

中国著名特级教师  
教学思想录  
中学数学卷

主编 钟善基

江苏教育出版社

中国著名特级教师教学思想录

中学数学卷

主 编 钟善基

责任编辑 毛永生

---

出版发行:江 苏 教 育 出 版 社

(南京中央路 165 号, 邮政编码: 210009)

经 销:江 苏 省 新 华 书 店

照 排:南京理工大学激光照排公司

印 刷:淮 阴 新 华 印 刷 厂

(淮阴市淮海北路 44 号 邮政编码: 223001)

---

开本 850 × 1168 毫米 1/32 印张 26.875 字数 666400

1996 年 8 月第 1 版 1996 年 8 月第 1 次印刷

印数 1-10, 000 册

---

ISBN 7—5343—2727—X

---

G · 2466 定价: 30.00 元

江苏教育版图书若有印刷装订错误, 可向承印厂调换

---

## 序

教书育人是提高国民素质的一项伟大工程，需要一代又一代优秀人才为之付出艰苦的创造性的劳动。

以教书育人为职业的教师，必须懂得教育规律，知道怎样通过教育实践来达到教育目的。青少年正处在长身体、长知识、修养品德的最重要的年龄阶段，只有正确的教育，才能促进青少年身心的健康发展。

在所有行业中，教育最需要科学，因为教育工作的对象不是物质产品，而是人。“第二次加工”、“回炉处理”是教育工作最大的忌讳。因此，教师必须努力学习教育科学，掌握教育学、心理学和教学论知识，不断总结经验，不断研究和改进教育教学方法，从而提高教育工作的质量。

教学是最基本的最主要的教育活动。教学过程是一个复杂而艰难的过程。各科教学都有它特定的内容、方法和活动的形式。只有不断探索、研究和掌握教学过程及其规律，形成科学的教学论思想，才能使教学过程逐步优化，从而收到最佳的效果。

社会的现代化，相应地要求教学工作现代化。教学过程应当在注重知识的传授和积累的同时，重视学生的智力、体力的发展以及道德和人生观、世界观的形成；应当在注重“教”、注重研究教的规律的同时，重视“学”、重视研究学的规律；应当在强调教师的主导作用的同时，重视发挥学习主体——学生的主动性和积极性；应当在强调加强基础知识、基本技能的同时，重视培养学生的学习能力和创造能力。讲教学工作的现代化，不应当全盘否定传统教学理论和方法，现代教学的理论和方法，只能是在继承传统教学理论和方法基础上的发展和创新。教学过程是一种特殊的认识过程，所以要重视引导学生掌握人类长期积累起来的科学文化知识；教学过程也是一个促进学生身心发展的过程，所以要重视发展学生的体力、智能、创造才能和个性。

我国中小学教师在教学实践中，创造了许多宝贵的经验，形成了许多各具特色的教育或教学思想。尤其是他们当中的特级教师，

不仅为我国的教育事业付出了辛勤的劳动，也为现代教学论思想的发展作出了重要的贡献。江苏教育出版社出版的《中国著名特级教师教学思想录》，就是集我国特级教师教育教学思想和方法之大成的一部专门著作。全书共计 16 卷，约 800 万字。我相信，这部著作的出版，一定会对提高整个中小学教师队伍的业务水平产生巨大而深远的影响；也一定会对整个中小学教育质量的提高作出重大的贡献。

