Mathematics

初中数学校本拓展课程

主编 朱成杰



智慧数学

华东师范大学出版社

需要全本请访问 www.ertongbook.com

初中数学校本拓展课程

智 慧 数 学

主　编　朱成杰

副主编　赵　伟　向宪贵

编　委　朱成杰　杨　翎　张震伟　周　政

张雷鸣　彭本新　顾海燕　陈兴义

华东师范大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

智慧数学/朱成杰主编. —上海：华东师范大学出版社，
2008
ISBN 978-7-5617-6328-5

Ⅰ. 智… Ⅱ. 朱… Ⅲ. 数学课—初中—课外读物 Ⅳ.
G634.603

中国版本图书馆 CIP **数据核字**（2008）**第** 127078 **号**

智慧数学

主　　编　朱成杰
策划组稿　倪明（数学工作室）
项目编辑　徐惟简
审读编辑　任念兵　孔令志
装帧设计　黄惠敏

出版发行　华东师范大学出版社
社　　址　上海市中山北路 3663 **号**　**邮编** 200062
电话总机　021-62450163 **转各部门**　**行政传真** 021-62572105
客服电话　021-62865537（**兼传真**）
门市（邮购）电话　021-62869887
门市地址　上海市中山北路 3663 **号华东师范大学校内先锋路口**
网　　址　www.ecnupress.com.cn

印 刷 者　浙江临安市曙光印务有限公司
开　　本　787×960　16 **开**
印　　张　12.25
字　　数　228 **千字**
版　　次　2008 **年** 10 **月第一版**
印　　次　2008 **年** 10 **月第一次**
印　　数　6000
书　　号　ISBN 978-7-5617-6328-5／G·3674
定　　价　20.00 **元**

出 版 人　朱杰人

（**如发现本版图书有印订质量问题，请寄回本社客服中心调换或电话** 021-62865537 **联系**）

编者的话

亲爱的小伙伴：

很高兴与你在《智慧数学》相会.

你是否觉得数学抽象、枯燥、深奥难懂?

其实，这并不是数学的真实面貌，至少不是数学的全貌. 数学里有许多十分有趣的内容，学习这些数学能给人带来快乐. 正因为如此，2002年在北京举行的国际数学家大会期间，91岁高龄的数学大师陈省身教授，为少年儿童题写了“数学好玩”四个字.《智慧数学》上篇中就有许多好玩的数学.

