

# 第一章

## 我国儿童的数学能力





## 第一节

# 我国的文化和数学渊源

我国有着光辉而深远的文化历史渊源，大约 6 000 年前黄帝时期，仰韶文化晚期就开创了用图记事；到距今约 4 000 年前新石器时代就形成了文字；到距今 3 000 年前殷商时期就有了可供阅读的甲骨文。现在在河南安阳市的殷墟故址仍保留了可阅读的象形文字，从遗留的字迹中能分辨 4 000 余个字，能被现代人读懂的大约有 1 500 个字。内容多是为出征或捕猎活动占卜及记载的旱情、下雨、风暴、日、月蚀、地震和水灾等自然现象。因为当时还未发明纸，文字只能用刀刻在龟甲上。刻字十分困难，所以记事都力求简练。春秋时期将字刻在竹简上穿成串并集成册，每句话只有几个字，形成了我国

语言文字简练的特点。

我国数学的历史也很悠久，其中以历法最具有特色。我国以农业立国，农业最重农时。我国的阴历对农耕时间最具有指导意义，几千年来，中国、日本、朝鲜、韩国及东南亚各国都以阴历的廿四节令来规划耕作，养活了世界上 1/3 的人口。那么到底历法是谁创造的呢？在《易经·原辞下》记载：“宓氏（伏羲氏）仰观象于天，俯观法于地，观鸟兽之文（足迹），与地主之宜，近取诸身，远取诸物，于是始作八卦，以通神明之德，以类万物之情。”公元前 1066 年周文王受纣王迫害入狱时编成了《易经》，共分上下两卷，上卷为卦辞，下卷为爻辞。他在原来伏羲氏编的八卦（每卦有三根爻，连起来的称阳爻一，断开的称阴爻一，共有八种组合：☰、☷、☱、☶、☴、☵、☲、☳）的基础上又进一步将每两个卦（每组共六爻）排成六十四卦，三百八十四爻，并作了解释。孔子在此基础上又写成《彖》、《象》、《原辞》、《文言》、《序卦》之属十篇。汉朝班固（公元 32~92 年）著的《汉书》中评道“故曰《易》道深矣，人更三圣（伏羲氏、周文王和孔子），世历三古（即上古伏羲年间，中古周文王和下古孔子的时代）。记述阴阳四时，八位（八方），十二度（月），二十四节，各有教令……”。后来又经我国数学家祖冲之（南朝宋齐年间公元 480 年前

后)再次修改完善,成为现存的阴历。使农业遵循春生、夏长、秋收、冬藏的规律,形成严谨的历法,指导整个东亚及东南亚农业长达 3 000 余年。早在东汉时期,我国天文学家张衡(公元 78~139 年)就曾画出第一张星座图。说明四季变化、月亮圆缺和日食现象,指出地球有南北两极和赤道,天体运行有黄道等。他还发明了地动仪和浑天仪(地球仪),并算出圆周率等于 10 的平方根即  $\sqrt{10} \approx 3.16$ 。

在魏晋年间,数学家刘徽(大约公元 400 年)著有《九章算术》一书,提出计算圆面积的方法,他的《海岛算经》记述近似直角三角形相应边比例测定的定理沿用至今。刘徽提出极限概念,即圆内可切许多等份,切到最多时就近似于圆;又提出分数必然性,即圆周与直径之比可用分数来表示  $157/50 \approx 3.14$ ;又提出十进制使算术计算得到普及和应用。这三者称为三项著名的技法(极限、分数必然性和十进制)。

到南朝宋齐年间,祖冲之完善了历法,算出一年是 365.2425 天,与现代推算相似;算出每月是 27.2122 日,与现代推算相同;并算出圆周率为 3.1415926 比欧洲 1527 领先一千年。

唐宋时期兴起的诗词歌赋及对联讲究对称押韵,古代建筑也注重两边对称。只可惜隋朝以后提倡考试选官

的科举制度，使读书离开了自然科学知识而只读圣贤书，导致我国科学技术落后了七八百年。

## 第二节

# 我国儿童的数学能力

由于我国文化历史的优良背景，我国语言文字简练有序，所有数词全是单音。十以上是十一、十二、十三、十四……二十以上为廿一、廿二、廿三……易读易背。星期几和几月都以数命名，儿童学数十分方便。

