

◇ 第一章 绪论

数学是基础科学的基础，是基础教育的核心课程，而小学数学是基础教育的基础。近几年来，随着科技的迅速发展，数学的应用远远超出了原来的狭隘领域，它与自然科学、人文科学、社会科学相互渗透，成为多项科学研究领域的有力工具，特别是在现代工程技术、人才培养、掌握科学管理等方面应用日趋广泛。为培养高素质人才，如何使学生高效率地学好数学？使学生的思维能力得到发展？教师如何高效率地教好数学等，这一系列的问题是当前数学教学改革所面临的问题。

从心理学的角度看，心理学的应用范围也越来越广，特别是在学科教学中。小学数学教学心理学是心理学，特别是教育心理学的一个分支，这门学科是伴随着教育心理学的产生而产生，发展而发展。主要是研究在小学数学教学活动中所发生的心理现象，它既是一门应用理论学科，即该学科强调理论与应用并重，更侧重于应用；又是一门交叉学科，即该学科涉及多学科知识，诸如人文社会科学知识和自然科学知识等。尽管近十多年来，小学数学教学心理学有了许多研究，但作为一门独立的、系统的学科，它在整个教育科学、心理科学中相当于婴儿期，即处在学科理论体系的形成和建构之中。本章试图从学科建设、学科发展、学科体系等角度对小学数学教学心理学进行论述。

第一节 小学数学教学改革势在必行

数学是基础科学的基础，随着社会的不断向前发展，数学的应用已突破了原来狭隘的范畴，它与自然科学、社会科学、人文科学互相渗透，成为各项科学研究领域的有力工具。在现代工程技术、人才培养、掌握科学管理方法等方面日益发挥着重要的作用。随着我国提出的《面向 21 世纪教育振兴行动计划》的实施，人才培养任务的紧迫，小学数学教学改革已势在必行。

但改革不是今天就开始的，具有较长的历史。在不同的年代，小学数学的教学思想、内容、方法、模式等都起了一定的作用，但就今天社会的发展、人才培养的目标来看还是有一定的距离。因此，我们试图通过回溯小学数学改革的历程，比较不同的教学模式，分析存在的问题，来提出改革的方向。

一、小学数学改革的历程

（一）国外的数学改革历程

小学数学教学改革不自今日开始。本世纪初，F·克莱因（F. Klein）、培利（J. Perry）已有所倡导，60 年代掀起了世界范围内的数学教学现代化运动。法国的布尔巴基学派用希尔伯特的形式主义的观点，提出以结构主义体系编排新教材，提出打倒“欧几里得体系”。新数学从理论到理论，过于抽象地强调形式演绎结构，因此尽管它促进各国数学从制度、内容到方法较 20 世纪初有很大的改观，但改革还是停留在改良阶段，没有从人的发展这一本质上去改革数学。

70 年代末，新数学的改革运动进入低潮，不少科学家纷纷提出用近代数学观点改造数学内容，并要求回到数学的基础

上去。在苏联，标志新体系的 Kolmogorov（柯尔莫哥洛夫）几何教材被近似于传统的 Pogorelov（波果列洛夫）教材所代替；在美国，提出“新数学”的组织 SMSG（中小学数学小组）于 1973 年宣布解散；英国的新数学教材 SMP 宣告暂停使用；法国从 1980 年初修改中小学数学大纲，以集合与结构为特征的“现代数学”内容也被删改掉了，如此等等，“新数学”的改革浪潮终于成为历史的痕迹。直到今天，人们仍然对这场改革议论纷纷，褒贬不一。贬之者诅咒为灾难，褒之者惋惜地肯定：“新数学所追求的目的无疑是值得肯定的”，“新数学培养了高素质的人才……在某些方面，新数学是相当成功的”。不管怎样说，它是数学改革的先驱，后来的改革者不断地从中汲取经验和教训，世界性数学改革浪潮方兴未艾。

80 年代以来，“数学为大众”的口号已经成为全球性运动的口号，并将继续影响 90 年代的数学教育。数学教学的目的在于社会民众的需要，其中包括对知识的直接使用，以及数学对提高思维品质的潜在影响。