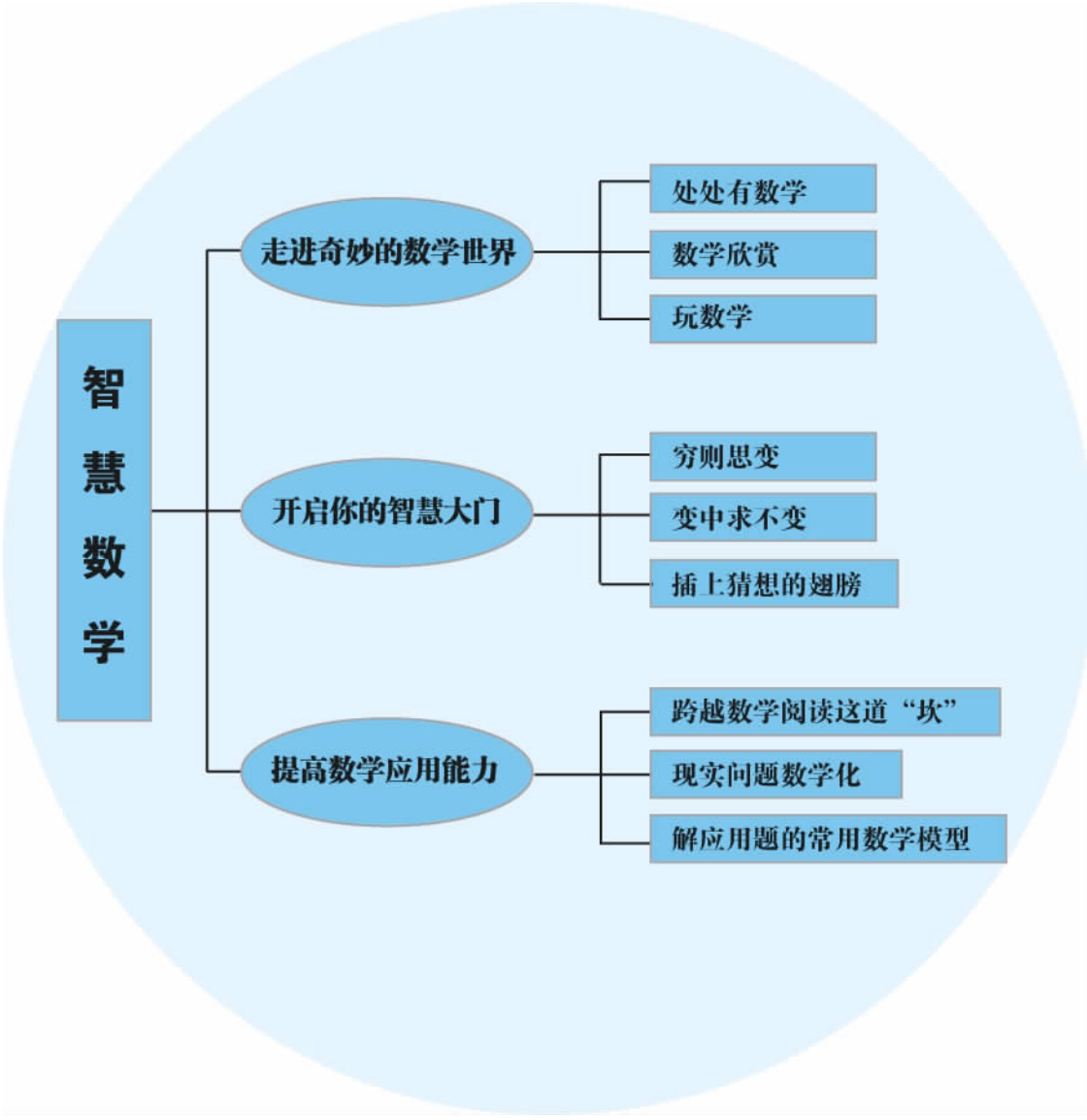
数学还是一门教人聪明的学问. 如何将复杂的问题变成简单的问题? 遇到陌生的难题，怎样将它转化为熟悉的容易求解的问题? 能否从如同乱麻般的数字和图形中发现规律、找到解决问题的思路? 这些都是数学思想方法讨论的内容. 掌握了《智慧数学》中篇介绍的数学思想方法，你就会拥有一双孙悟空的火眼金睛，将在数学课本里和数学解题过程中，若隐若显的思维脉络看得一清二楚. 这样，你的思维会上升到一个新的高度，学习定理、做数学习题就不再那么困难了.

应用题也是许多同学感到头痛的一个问题. 长长的文字叙述、陌生的专业术语、众多的数据信息，简直使人丈二和尚摸不着头脑. 如何成功跨越解应用题的一道道“坎”，是《智慧数学》下篇的内容.

本书用到的数学知识依据义务教育阶段《数学课程标准》，可以与初中数学课本配合学习. 上篇“走进奇妙的数学世界”适合七年级学习，部分内容其实六年级的学生也能读懂；中篇“开启你的智慧大门”、下篇“提高数学应用能力”适合八九年级学习.

我们期望，《智慧数学》能帮助你在奇妙的数学世界里漫游、探索，体会到数学学习的乐趣，使你更聪明，更有智慧.

你的编者朋友



需要全本请访问 www.ertongbook.com

上篇　走进奇妙的数学世界

哪里有数学，哪里就有美.

——古希腊哲学家普洛克拉斯

数学好玩.

——著名数学家陈省身

第一章　处处有数学

“数学源于生活，寓于生活，用于生活.”生活中处处有数学，让我们用数学的眼光，观察和认识周围事物，使数学服务于生活.

§1.1　衣食住行与数学

1. 服饰中的数学

去买服装，适合你的服装尺寸是多少？上衣的形状是怎样的？是规则的几何图形吗？人体有许多数据，服饰中包含了许多数学知识. 了解了这些，选择服饰就有了依据.