许多家长们都习惯于从小让孩子们背诵儿歌和唐诗。孩子们长于背诵，有较好的记忆能力，所以我国儿童识数和背数都较早。

### 一、背数和点数

表 1-1 是我们 1987 年在北京作随机调查的资料，与芝加哥儿童比较的资料来自 [美] 布雷德纳特 1982 年著

《儿童逻辑数学认知发育的研究》。4 岁时中国儿童平均数到 50，芝加哥儿童数到 17，5 岁半时中国儿童平均数到 104.05，芝加哥儿童才数到 38.17，差别几乎是 3:1。之所以出现这样的差异主要是因为语言发音不同，如英文 7 (seven) 是两个音节，11 (eleven) 为 3 个音节。11 (eleven) 和 12 (twelve) 是无规律变化，13~19 以 teen 为字尾，所以英文数数比中文数数要困难。

表 1-1 中美儿童背数比较

年龄 (岁)		中国 (北京)	美国 (芝加哥) *
3.5	均值	23.82	14.17
	标准差	5.13	6.15
	差距	0~100	4~20
4.0	均值	40.98	17.18
	标准值	5.51	8.97
	差距	6~129	10~39
4.5	均值	67.96	29.59
	标准值	6.12	28.19
	差距	6~300	12~100
5.0	均值	91.72	40.19
	标准差	12.34	25.76
	差距	6~500	11~100

续表

年龄 (岁)		中国 (北京)	美国 (芝加哥) *
5.5	均值	104.05	38.17
	标准差	9.06	22.44
	差距	11~500	13~90

表 1-2 也是 1987 年的统计, 当时所记录的 1~6 岁儿童共 1 451 人, 是随机普查的, 儿童完全未经过训练。到 1997 年时几乎有 1/3 的孩子在 1 岁时能数到 10, 两岁时能数到 20, 3 岁时约有 1/3 人能数到 50, 约 1/5 人数到 100。

表 1-2 0~6 岁儿童背数达到一定数目的百分率

月龄	人数	0	1~	2~	5~	10~	20~	30~	50~	100~	200~	300~	500~
12~	88	62.5	27.27	5.68	4.54								
18~	81	26.9			49.0	25.1							
25~	139	15.82			29.5	48.92	2.87	2.87					
37~	304	3.94			6.9	42.43	17.43	8.22	15.13	5.92			
49~	372	0			0	3.49	15.05	35.73	18.01	26.88	0.56	0.27	
61~	355	0				0.28	3.09	13.24	9.86	65.63	6.19	0.84	0.56
72~	112	0			0	0	0	0.89	1.78	75.89	14.28	6.25	0.89

背数和点数不同, 背数时孩子只是在背唱顺口溜, 只在 9 进 10 时略加注意就可以往下背诵。点数要求手口一致, 如一边拨珠一面数数, 或一边摆积木一面数数。两岁半之前孩子手的动作欠灵活, 经常手口不一致。到

33~36个月时手的灵活性逐渐增加，半数儿童能手口相符地数 6~8 个，最优秀的能点数 12 个且做到手口一致。4 岁以后用 10 个珠子一行的数数器帮助数数，可以减少进位时的差错，平均 4~5 岁儿童可以手口一致地点数到 40~45。比内·特曼 1925 年量表要求 4 岁时点数 4 个分币，6 岁时点数 13 个分币。比内·斯坦福 1960 年量表去掉此项。我国幼儿园教育大纲 1983 年只要求 4 岁儿童学到 4，落后于目前儿童所具有的数学能力。

从 3 岁半以后，女孩数数能力略优于男孩（见表 1-3）。12~36 个月和 6 岁半以后增长速度较慢，3 岁半到 6 岁增长速度较快。孩子在数到 200 以上时开始疲劳，注意力下降，仅有少数人能继续数到 300 以上。女孩从 3 岁半以后，生长发育都较男孩快。不仅表现在数数能力，其他如穿珠、折纸、用剪刀、认字、背儿歌等都比男孩表现出色。男孩在拼图、积木、画图等方面的表现略优于女孩。可能在 3 岁半后女孩的左脑半球优先发育，逻辑思维占优势，而男孩则优先发育右脑，以图像思维占优势。布雷德纳特（1982 年）认为美国儿童到 8 岁时才能数到 100。我们在 1987 年的统计有 5.92%3~4 岁，27.71%4~5 岁和 73.22%5~6 岁，97.31%6~6 岁半儿童能数到 100。比内 L-M（1972 年）希望 6 岁儿童能数到 100。