柳 斌

1995 年 2 月 3 日

## 目录

序.....	3
目录.....	5
马明.....	7
中学数学教学四十年回顾.....	7
教学实录 “球面和球冠” 教学体会.....	71
“球的体积” 的教学.....	79
马贻忠.....	90
任教宁夏三十五年.....	90
教学实录 “两条直线的位置关系” 的教学.....	125
“有理数的绝对值” 的教学.....	132
“三垂线定理” 的教学.....	134
“一元二次方程根与系数的关系” 的教学.....	140
刘国材.....	143
关于中学数学教学改革的一些尝试.....	143
教学实录 加法原理和乘法原理(阅读课).....	168
解无理不等式(新授课).....	174
曲线与直线的关系(习题课).....	181
池伯鼎.....	188
喜看收获谈耕耘——我的教学思想与实践.....	188
教学实录课堂教学设计案例——椭圆.....	217
李淦林.....	236
新时期数学教育模式的研究与探索.....	236
教学实录教法与学法、学习与发现相结合的一次教学尝试—— 《球的体积》教学构思与实录.....	292
陈剑刚.....	300
我的教学之道.....	300
教学实录 “数学归纳法” 的教学.....	356
陈俊辉.....	365
探索教学艺术 研究教育科学.....	365
教学实录 “反正弦函数” 的教学.....	398
“有理数的除法” 的教学.....	404
“直角三角形中成比例的线段” 的教学.....	410
常用数学思想与方法(一) ——方程思想与待定系数法.....	414
唐秀颖.....	426
在数学教学工作中培养青年教师的点滴体会.....	426
烟学敏.....	450

我的教学思想和教学实践 .....	450
教学实录 数学归纳法的应用 .....	498
钱展望 .....	501
关于数学教学的若干思考 .....	501
教学实录 基本不等式及其应用(一) .....	535
基本不等式及其应用(二) .....	543
椭圆及其标准方程 .....	551
组合(第一课时) .....	560
顾泠沅 .....	566
数学教学效率与教学原理研究 .....	566
教学实录 用拆添项法分解因式 .....	603
等腰三角形的判定 .....	609
曹琦 程应钜 .....	623
在中学数学教学中培养学生逻辑思维能力的管见 .....	623
教学实录 “反函数”的教学 .....	669
附录一 几种常用曲线仪 .....	676
附录二 中学数学题的设计方法 .....	685
谢文泉 .....	701
我的数学教学思想简介 .....	701
教学实录 直线参数方程复习(两课时) .....	746
后记 .....	761

## 马明



马明 1929年生。1951年肄业于金陵大学数学系(三年制)。同年开始参加中学教育工作，从事中学数学教学及研究工作四十年。原任南京师范大学附属中学副校长，现任南京师范大学数学系兼职教授。1984年被授予中学数学特级教师称号。代表性论著有《马明数学教育论文集》等。

除本职工作外，并兼任国家教委中小学教材审定委员会中学数学学科审查委员，江苏省中小学数学教学研究会副理事长等职。

### 中学数学教学四十年回顾

写在前面

投身中学数学教育四十多年，退休后常回忆过去，故作教学回忆录。

将教学思想录写成回忆录体，读者可从字里行间寻到作者的足迹，听到作者的心声。

足迹——是怎样走过来的；

心声——支配足迹的思想。

留在我记忆中较深的是对学生的了解；对教学本质的认识，以及教法研究的态度。故思想录将分为三个部分。

如果有人问我，你体会最深的是什么？我可以坦率地说：教师既要要求学生，又要尊重学生，因为，学生学习的积极性只能从学生自身中去挖掘（一是学生自身，二是还要教师去挖掘）。

四十多年过去了，往事如烟，迫取即逝，能如实追忆并加议论，于愿已足。

迫切希望同行的指导。

### 一 了解学生

一个简单的道理：教师要了解自己的工作对象——学生。

了解学生，不仅要了解个性，还要了解学生的共性。

我对学生的了解分两个时期：1951年至1966年；1977年至今。中间十年一时尚无头绪。

#### （一）这是一种什么精神

我在工农速成中学工作8年。这里的学员太可爱了，他们要用三年时间读完初、高中全部课程，因此只能废寝忘食。

其实，何止废寝忘食。

1957年，一位比我年龄稍大些的外地学员毕业后与我聊天、惜别。我为他最后一个问题激动了——

“老师，玄武湖在哪里？”他将要离开南京，想去看看美丽的玄武湖。

学校距玄武湖不足千米，可说地处玄武湖畔。在玄武湖畔攻读三年而不知玄武湖地处何方。这是一种什么学习精神？我不禁眼噙泪花：“我们的人民太需要教育了，我们的国家太需要教育了。”