服饰中的数据

人体有许多有趣的比例，服饰讲究色彩、尺寸与造型，而数学研究的是“数”与“形”，因此，服饰与数学之间存在着必然的联系，服饰中蕴藏着丰富多彩的数学知识. 将拳头翻滚一周，它的长度与脚底长度的比大约是 1∶1，脚底长与身高的比大约是 1∶7. 到商店买袜子，只要将袜子在你的拳头上绕一周，就能知道这双袜子是否适合你穿. 这些有趣的数据为我们选择服饰提供了方便.

怎样才能选择一件合体的服装呢？常用的方法是直接试穿或进行精确测量，如果能了解服装中的数据，选择服装就方便多了.

表 1－1 中的尺寸是我们常常看到的.

表 1－1　儿童服装尺码　　单位：厘米

分　类	小　码	中　码	大　码	加大码
适合年龄	0～2 岁	2～4 岁	5～7 岁	7～10 岁
身　高	80	90～110	110～130	140～150
胸　围	50	55	60～65	70
腰　围	40	42	44	46
臀　围	55	60	65～70	75

一般情况下，头部占总身高的 20%，体高（头部以下）占总身高的 80%. 选择服装时，通常以体高为标准. 衬衫长约等于体高的 50%，长裤长约等于体高的 75%，茄克衫长约等于体高的 49%，西装长约等于体高的 53%，长大衣长约等于体高的 70%，连衣裙长约等于

体高的 78%. 图 1－1 给出了服装中一些数据的含义.

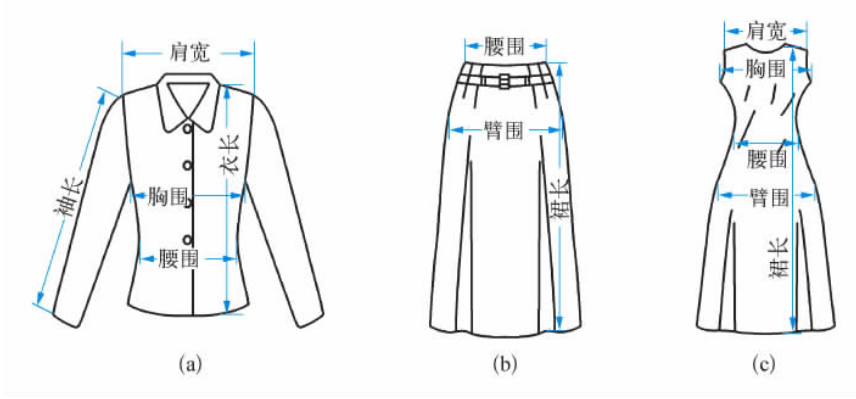


图 1－1　服装中的数据含义

服饰中的搭配

服装的搭配是一门学问，既有审美理念，又有数学知识. 从数学上来看，是排列组合. 有 2 件不同的上衣，3 件不同的下装，搭配成套，不重复、不遗漏，有几种不同的搭配方法？可以这样有序地操作：即固定一件上衣，有序搭配其他下装. 在操作探究后，连线搭配 (如图 1－2)，抽象为数学模型即：$2\times3=6$.