表 1-3 男女儿童背数能力的比较

月龄	人数		女		男		t 值 <sup>△</sup>	p 值	统计期望值*	
	女	男	均值	标准值	均值	标准值			女	男
12~	35	53	1.25	0.26	0.86	0.17	7.95	<0.01		
18~	33	48	4.72	0.69	3.23	0.36	11.46	<0.01	0.20	1.33
24~	28	30	5.82	0.61	4.24	0.77	8.77	<0.01	4.80	3.66
30~	49	33	7.92	0.95	5.54	0.58	13.70	<0.01	11.00	8.95
36~	24	35	8.36	1.33	8.12	0.96	0.76	>0.05	19.00	16.00
39~	38	40	14.76	2.00	12.80	1.70	4.65	<0.01		
42~	32	46	25.53	2.07	27.19	2.08	3.48	<0.01	30.0	26.00
45~	58	42	35.31	3.46	30.14	3.53	7.20	<0.01		
48~	46	41	45.48	4.86	41.17	5.22	3.90	<0.01	44.0	39.00
51~	42	46	59.81	5.91	44.43	3.89	13.99	<0.01		
54~	42	51	65.48	5.92	57.41	6.21	6.48	<0.01	62.00	54.00
57~	46	58	81.96	6.30	67.86	4.68	12.66	<0.01		
60~	39	45	87.56	5.98	82.95	11.72	2.31	<0.01	83.00	74.00
63~	31	58	105.48	10.82	93.45	7.17	5.57	<0.01		
66~	29	56	110.71	9.52	94.34	4.16	8.83	<0.01	108.00	97.00
69~	34	62	111.18	5.45	105.80	6.44	4.33	<0.01		
72~	49	63	133.15	18.38	119.31	11.37	4.39	<0.01	138.00	125.00

\*统计期望值：女=0.00032862 均值<sup>3</sup>+0.32810 均值-7.59978

男=0.00031108 均值<sup>3</sup>+0.19934 均值-5.42217

(此数值由李包罗老师计算提供)

<sup>△</sup>t 值：显著性检验值。

## 二、按数拿取

一岁时几乎所有孩子都会按大人的要求拿取 1 个，约半数能按指示拿取两个。两岁时几乎都能拿取 3 个，就算会背数到 30，点数到 10 但按数拿取 3 个已是最确切的量，拿 4 个时就捧出一大堆数不清楚了。但两岁时孩子知道从拿取的 3 个当中取走 1 个后还剩 2，拿走 2 个后还剩 1，放下两个就有 3。也知道两边都有 3 个就是“一样多”，3 个之内能分清哪边多。

3 岁时多数会按数拿取 4 个，部分会拿取 5 个，4 岁时几乎所有孩子都会拿取 5~6 个，部分会信口开河拿取 8~10 个。会拿取几个就会在那几个之内进行加减。5~6 岁的儿童会拿取 10 个，约半数能拿取到 20 个。个别儿童会按 5 个一组，一直拿取到 100 个。5~6 岁一年之内会有很大的进步。如果从 4 岁半起，展开一些猜测及拿取的游戏，到 5 岁时，几乎全组儿童都能拿取 100，并有可能在 100 之内进行加减。

按数拿取是孩子真正识数的上限，这个上限的确存在着较大的个体差异。

### 三、学认数字

从 19 个月起，少数儿童会指挂历上的 1；两岁时 72% 的儿童会指和说出挂历上的 1 和 8；3 岁前有 40% 的儿童已经学会认数字 1~10；46 个月时 9.6% 的儿童会写 1~2 个数字；到 56 个月时 72% 的儿童会写 10 个阿拉伯数字。孩子们最常写错的是 6 和 9，也常将 3 写成 ε，将 6 写成 0，这种错误一般都能在 66 个月前纠正。

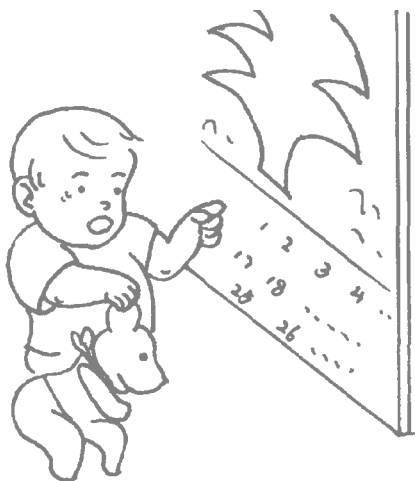


图 1-1 学认数

## 四、复述数字

复述数字就是顺着背出大人口授的数字，这要求儿童有短暂的注意力和记忆力。1987年，在接受调查的儿童中，有76.2%的30个月儿童能复述两位数，有78.3%的38个月儿童能复述3位数。比内L-M（1972年）量表要求2.5~3岁复述两位数；3~3.5岁复述3位数；7岁复述5位数；10岁复述6位数（比内以70%人能达到的标准规定该年龄能达到的能力）。1995年以后北京许多居民搬入单元楼房，家中都装上电话。大多数两岁半到