为了培养 21 世纪的新型人才，在小学数学教学中，各国所共同关注的问题有：“强调扩散性思维与问题的速解能力；留意学生自行发现问题；掌握解题、释疑的新技能；创造性思考进行决策的技能；强调多种思路进行问题求解；相信所有生理正常的青少年都能掌握现代数学知识；电脑的读写能力，电脑的限制及潜力；在数学的教学的人际关系中，未来的教师应是学生的‘参谋’，他的任务是诊断学生的需求，提供教学经验。”^①

从上述各国所关注的问题可知，在小学数学教学中，对小

胡炯涛：《数学教学论》，广西教育出版社，1996 年版，第 2 页。

学生的能力培养逐步放到突出的地位，同时，增加了在数学教学中的现代化手段，以及人际关系等重要内容。

（二）国内小学数学改革的历程

在 50 年代，我国的数学教学是“全盘苏化”，强调“三中心”原则——教师是教学的主宰，教学中重视“双基”，重视概念。后一点对于提高我国小学生的数学素质打下了扎实的基础。到 50 年代末世界掀起了数学改革高潮，中国正值“大跃进”年代，1960 年的全国数学代表大会上提出了“打倒欧家店”的口号。数学教学上首先提出了三大能力（即运算能力、逻辑推理能力、空间想象能力）的培养问题，强调“理论联系实际”，“数学与生产劳动相结合”，教学中还注重“精讲多练”的原则。“十年动乱”中片面理解“数学联系实际”，热衷于寻找数学“原型”，把基础理论贴上一个又一个的政治标签，结果“双基”要求几乎没有，数学教学理论园地一片荒芜。“文革”后，迎来了教育改革的春风，面对 80 年代世界改革的浪潮，小学数学改革与其他学科一样，在许多方面沿用了 50 年代的教学模式，面对升学的压力，大家都围绕“高考指挥棒”转，小学尽管离高考较远，可是，许多学校、老师、家长不得不从长远考虑，提前作好“应战”准备，重复着一次又一次的“题海”大战，难以走出这个 20 世纪的“怪圈”。同时，小学数学教学与中学一样沿着“应试教育”的轨迹继续运行着。

从数学的应用性来看，我国数学的基础教学与社会几乎不发生联系，就数学谈数学，至于它如何为社会服务似乎无须考虑。数学作为“筛子”，仅仅作为选拔人才的依据。有意思的一个现象就是，在世界汉字文化区域中“考试地狱”盛行，而中国追求“升学率”风气之烈更为世界之最，某位重点中学校长竟然问：“我们不追求升学率，还追求什么呢？”因此，为

“四个现代化”也仅仅是口头说说而已，实际目标还是升学率。相应地，在教学方法上着重设计“思想体操”的高难度动作，一遍遍重复“基本训练”，让中小学生疲于奔命的去“练”，沉沦于题海之中孤芳自赏，很少看看周围社会变迁对数学提出了什么要求。数学潮正趋向于多方位地研究数学教学，若仅仅集中于“解题”一项，则数学教学难以得到全面和谐的发展。由于教学研究的基础性工作薄弱，教学心理实验不普及，数据分析缺乏科学的处理，论文也大多停留在经验与体会的粗略分析阶段，即使就我国业已投入千万百万人力所开展的“解题”研究而言，也没有上升为理论，从对比实验数据中总结出规律性的东西来。例如，“熟能生巧”的心理机制是怎样的？它与“题海”战术如何类比？如何理解教学水平落后的中国，却能在国际奥林匹克竞赛中取得显赫的战绩？

近年来，由于加强了对外交流，对世界的教育改革情况有了宏观的认识，不少教育工作者取得了卓有成效的成果。但与21世纪的挑战相衡量，这些改革还是局部的，还未触及问题的实质，传统的教学观、教学内容、教学方法还统治着教坛。主要问题表现在以下几个方面：很多教师认为儿童发展的好与坏是“天赋的”，这种观念始终存在；对智力发展有差异的学生同样施行划一的教学手段；教材仍沿用第二代教材，内容仍以传统的、古典的为主，难以适应信息社会的需要。世界各国数学教学的计算机热正在急剧升温，到处盛传“计算机将对数学教学产生根本变革”的预言，我国仍然停留在教几节计算机语言课或简单的文字操作的水平；在教学方法上仍沿用传统的讲授为主的教法，学生在升学考试的枷锁束缚下，被动地由教师支配着进行紧张而低效的“苦读”。这一种“苦读”一直延伸到大学。