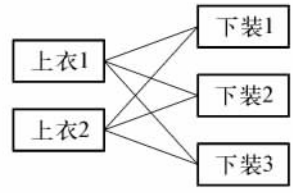


图 1－2　服装的搭配

试一试

如图 1－3，三顶不同的帽子，三条不同的围巾一共有多少种搭配方法？

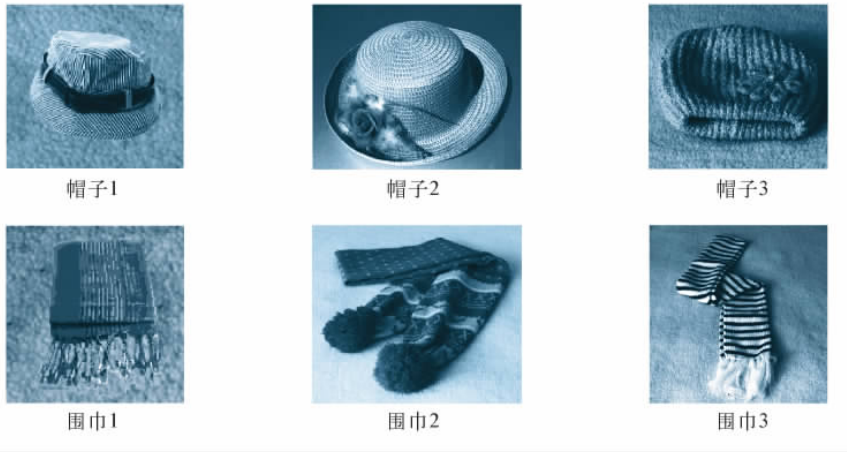


图 1－3　各种各样的帽子与围巾

服饰中的造型

服装的造型，一些是规则的，一些是不规则的. 规则的造型体现了对称、比例等，常见的造型有正方形、长方形、梯形、圆形等；不规则的图案往往是由一些简单图形经过翻折、平移、旋转得到的.

(1) 对称

对称是服饰最基本的特征. 人体是一幅对称形体，所以服装也十分强调对称，中山装给人以绝对的对称感 (图 1－4 (a)). 双排纽扣是对称的，单排纽扣位居对称轴也是为了对称. 有的服饰的右边有个大口袋破坏了对称，就用左边的大褶裥来均衡对称. 所以，对称和为了保持对称采取的均衡是时装设计中的主旋律. 即使现代时装刻意打破对称，追求一种全新的意境，但是它不可能打破人的均衡感 (图 1－4 (b)).



(a) 中山装的对称



(b) 现代服装中的对称

图 1－4　服装的对称

(2) 创意

服饰中的图形多种多样，而且随着人们审美观念的不断变化，对称、比例，正方形、长方形、梯形、圆，都可以经过设计，进行创新 (图 1－5).



(a) 等腰梯形式百褶裙



(b) 圆形的包

图 1－5　服饰中的图形

服饰中的美，可以说蕴含了数学美、创意美、图案美、色彩美、时代美、生活美. 其中数

需要全本请访问 www.ertongbook.com

学美是主流，因为服饰讲究尺寸、造型、色彩，尺寸与造型即数学的“数”与“形”.

2. 饮食中的数学

你喜爱什么饮食？饮食要科学，肉食、素食搭配要均衡，摄入食物的热量、营养（如蛋白质、脂肪、钙、锌等离子），应尽量满足生理要求，其中蕴含了数据. 餐具的形状、食品的造型是怎样的？其中有怎样的几何图案？

每人每天需要一定量的食物，摄入食物的热量、营养应尽量满足生理要求，以供身体的需求. 身体需要的相应热量有一定的限度，如每人每天用油量以 25 克为宜、食盐量不宜超过 6 克、吃蔬菜 400～500 克、摄入钙 600～800 毫克、饮水 1 500 毫升以上等等，这其中蕴含了许多的数学知识.

饮食中的搭配

饮食搭配，就是说要平衡膳食. 平衡膳食就是指一日饮食中含适量的粮谷类、豆类、肉蛋奶类、蔬菜水果类和油脂类，且几大类食物搭配得当. 饮食中的搭配，更讲究的是摄入食物中热量、营养含量所占比例的均衡.

图 1－6 是饮食“金字塔”，由上而下是人们摄入食品由少到多的大致顺序.

尽量少吃高脂肪、高糖分的食物；适量进食鱼类、蛋类、家禽、全瘦肉类、豆类、乳类；多吃水果蔬菜；尽量多吃谷麦类.



图 1－6　饮食“金字塔”



图 1－7　寿命三角形

日本学者提出“寿命三角形”概念（图 1－7）. 他将人的寿命比作一个等腰三角形的面积，底边代表遗传，两腰分别代表食物营养和身心健康. 一个人即使无遗传方面的优势，但他只需从小重视摄入均衡且合理的营养，加强体育锻炼，保持情绪乐观、心态平衡，就可延长寿命. 寿命三角形两腰的长增加，三角形的面积将增大. 由此可知，食物摄入均衡、营养

合理搭配是很重要的.

例 1 设有一人每天需要一定量的两种维生素 V 和 W. 它们从两种不同的食物——奶和蔬菜中得到. 对两种维生素每天的需求,在这些食物的一个单位数量中每种维生素的含量,以及两种食物的单价 (以人民币的"角"计) 见表 1－2.