从此，我更下定决心投身中学教育工作。

#### （二）总希望有一位好老师

学生总希望有一位好老师。这也是每位教师熟知的学生心理。

在学生心目中，老师的形象总是高大的，特别是小学生，他们总认为老师什么都懂，是无所不能的。因此，老师的权威往往超过家长。学生年龄越小，这种倾向（心理学称之为向师性）就越强。

中学生也有这种心理状态。他们在新学年开始，总要忙于打听班主任是谁，学科教师是谁。每当新教师走进教室，闯进学生生活中去的时候，学生的心情总是不平静的。

就是成年的学生，也希望有一位好老师。记得 1955 年我在工农速成中学任教时，一位刚刚参加工作的物理教师，进教室后看见学生年龄都比他大，便说了几句客套话：“我没有学好物理，谈不上是来教大家的，而是和大家一起学习的。”谁知闹了一个笑话——

学生听了他的第一句话就凉了半截，“你自己学得不好，怎么来教我们呢？”听完之后更是大失所望：“我们师生都不懂物理，怎么能在一起学习呢？”终于一位学员婉转地提出：“既然如此，是不是能请校首长给我们换一位老师？”可见，学生对老师总是满怀希望的，总希望有一位好的老师。

在学生心目中，怎样才是一位好老师呢？据调查，他们欢迎那些关心学生，知识面宽，并且教学方法好的老师。

### (三) “教师”这个称号的份量究竟有多重

1951 年我任一个班的班主任，三年后发现一些学生模仿我写字，甚至模仿我走路。我读书时习惯用左手夹书包走路，时间一长，就形成左肩高、右肩低的现象。现在，我的学生走路也把左肩抬起来。当时学校理发师还告诉我一件有趣的事：“你班男生来理发，我问他们理什么发型，他们的回答都是说‘跟马老师的一样’。”

每当我回忆起这些琐事，就发现，“教师”这个称号在学生心目中的份量太重了。这就说明，教师影响学生的不仅是所教的某些知识，而且还有他的行为，生活方式，甚至对社会的态度。

十年动乱中，我在南师附中任教初二数学课，一位坐在第一排的女同学突然向我提了一条意见：“马老师，你提问为什么老是不问我？”这很使我吃惊。我立即对她讲：“下次上课我保证问你。”这时她显得十分高兴（听说，后来她也当了教师）。

很长时间内，我不理解这种现象，终于在一篇文章中发现：学生得到老师的注意，在他心理上意味着老师发现了他，重视了他，甚至得到了老师的喜爱，有时这种“注意”比表扬更能触及他的心灵。“注意”，可以在师生之间架起一座感情的桥梁，可以鼓舞学生积极向上。试想，如果对学生冷漠无情，上了三年课也不提问他一次，甚至不和他讲一句话，他会感到老师看不起他，这样的师生关系是不可能把教学搞好的。

教育家杜勃罗留波夫曾说过：“教师越能更多地回想起学生模仿他就像模仿伟大的人物一样，则他对儿童的影响就越强烈，他的每一种表扬就越能使儿童感觉快乐，他的每一种责备就越深入到儿童的意识中去，因此一切教育工作也更将发生无与伦比的良好作用。”

#### (四) 了解学生的独立性

学生有模仿教师的一面，同时也有背离教师的一面。

每一个人都是一个独立的人，都有自己的性格，都有自己的思想基础和知识基础。学生也如此。

1981年，学校要求各班排练文艺会演节目，庆祝“一二·九”运动四十六周年。有位高中班的班主任是新教师，他背了一个升学率的包袱，一部分同学不想参加排演，于是他对学生说：“这是学校布置的，不排不行，应付一下吧！”排演结束后，有位同学向我反映：“我们老师的说法欠妥。”学生的意见显然是对的。这说明，学生虽有向师性的一面，也有独立性的另一面。