时值世纪之末，“科教兴国”的宏伟规划与《面向 21 世纪教育振兴行动计划》为中华民族的腾飞注入了强劲的活力，教育走到了更高的境界——素质教育。面临新世纪的挑战，世界各国都把教育对策认同于“学会求知、学会做事、学会共处、学会生存”。中国随着教育步伐的调整，提高全民族的数学水平已是刻不容缓。

二、小学数学教学存在的几种典型模式

在目前的小学数学教学中，存在不同的、典型的几种教学模式，这些模式反映了当前小学数学教学的一些基本情况。

1. 传统模式

传统的小学数学教学模式就是把教学过程看成是教师单方面的活动，教学过程是讲、听、读、记（记录、记忆）、练。其教学模式如图 1-1。^①

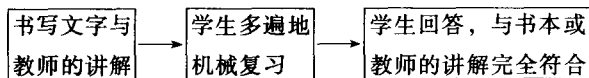


图 1-1 传统的教学模式

这一种教学模式从我国古代就有，教学是教师单方面的活动，学生只是被动地接受教师所传授的书本知识，类似于“师傅带徒弟式”的教学，边学边干。通过模仿、示范、练习，让学生获取知识。这种模式忽视了学生的主动性与亲自实践的机会，忽视了学生能力的培养。

夸美纽斯的教学模式也与此类似，教学过程是：观察、记忆、理解、练习。具体见图 1-2。

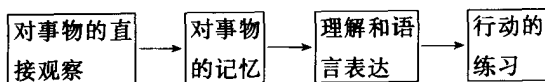


图 1-2 夸美纽斯的教学模式

2. “讲听”模式

“讲听”模式中主要是教师讲授，学生听。现行数学课“讲听”模式已基本上摆脱“仓库理论”意义上的“满堂灌”，而是经改革应用“启发式”后，初步形成的带有课堂反馈功能的教学模式。这种模式的信息交换过程如图 1-3。^①

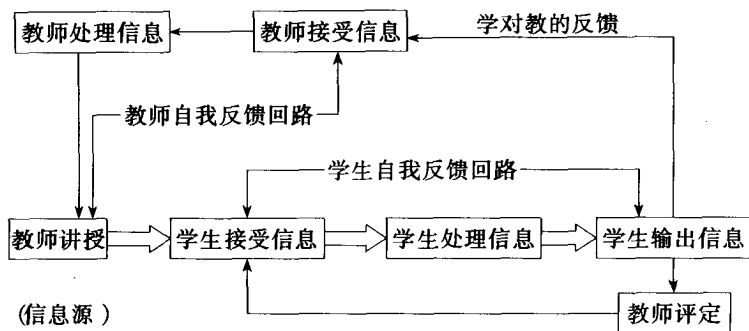


图 1-3 听讲模式

在此模式中，教师根据教材处理一堂课的知识结构，保持了教师讲授知识的主动性、流畅性和连贯性，对学生形成知识的系统性有相当大的帮助。教师富有魅力的讲叙在情绪上对学生的思维活动有直接的感染力，而学生听觉适应比视觉适应所需时间短，即对信息的采样功能高，这在时间上的使用上也比较的经济，且教师易于控制时间结构。从认知结构看，“讲听”模式的认知结构是按教材和教师的观点，而无视学生认知接受知识的心理和生理特点，缺乏生动活泼的学生情景，不宜激发

孙名符等：《数学教育学原理》，科学出版社，1996年。

学生学习的兴趣。从信息传递的结构看，现行数学课“讲听”模式虽然注意到了教学信息的传递具有双向性，但反馈过程薄弱仍是“讲听”模式最大的缺陷。教师讲授是学生获得知识的惟一信息源，这就使得教师把大部分时间和精力用于讲解和板书，难于准确接受和加工来自学生方面的反馈信息，甚至有时得到完全错误的信息识别。如教师在讲解平面几何入门教学中的对顶角概念后，抽象能力不足的学生点头示意听懂了，但实际上错误领会了课本的意图，把信息载体与知识信息混为一谈。由于“讲听”模式一般要通过布置课后的练习、家庭作业进行反馈，因此，教师不能在课堂上进行即时反馈，就很难在课堂上根据学生接受知识的具体情况调整和控制。另外，此模式对学生的能力训练相对少。