表 1－2

维 生 素	奶中含量	蔬菜中含量	日 需 求
V	2	4	40
W	3	2	50
单　　价	3	2.5	

请问一人每天应当吃多少奶和蔬菜才能使两种维生素 V、W 日摄入量恰好是 40 和 50？此时消费的费用是多少角？ (精确到 0.1)

解 设 a 表示要买的奶的数量,b 为蔬菜的数量,则 a、b 应满足条件

$$\begin{cases} 2a+4b=40, & ① \\ 3a+2b=50, & ② \end{cases}$$

解得 $a=15$,$b=2.5$.

设消费费用为 y 角,则 $y=3a+2.5b=3\times15+2.5\times2.5=51.25\approx51.3$ (角).

答: 每天应吃奶 15 个单位,蔬菜 2.5 个单位,所需费用约为 51.3 角.

饮食中的图形

厨师通过特殊的刀法和工艺,将各种食品原料加工成形状美观、吉庆大方、具有观赏价值的"工艺"作品,其中很多造型是数学中的几何图形 (图 1－8).



(a) 具有对称性的图形



(b) 五角形

图 1－8　饮食中的图形

食品的造型是一种美化宴席、烘托气氛、增进友谊的造型艺术. 不论是国宴，还是家庭喜庆宴席，都能显示出其艺术的生命力和感染力，使人们在得到物质享受的同时，也能得到艺术的享受.

食品的图形中蕴含的数学知识，让我们感到数学无处不在，数学让我们的生活日益精致.

3. 建筑中的数学

我们每天生活的住房，有大小高低之分，有方圆曲直之别，其中包含着很多数学知识. 在欣赏建筑的同时，可以找一找隐藏在建筑中的数学知识，让我们来感受人类建筑的巧夺天工.

建筑中的数据

生活中的住房 (图 1－9) 包含了大量的数据知识：

⑴ 小区面积；

⑵ 整体楼高、楼层、每层楼的高度；

⑶ 房间的面积；

⑷ 阳光入射角.



图 1－9　住房

试一试

如果你参与房间的装饰，你如何计算如下数据：

(1) 房间的地板面积；

(2) 家具的高度与宽度；

(3) 窗帘的长度与高度.

金字塔 (图 1－10) 的形状，是一个正四棱锥，底面是一个大正方形，四面是三角形. 最大的金字塔是埃及法老胡夫的金字塔，高 146.5 米，正方形塔基边长 232 米.

建造埃及金字塔，需计算石块的大小、形状、数量和将石块进行排列，要用到有关直角三角形、正方形、勾股定理、体积等知识.

北京天坛的祈年殿 (图 1－11)，其建筑可用十六字概括：

三重蓝顶，一道圆墙，二十八柱，四海名扬.

三重蓝顶，指祈年殿有三重屋檐，脚下有三层基座，登上祈年殿要走过三层台阶. 一道圆墙，指祈年殿的墙壁是圆形的，“圆”是天的象征，中国古代认为“天圆地方”. 二十八柱指

祈年殿里共有 28 根柱子，与天空星辰二十八宿的数字相符.



图 1－10　埃及金字塔



图 1－11　北京天坛祈年殿

图 1－12 是祈年殿的立面图，显示了相应的角度、长度、比例、平行、对称等数学知识.

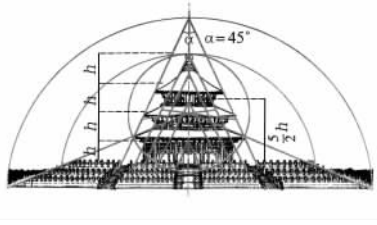


图 1－12　祈年殿的立面图

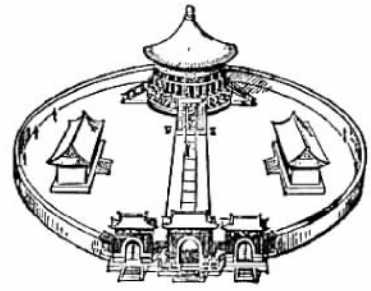


图 1－13　天坛祈年殿回音壁

祈年殿的南边，有一道圆形围墙，里面的建筑叫皇穹宇，圆形围墙本身就是著名的回音壁，如图 1－13.