也是在1981年，在我教的一个班有位男同学，在学习上有他自己的性格和特点：听课时思想很集中，可是有了想法就立即随口讲出来。就是说听课要插嘴。时间长了，同学对他有意见。我和他谈过话，首先肯定他上课思想集中，积极发言是好的，也指出他没有遵守课堂纪律，并和他约定：“讲话先举手，我一定让你发言。”他说保证做到。在这以后的两个多星期，他既不举手也不发言。两周后实在憋不住，又开始不举手发言了。看来长期形成的习惯不是一下能改变的。

#### (五) 依赖与独立

正常情况下，每个学生都有相当强的独立学习要求。一天，有位数学教师带孩子到我家吃午饭，我看这孩子不小了，完全可以自己吃了，就拿一把汤勺让孩子自己吃。起初，孩子送饭送不到嘴里。一个星期后我碰到这位教师，他说：“我那孩子到您家吃过那次饭后，妈妈喂饭她不愿意了，她要自己吃。”我问：“吃得怎样？”他说“开始不行，后来吃得蛮好。”我说“你这孩子早就有独立吃饭的要求了。”

教学工作也要培养学生的独立性。认为学生不能离开教师是不好的，要帮助学生尽快地从依赖向独立过渡，要教会学生自己学。其

实，教师教懂学生一些知识并不难。马克思在《霍希斯论劳动，论价值，论科学的经济作用》一文中说：“例如学生在一小时内就能学会二项式定理。”<sup>(1)</sup>就是说，让学生学懂并不难，教学生会学就不容易，就需要教师付出智慧和艰巨的劳动。

“学会”与“会学”，虽然只是两字的顺序不同，但效果大不一样。“学会”与“会学”体现了两种不同的教学思想，而这里对学生独立性的认识却是关键。

目前，对培养学生学习上的独立性还未能受到教师和家长的普遍重视，在教学过程中还不能自觉地运用这个思想。有些教师还没有意识到这一点，甚至把独立性这一特点误认为缺点，是不听话的表现。列宁曾说：“青年如果没有充分的独立性，他们就不能把自己锻炼成为杰出的社会主义者，也不能锻炼自己去引导社会前进。”

#### (六)要求与尊重

缺乏经验的教师，往往表现在要求学生多，尊重学生少。

教师在课堂上讲课，对学生提出要求，总会有一些学生没有注意到，没有听见，或者听了后又忘了，有的甚至不想听，不想按老师说的去做。

我曾经听一位青年教师的课，他在前一节代数课上讲了“移项变号”，但有些学生的作业中没有按这项法则去做。教师第二次一上课就大发脾气，边敲桌子边嚷：“移项变号！移项变号！上堂课我不知讲了多少遍，就是有人不听！”下课后我问这位教师：“你初学这项法则时，移项有忘了变号的时候吗？”他笑了，回答说：“也有的。”

可见，部分学生没能做到这一点并不奇怪，需要耐心教导。难怪马卡连柯在概括他的教育经验的本质时用了一个极其简单的公式：“要尽量多地要求一个人，也要尽可能多地尊重一个人。”我想，这可能也是教育成功者的奥秘！

写到这里，又引起我回忆两件事。

#### 我逃过学

我逃过学。那还是我读小学三年级时发生的事。学校放学要先整队，全校学生分站两边，家住学校左首者站左列，家住学校右首者站右列。我家住左首，而教室在校内右侧，我又是一个新生，不懂这

个列队规矩，出了教室门看到我班有人往右列站，我也就往右列站。出大门后，右列学生全往右转，我一想，我家不住右边，往右转不就错了吗？于是，我立即离队往左转，这一下被我的级任导师韩老师（班主任）发现了，立即把我拎过去，回教室用戒尺打手心。只打一下，我就不让打了，“这个学我不上了”。