3. “自学辅导”模式

该模式是中国科学院心理研究所在全国部分学校进行了数学自学辅导教学实验的基础上概括出来的，具体模式见图 1-4。^①

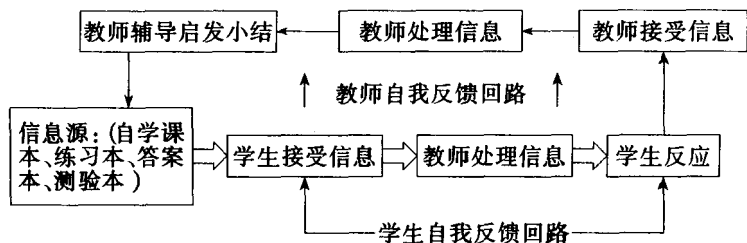


图 1-4 自学辅导模式

该模式中知识结构受教材的制约，但相应传授给学生的知识自成一體，符合心理发展的规律，学生的思维能得到一定的

锻炼，能做到及时反馈，随时调整学生的学习速度，照顾到学生的个体差异。但降低了课堂教学中思想品德教育的作用，学生很少有机会得到老师的启发、引导，以及主动观察所学的现象。

4. 发现法模式

发现法是布鲁纳十分提倡的教学模式，为了培养学生的思维能力，特别是创造性思维能力，在小学数学教学中被广泛采用，其模式如图 1-5。

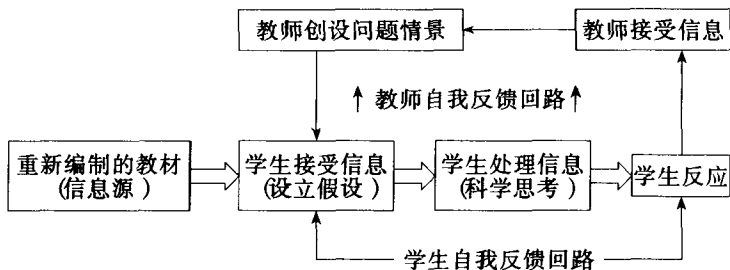


图 1-5 发现法模式

发现既包括人类尚未知晓的事物的行动，而且还包括用自己头脑亲自获得知识的一切形式。例如，布鲁纳根据儿童踩跷跷板的经验，设计了一个天平，让儿童调节砝码的数量和砝码离支点的距离，以此让儿童发现乘法的交换律，如 $3 \times 7 = 7 \times 3$ 其操作过程如图 1-5。这一方法符合学生的认知发展规律，学生容易接受，教师可以及时根据学生的反应作出调整，培养了学生的独立性和创造能力。但这一模式费时，反馈功能相对薄弱。

5. “单元教学”模式

单元教学模式是根据学生所要掌握的知识结构与学生认知结构的整体性特点进行设计的，具体特点是将单元教材内容先

进行整体识记，再部分识记巩固，最后在知识的拓广加深和应用中按整体的识记方式，以提高单元知识的整体效果。具体模式见图 1-6。

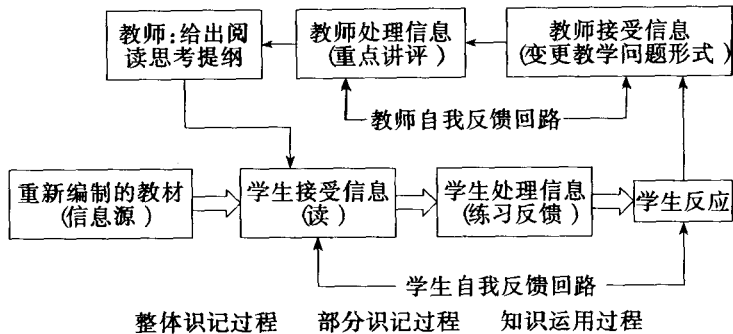


图 1-6 单元教学模式

该模式充分考虑了知识结构的整体性，使学生易于形成相应的知识体系，在认知结构方面注意了学生的特点，根据学生的特点来重新组合教材，时间结构也易掌握。但这一模式如果单元内容过难，或内容太多，实施起来有一定的难度，另外，也忽视学生的能力培养。

