布的估计

培优知识

要点整合

摇摇样本估计总体 , 是研究统计问题的一个基本思想方法 , 对于通常不易知道的总体分布 , 我们总是用样本的频率分布对它进行估计援样本容量越大 , 这种估计越精确援

频率分布和累积频率分布 , 从不同的角度反映了一组数据的分布情况 , 累积频率分布图也会趋近于一条光滑曲线——累积分布曲线援

摇摇总体分布及总体分布估计

总体中的个体很少取不同数值援个体取不同数值很少的总体不只是指个体数很少的总体 , 这类总体中的个体数可以很多 , 例如掷硬币的次数、多次重复射击的环数等 , 对于这类总体来说 , 其频率分布表是列出几个不同数值较多 , 甚至可在一个实数区间内取值 (即连续型总体) 对其频率分布的研究 , 要将样本数据恰当地分组 , 其频率分布表是列出在各个不同组对应区间内取值的频率 , 相应的频率分布直方图是用图形的面积来表示频率的大小援



精选试题剖析

【跨越 摇摇】

例 摇摇为检测某种产品的质量 , 抽取了一个容量为 猿的样本 , 检测结果为一级品 缘件 , 二级品 愿件 , 三级品 员猿件 , 次品 源件援

(员) 样本的频率分布表 ;

(圆) 画出表示样本频率分布的条形图 ;

(猿) 根据上述结果 , 估计此产品为二级品或三级品的概率约是多少 ?

解摇摇 (员) 样品的频率分布表为 :

产摇摇品	频摇摇数	频摇摇率
一 级 品	缘	圆缘苑
二 级 品	愿	圆愿苑
三 级 品	员猿	圆员猿
次摇摇品	源	圆源猿