回家后我买了《百家姓》、《千字文》和《三字经》，对妈妈说：“我不上学了，我自己学。”

这就是我逃学的经过。

巴掌大的“×”

我逃学是 30 年代发生的事。

“巴掌大的‘×’”是 80 年代发生的事，是发生在一位数学成绩很好的班干部身上。一天，这位学生的妈妈告诉我，孩子逃学了，原因是：数学老师（班主任）布置作业时要求学生在一张坐标系内只准画一个函数的图象，这位同学却画了两个函数的图象。作业本掷回后，赫然出现一个巴掌大的“×”。于是，事情越演越烈，终于“孩子逃学了”，问我怎么办？

（七）教学还是民主点好

教学要民主，这是一条原则，对新教师有强调的必要。

随着学生年龄的增长，学生的知识基础和思想基础起了变化，独立性也就增强。

前面我写过的那位听课喜欢插嘴的学生，他的学习成绩很好（高考获 114 分——满分为 120 分），上课时头脑里想什么，嘴上就讲什么。一次板演一道题，全班都在安静地演算，突然他又大叫起来：“难道我的错了吗？”——他的答案与黑板上不一致。当时我有点恼火，至少我可以批评他“大声喧哗！破坏课堂纪律！”而我没有这样做，我先去看看他的答案，发现与黑板上不一致，但也对，只是表达形式不同。为什么他要大叫呢？我想，他很不容易把问题解决，结果与黑板答案不同，不就失望了吗？所以他不是“故意破坏课堂纪律”，而是“情不自禁”，这可能就是他当时的心理状态。如果我批评他“破坏课堂纪律”，这也是可以的，但他口服不一定心服。

教师讲课，学生插嘴不一定是坏事，这至少说明学生开动脑筋了，比教师一个人讲更好。听课的老师这时能否发表意见？我认为可以。有一次课上学生提了一个问题，我被问住了，师大来听课的几位老师非常着急，拿着伍分和贰分硬币在桌上转，研究学生提的这个数学现象，一时也解决不了。下课后师大老师问我下一堂课怎样上？（数学课两节连排）我一时也说不清楚。岂料，第二节一上课，就有个学生向我打手势，指指他坐位旁的一位听课老师。学生的手势我是懂的，一定是那位老师已解决了。我一看，这位老师是1952年我教过的学生，他来听我课当然是来向我学习的，现在这个问题他能解决，学生要我下来，让他来讲。我有点犹豫。后来一看不行，还得请他讲。为什么呢？因为我发现这个学生非常着急，他不停地指着那位老师，以为我还没有理解他的手势，动作越来越快。这可不得了，我还是老实点好。我说：“这个问题看来仇老师已经解决，我们欢迎他来给我们上课。”话音一落，哄堂大笑。我的脸红了没有？没有。我想这是大笑，不是讥笑。大笑，意味着师生之间亲密无间。看来，教学还是民主点好。

1977年恢复高考制度后，我国教育从垂危中挣扎出来。由于种种原因（可能是前进中不可避免的原因），学生学习心理渐趋紧张，在对学生的了解上，我逐渐转入这方面考查。

#### （八）让学生笑着去学

1979年我去一位高二学生家访，家长高兴地对我讲：“各地的数学复习资料都买到了。”我一看，有十多本，他还问我“够不够？”我转眼看看孩子的反映——泪水盈眶。当时我很为难，同样一件事，父亲和孩子的反映为什么截然不同，怎么办？想了想，我很认真地从十几本中挑出一本，并建议把其它的用绳子捆起来。谁知，这个简单的动作竟引起孩子的极大反映——孩子笑了，像是“解放了”（从十多本书中解放出来）。“破涕为笑”，说明孩子的心理从压抑到开朗的变化。

家长的反映又如何呢？——拿着我挑的这本书对孩子说：“马老师给你挑了一本，马老师说一本就够了。”

结果，这位学生的高考成绩很好。

其他家长的反映又如何呢?——一年后,此事被另一些家长知道了,他们说,“挑一本,其它的用绳子捆起来,这个办法好”,写信要我也为他的孩子挑一本,我笑了,我只能坦白地告诉他们,“从中认真地挑一本”只是个虚幌动作,目的是要孩子笑着去学.