6. “双主体”的教学模式

这是林崇德教授经过二十年的实验探索所概括出来的教学模式，他认为教学活动是师生双方面的活动，学生由不知到知 = 少知到多知，由知识、技能到智力、能力、品德的转化，教师居主导地位。学生是学习的主体，在课堂教学中，两者相互作用，相辅相成。具体教学过程的模式见图 1-7。^①

林崇德：《学习与发展》，北京教育出版社，1992年。

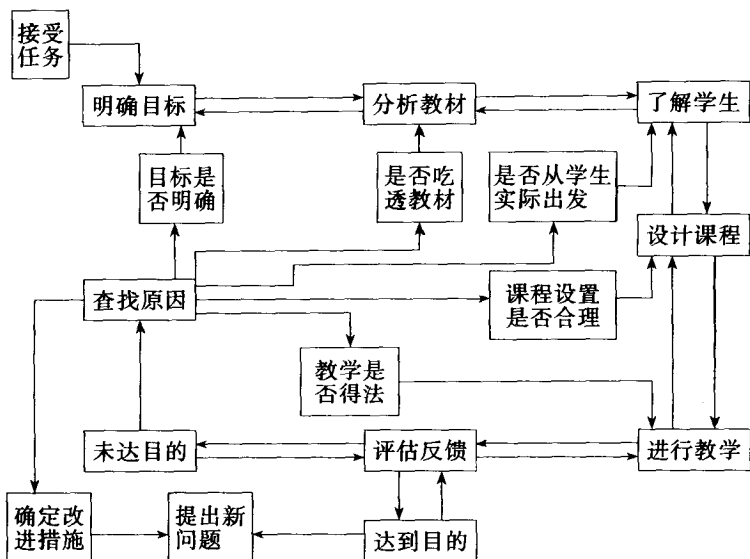


图 1-7 双主体的教学模式

该模式既考虑了教师的主导作用，又考虑了学生学习的主体作用，在教学中既注意教材的知识结构，又注意到学生的心理发展特点与个体差异，以培养学生的思维品质为主线，又照顾到学生对知识的掌握，在教学进行的过程中，能及时获得反馈信息，能使教师及时调整教学进程，经过多年的教学实践，证明该模式是有效的，能发展学生的思维能力，同时促进学生对数学知识的掌握。

三、我国数学教育面临的问题

80年代以来，我国的数学教育及其科学研究发展很快，一直处于学科教育改革的中心地位，不仅在理论研究与实验探索方面有了长足的进展，而且在大面积提高教学质量和培养数学人才方面也取得了举世瞩目的重大成就。例如：自 1986 年起我国开始参加国际数学奥林匹克竞赛，截止到 1994 年逐年

的名次分别是第 16、8、4、2、1、1、2、1、2 名，而且 1993 年竞赛我国 6 名选手全部获得金牌。在强手如林的当今世界上能取得这样非凡的成就，它充分地反映了我国数学教育的成绩和中学生数学学习的高水平，已令世界刮目相看了。又如，“国际教育成就评价协会”（IAEP）1992 年发表的关于 21 个有代表性的国家和地区的 13 名学生的数学测试报考中，中国大陆以平均 80 分的成绩荣登榜首，获第一名，领先于并列第二的韩国和台湾省（73 分）、第三名的前苏联（70 分）以及其后的英、法、美等国家。

另外，1987 年由国家教委、华东师大承办的对全国十五个省市初三学生（样本达总体的 36%）的数学学习进行测试评估，测试结果合格率为 62.79%，这同“文革”结束初期合格率 20% 相比，确实是一个很大的进步。^①

我国的实际小学数学教育在教育观念、教学内容、教学思想、教学方法、教学质量等方面仍存在一些问题，与当前社会的发展形势不相吻合。

（一）教育观念

从国际上看，第二次世界大战以来，世界教育发生了巨大的变化。这种变化突出表现在从培养“英才”的以升学为主的应试教育转向以提高素质为主的大众教育。在小学数学教育的观念上，许多发达国家已基本实现了从“英才数学”到“大众数学”的变革。