图 1-2 复述数字

3 岁的孩子几乎都能背诵自己家 8 位数的电话号码，许多还未入幼儿园的 3 岁过 1~2 个月的孩子能背诵奶奶家、姥姥家的电话号码，少数 3 岁半的孩子能背出爸妈的手机号 11 位数。这一结果显示，我国儿童复述数字的能力大大超过比内量表所规定的复述数字能力。

## 五、倒述数字

倒述数字要求儿童将大人口授的一串数字以相反的次序倒述出来，如口授 123 时倒述为 321。在倒述数字时不容许看写出来的数字，或自己用笔将口授的数字用笔写下来。这要求儿童十分注意听，马上将数字记忆，同时要用心去想即是通过逆向思维将数字的次序倒着背出来。1987 年调查中发现有 8.5% 的 4 岁儿童和 72.5% 的 5 岁儿童中能倒述 2 位数；有 7.4% 的 5 岁儿童，有 74.5% 的 70 个月儿童，有 98.5% 的 76 个月时能倒述 3 位数。1995 年发现 4 岁时有 82% 人能倒述 2 位数，有 25% 人能倒述 3 位数；5 岁时有 96% 人能倒述 3 位数，有 34% 人能倒述 4 位数，还有 10.2% 人能倒述 5 位、3.4% 能倒述 6 位数。比内 L-M 量表要求 7 岁倒述 3 位，9 岁倒述 4 位，12 岁倒述 5 位，只有高智商成人才能倒述 6 位数。韦氏 1950 年指出，复述和倒述数字是一种测定智

力的方法。如果成人不会复述 5 位数和倒述 3 位数，有 90% 的可能性诊断为智力低下和记忆缺陷，他们不能集中精力来完成任何艰苦的工作。

## 六、倒数数

倒数数就是从大到小倒着数数，如 54321。学过用儿歌倒数的儿童从 3 岁半就能倒数 10~1。儿歌押韵，顺口：123，321，1234567，7654321。先学会背熟 7~1，往上加 10，9，8 就很容易了。倒数的关键在 10~9 上，如重点练习 100~99，90~89，70~69……，经过练习的儿童都能从自己背数的最大数倒数到 1。1987 年普查未经训练的儿童，在 44 个月时有 7.4% 的儿童，在 54 个月时有 75.6% 的儿童能倒数 5~1。在 46 个月时有 10.5% 的儿童，64 个月时有 76.4% 的儿童能倒数 10~1。在 48 个月时有 7.2% 的儿童，74 个月时有 25.6% 的儿童、80 个月时有 95.6% 的儿童能倒数 20~1。4 岁儿童中有 5.4% 的孩子能倒数 30~1，76 个月时则有 72.3% 的孩子能倒数 30~1。66 个月时有 8.2% 的人会倒数 50~1，其中有 4.8% 的人会从 100 倒数到 1。比内 1916 年量表将 20 倒数到 1 安排到 8 岁，国外许多专家认为 7 岁之前不可能从 20 倒数到 1。

比内 L-M 1972 年量表将此项取消，作者认为中国儿童之所以能倒数数因为中文数字是单音，易于学习和背诵。尤其从 11~20 没有不规则的变化，所以较容易学会倒数数。

## 七、分左右

我国儿童学会分清左右是因为早拿筷子，几乎所有会拿筷的孩子都知道拿筷子的手是右手。个别左利的孩子也知道自己用左手拿筷子，所以从 26 个月就认识自己的右手了。家长经常同孩子在镜前做游戏，孩子就会快速指自己的左眼、右耳、左肩、右膝、右夹肢窝，左肘等部位。孩子分清鞋的左右最早是 23 个月，多数是 33 个月，仅有个别独立能力被剥夺者才拖到 52 个月。国外无论比内量表或格塞尔量表都认为儿童应在 6 岁时才能分清左右，连 1978 年麦卡锡的儿童游戏量表也规定 5 岁才作分左右的游戏测试。

分左右是认识空间方位的感知觉。住在北京和其他古老的有城墙的城市，孩子比较容易分清东南西北，几乎 4 岁就分清楚了。在殖民地城市如广州、上海、天津等地，即使许多成年人也未必能分清东南西北。所以空间方位的认知受地域的影响。