#### (九)一个有才华的学生

1981年我注意到一位非常有才华的学生,初中毕业时他已基本上自学完高中的主要课程,并参加考试,结果以9分之差未被科大少年班录取.后来读我校高一.我教了他2-3个月,发现他的思维非常敏捷,知识面很宽,据他自己说,中国通史也读了一些.

可他才是一个初中刚毕业的孩子呀!

后来我校高中率先改为三年制(原为二年制),这位学生的家长不愿他多读一年,希望他早点考上大学,于是不顾孩子本人意见,强迫他转入二年制学校.事后我了解到那所学校的每天作业要到晚上十点、十一点才能结束,寒暑假还得补课.一年后,孩子靠药物维持睡眠,思维逐渐迟钝.后来他闹着要回我校,一到班上便抱起篮球跑操场,心情非常激动.无奈由于身体太差,精神也不正常,终于被迫休学.

#### (十)再差一分就不行了

1981年,我又观察到一位小学毕业生.妈妈是医生,爸爸是工程师.父母把孩子带到我家,要我试试孩子的算术水平.我用美国长岛地区的数学竞赛题让他做,结果五题全部解对.又要我试试孩子的外语水平(孩子是跟着广播自学的).正好案上有一本大学英语第一册,我随手翻开一课——铁人王进喜,要他读第一段并翻译,除去“equipment”这个单词没有读过以外,完成得十分出色.家长一再问我:“这孩子能否考上你校呢?”

按说,这样的孩子考我校初一应当不成问题.但事实证明,家长的担心并不是多余的,因为这孩子算术获满分(100分),语文获92分,而我校当年初一录取线正好是192分,就是说,“再差一分就不行了”.

#### (十一)学生的呼声

我读过一份内部情况报导：某县中有一个“尖子班”（是全校“希望”所在），在“为校争光”教育下该班学生获得各种照顾（伙食有补贴，衣服由差班学生洗——差班学生“为校争光”的一种方式，……）。教室门口贴上一付对联：

上联：谁是英雄好汉，谁是懦夫懒汉，两个月中见高低；

下联：谁将名列前茅，谁将名落孙山，六十天内看分晓；

横批：背水一战！

这就造成了一种极不应有的紧张气氛，学生在这种不应有的紧张气氛下，身心是不可能得到健康发展的。

1982年3月，《南京日报》开展“关心中、小学生身心健康”的讨论。参加讨论的有家长、学生、老师、校长、工人和知识分子。一致认为，当前学生课业负担虽重一些，但更重、危害性更大的是精神负担。我校学生也很关心这场讨论，一位高二学生在《周记》上这样评论：“大家都在讨论减轻课业负担问题，照我看来就像核武器谈判一样，谁也不肯真的减下来。”她还写道：“但愿我们的学习是勤奋的，但不能是带着沉重的思想包袱去学习，”我想，这个学生的话代表了千千万万想学习，而又被升学包袱压得喘不过气来的学生的呼声。

（十二）“学问是苦根上长出来的甜果”

1990年我住在一所县中的教师宿舍，夜半12点醒来，教室灯火通明。第二天问学生：“几点就寝，几点起身？”学生苦笑：“经常12点睡觉，4点起身。”我将此事转告校长，校长还津津乐道地向我介绍1989年一位女生整个寒假没有脱鞋的故事。

一个女孩子整个寒假不脱鞋，是怎样生活的呢？——

我很难想象。

我也是从中学过来的，尽管当时的生活很苦，学习也艰巨，但中学时代毕竟是人生的黄金时代，是值得回忆的。而当我现在请一些大学生回忆中学生活时，他们不约而同地都说：“不堪回首。”