虽然我国小学数学教学大纲明确提出了数学教育要为四个现代化服务的问题，强调加强数学基础知识和基本技能的教学、培养学生分析和解决实际问题的能力，但纵观几十年来我

国小学数学教育的发展历史，不难看出我们的小学数学教育实际上过分侧重于对人才的筛选，对知识的掌握，受“应试教育”的影响极大。

众所周知，小学数学教育的目的在于社会大众对数学的需要，其中包括对数学知识的直接运用，但这是目的的一个方面，而更重要的是通过小学数学教学活动，可以培养小学生的思维品质，发展智力，特别是培养创造性思维的能力。因此，转变旧的教育观念、增强大众数学的意识，是我国小学数学教育面临的紧迫任务。

（二）教学内容

从课程内容安排来看，当前我国小学数学内容偏重于知识的理论体系结构，忽视数学知识的应用；其次，数学教学内容偏难，使一些学生难以达到目的；再次，小学数学教材缺乏灵活性、多样性、层次性和弹性；最后，教材的内容编排在许多方面不符合小学儿童心理发展的规律，更不利于培养小学生的思维能力，编写教材时以经验为主，缺乏实证研究；另外，在教材的形式上过于死板，不够生动活泼。它与我国社会发展的需要还有很大的距离。

（三）教学方法

千百年来我国的教学是以“传道、授业、解惑”为根本宗旨，以传授知识为教学的根本目标，这种陈旧的教学思想在世代沿袭中逐渐形成，又由于凯洛夫“三中心”的传统教学思想堵塞影响而变得十分稳定。这种传统的思想影响着当前的小学数学教学，以至当前小学数学教学中仍然存有传统的教学方法。具体来说：（1）重视教师的教，而忽视学生的学。教学活动以教师和教材为中心，把教学过程设计为“传授+接受”的形式，只注意教材和教法，不研究学生学习数学的心理规律与

学习策略。这种教学不利于学生的发展，难以提高教学质量。

(2) 强调学生对知识的掌握，在单纯追求分数、片面追求升学率的指导思想影响下，形成了以解题训练为中心、以“讲——练——考”为基本步骤的教学程序，忽视学生的能力特别是创造能力的培养，从而导致“高分低能”的现象。

(3) 在教学程序上，注重学生的学习结果，而忽视学生的学习过程。小学数学教学停留在现成知识即数学结果的教学上，既不注意展示知识的发生过程，又不注重揭示教材中蕴涵的数学思想和数学方法，特别是学生的认知结构的变化过程，形成了“概念+例题”的普遍教学模式，以及题型模仿与题海战术的教学策略。这种教学不仅使培养新一代创造型人才的目标无法实现，也使加强数学双基教学的任务难以实现。

(4) 在全面发展学生方面，只重视学生的成绩，而忽视了学生非智力因素的培养。在教学中，一些教师用纪律、分数、名次等手段代替激发学生内在的学习动机，不仅造成了部分学生学习数学的兴趣下降，而且也使学生的个性发展受到限制。

这样导致的结果是什么呢？有人曾经做过调查：①从1992年“国际教育成就评估协会”发表的报告可以看出，虽然我国中学生的常规计算能力强于其他国家和地区，但教学应用能力、实际操作能力和创造能力却比较薄弱。例如，在诸如求两城市之间的最短线路、有统计图回答问题等测试题中，中国学生的得分率不仅远远低于韩国和台湾省，也低于苏、美、英、瑞士和加拿大。此外，中国学生的实际操作能力和动手能力低于世界各发达国家这也是众所周知的，欧美的中学生虽然在常规计算方面不及我国，但在用计算机绘图、储存资料、文字处理

等方面却比较熟练。上述种种问题在一定意义上不仅反映了我国在大面积提高教育质量方面存在的缺陷，也反映了小学数学教育中小学数学应用意识的跌落，使人们不能不对小学数学教育的改革进行思考。

第二节 小学数学教学心理的研究进展

数学教学心理学是新兴的学科，随着科学技术的进步，数学教学也有了长足的发展，特别是在数学教学中如何运用心理学的原理提高教学质量与教学效率、培养学生的能力是当前数学教学要关心的问题。因此，数学教学心理应运而生。本节简要回顾数学教学的发展，以及数学教学心理的产生和发展趋势。