写到这里我又回忆起一个痛苦的统计数字：1980年我校高中毕业生一年内平均体重下降4千克！

……

“学问是苦根上长出来的甜果”（英·李嘉图）  
可如今的中学生却很少能尝到“果子”的甜味！  
（十三）“请给我一个‘知识筛’吧！”

有些回忆是痛苦的。

1986年11月，一封远方（陕西）来信使我激动的心情久久不能平息。

是一位高三学生向我倾诉、向我要求：

“距离预选考试没有几个月了，复习——一塌糊涂，对先前的作业不感兴趣，越学越乏味。……启齿问老师，非但得不到回答，还横遭白眼。我只有自己看书，但收获毕竟小得可怜。

“无限地做题，为了什么？听说，高明的老师备着一个‘知识筛’，能把稗谷筛掉，留下‘纯知识’，我发誓，我一定要学好数学，请老师给我一个‘知识筛’吧！”

此信辗转多日才到我手，因为该生并不知道我的通讯地址，而是试着寄给江苏省教育局的（按：江苏省有教育厅，无教育局）。

同时，该生一定也知道世界上并不存在这种神奇的“知识筛”。

但他冒着不明地址，又冒着万一世界上存在这种“知识筛”的侥幸心理去写这封信。

这是为什么？——

走投无路，真是走投无路啊！

而有些学校的校长呢？——似乎也有走投无路的现象。

一位高考落榜，回校复读的学生给我来信说：

“校长又作高三数学复习动员报告了，他还是以‘乱打三年出拳师’为依据，要我们见到数学题就做，‘乱打三年’就能出‘拳师’嘛！我曾是‘乱打三年’的高考失意者，现在又要‘乱打’了”并问我：“行吗？”

结语

“世界观”是对世界的根本看法；

“人生观”是对人生的根本看法；

而“学生观”则是教师对学生的根本看法，也是教师本身的世界观在学生身上的反映。

通过以上两个不同时期对学生的了解，我坚信：正确的学生观是教师做好教育、教学工作的根本保证。

## 二 认识教学

1988 年是我退休前一年，当时我有一个要完成的愿望——回顾过去，重新认识“数学教学”以及这个概念的本质。这中间必然要涉及一些教学思想和方法。

(一)“就讲老师您是怎样从困境中挣脱出来的!”

“要向学生学习，向自己的教育对象学习。”

为了废止注入式，采用启发式，在教学中我常采用分析综合法，此法关键在分析部分：要证  $A$ ，经分析只要证得  $B$  就行( $A \leftarrow B$ )；要证  $B$ ，经分析只要证得  $C$  就行( $B \leftarrow C$ )；要证  $C$ ，经分析只要证得  $D$  就行( $C \leftarrow D$ )。而  $D$  恰好是题设条件(或某定理、公理或定义)，于是问题可证。

华罗庚教授把它通俗地称之为“要，只要法”。其模式为

$$A \leftarrow B \leftarrow C \leftarrow \dots \leftarrow K$$

而  $K$  已知，故问题可证。

学生也认为这样讲课有启发。

1964 年秋，一位学生在课余对我讲：“分析法很好，作习题时我也学着用，但有时遇到下面这种情况

$$A \leftarrow B \leftarrow C \leftarrow D \leftarrow A$$

这就是我们常讲的“恶循环”。思维过程中出现这种恶循环，就应改变思维方向，否则思维受阻。

这位同学困惑不解地问我：“为什么老师讲课时不会出现这种恶循环呢？为什么每次分析总是百发百中，无往而不利呢？其中是否有秘诀？”

我想了想，笑了。

我只有坦白地告诉他：“为什么能百发百中，是因为昨天晚上我备了课。”

我继续对他讲：“如果不备课，或者你突然要我解一道难题，我的思维同样会受阻，会碰壁。不过，在碰壁前，常常有预感——快要碰壁了。有时直觉还会告诉我，应向左转或右转，就能挣脱困境。”