一、小学数学教学心理学的产生

（一）小学数学教学心理学产生的背景

数学在我国古代又叫算术，后来又叫算学，其后又叫数学。算术指的是当时数学的全体。我国最早的数学教材是《九章算术》，它包含算术、代数、平面几何、立体几何等方面的知识。当时的数学教学内容大多是结合日常生活和劳动的基本计算。由于当时人们只看到数学的实用价值而没有发现它的训练价值和教育价值，所以中国古算学发展的目标主要是解决应用问题和提高计算技术。

在国外，古希腊的数学最具有代表性，但在公元前6世纪，数学的发展比中国落后。数学教育的内容主要是一些日常生活中的实用算术，到了高年级，数学教学的重点转为训练思维和增长才智，但在七艺中的地位仍排在文法、修辞与逻辑学之后。尽管如此，古希腊的数学教学强调学生学习的探索性，

在教学中注重学生演绎推理能力等思维能力的训练。这在欧几里得（Euclid）的《几何原本》等西方数学教科书中得到了很好的体现，并通过它们对数学教学产生了极为深远的影响，这使《几何原本》和尼可玛可（Nicomachus）的《算术入门》成为沿用几千年的权威教材。

到了近代，人们逐渐认识到数学的价值不仅在于它的实用价值，而更重要的是在训练价值和教育价值上。如近代数学改革家裴利（Perry）发表了著名的《论数学教学》的演说，提出改革数学教学内容和数学教学原则，在教法上提出让儿童去感受事物，去发现规律。又如德国数学家克莱倪（F. Klein）主张教学必须用发生的方法，知识的呈现次序要符合学生的认识规律等。可我国在这一时期，数学教育受美国、英国、日本等数学教育的影响，其教学内容与上述国家类似，但在教学方法上受到传统的教授法影响，没有更新的突破。

上述这些数学课程、教学的发展为小学数学教学心理学的产生奠定了基础。

（二）小学数学教学心理学的产生

到了 20 世纪 50 年代，心理学才真正应用到数学教学中，这与心理学本门学科的发展有关系。在此时期，学习心理理论有了长足的发展，如联想学习理论、行为学习理论、符号学习理论、认知学习理论等。特别是布鲁纳（J. S. Brunner）在其《教育过程》中阐述的结构课程论对数学教育改革的指导作用为最大。布鲁纳认为，无论教什么学科，教学和学习该学科的基本结构最重要；学习应该是发现的，不是习得的；课程应由该学科的专家、教师和心理学家共同设计。这些观点在 60 年代后的数学教学改革中得到较好发展。之后，在美国、苏联等国相继开展了数学教学与数学学习的研究，使数学教学心理学

作为一门独立的学科从教育心理学中分离出来。

二、小学数学教学心理学的发展趋势

数学学科经过几千年的发展，逐步完善，到了今天，人们已充分认识到它的价值和对其他学科的影响，数学已不是人们原来所认为的狭隘数学，它的应用范围越来越广，因此，数学教学不仅仅是传授知识，更重要的是培养学生的能力，这一点已被世界所公认，目前，在小学数学教学心理学的研究中，主要突出以下问题的探索：

（一）把心理学的研究成果及时应用到数学教学中

80年代以来，“数学为大众”的口号已成为全球性的运动口号，并将继续影响90年代的数学教学，数学教学的目的在于社会民众的需要，其中包含对知识的直接使用，以及数学对提高思维品质的潜在影响。为了培养跨世纪的人才，在数学教学中，大家共同关注以下问题：强调扩散性的思考与问题求解能力；留意学生自己发现问题；掌握解题、释疑的新技能；创造性思考进行决策的技能；强调多种思路进行问题求解；相信所有生理正常的青少年都能掌握现代数学的知识；电脑的读写能力，电脑的限制及潜力。从这些所关注的问题中可见，心理学在数学教学中作用。但是在50~60年代，心理学的研究有两种趋向：一是实验心理学家很少关心教育、教学问题，只注重心理学的基础研究；二是学校心理学家忽视教学研究的心理学基础，只注重研究如何把教材训练所要求的知识和技能让学生掌握。只是到了70年代以来，许多著名的心理学家才开始关注小学数学教学心理问题的研究，其中最具有影响的如：新皮亚杰学派的新的智力发展观与小学数学教学的结合；维果斯基的理论在小学数学教学中的应用；现代认知心理学的理论与小学数学教学的紧密结合等。它们主要是探索在小学数学教学中