两个人站在回音壁两侧，一东一西，靠近墙壁，轻声对墙说话，远处的同伴就能听得非常清楚，好像打电话一样，其中蕴含了一定的数学道理.

建筑中的比例

胡夫金字塔，其高度扩大 10 亿倍，恰好等于太阳到地球的距离；其底面正方形的纵平分线一直延长，就是地球的子午线；它正好把地球上的陆地和海洋一分为二；金字塔高度的平方和每面的三角形面积正好相等；金字塔底面正方形的四边方向正好对着东、西、南、北，塔的进口隧道正对着北极星……这其中的数学比例是令人惊叹的！

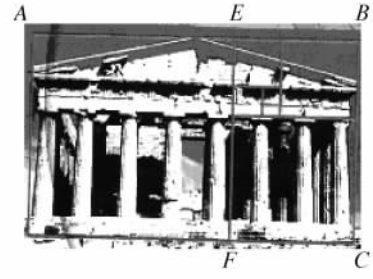


图 1－14　古希腊帕特农神庙

图 1－14 中的建筑物是古代希腊帕特农神庙，这是

古代建筑艺术的杰作，位于希腊雅典卫城最高处（图中用线画的几何图形是一系列黄金长方形）. 图中最大的长方形 $ABCD$ 是黄金长方形，其中 E 点是线段 AB 的黄金分割点，E 点将 AB 分成两段，其比值为 0.618，即

$$\frac{AE}{EB}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}\approx 1.618,\ \frac{EB}{AE}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\approx 0.618.$$

建筑中的图形

建筑中经常运用三角形、正方形、长方形、多边形、圆、球、立方体、多面体、螺旋线、椭圆等几何图形. 许多建筑都具有对称性，优秀建筑给人以美的享受，犹如凝固的音乐（图 1－15）.



(a) 对称



(b) 长方体与圆柱



(c) 球体



(d) 弧与角

图 1－15　建筑中的图形

4. 交通中的数学

飞机、汽车、火车、磁悬浮……你最喜爱什么交通工具？为什么车轮的形状是圆的，三角形的行不行？立交桥中有哪些数学知识？运动场外圈跑道上的起跑位置较内圈的要靠前一些，为什么？

交通中的数据

交通中的时间、路程、速度都与数有关. 汽车、火车在公路、铁轨上飞驶，通过路边的里程碑和汽车、火车的时速，随时可以掌握到达目的地的时间. 步行、骑自行车等等同样如此.

表 1－3 是京广线铁路站间的里程表 (单位：千米). 看表后，可以得出：

表 1－3

北京	北京			
郑州	689	郑州		
长沙	1 587	898	长沙	
广州	2 294	1 605	707	广州

从北京至广州里程是 2 294 千米；从郑州至长沙里程是 898 千米. 你从里程表上还能得出哪些信息？

试一试

A、B、C、D、E 五个村子的位置如图 1－16 所示，请绘制 A、B、C、D、E 之间的里程表 1－4(单位：千米).

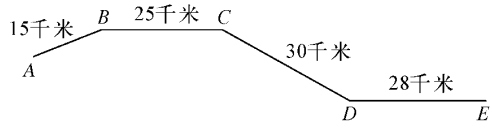


图 1－16

表 1－4

A	A				
B		B			
C			C		
D				D	
E					E

交通中的图形

一般情况下，平坦地区的交通路线是直的或拐弯的，但是由于地势的变化、城市发展等因素，给交通带来很多变数，交通中也就有了更多与数学相关的图形.

(1) 立体与交叉

① 立交桥

立交桥全称“立体交叉桥”，意思为：在城市重要交通交汇点建立的上下分层、多方向行驶、互不相扰的现代化地上桥. 立交桥，是伴随高速公路应运而生的. 不仅大大方便了交通，而且成为城市建设的美丽风景 (图 1－17).



图 1－17　立交桥

立交桥中涉及许多数学知识，如高度、宽度、角度、弧度、坡度等. 想一想，还有哪些相关的数学

知识呢？

② 京张铁路“人”字形轨道

京张铁路由著名的铁路工程师詹天佑主持修建，是第一条由中国人自己设计建造的铁路. 该铁路于 1905 年开始修建，1909 年建成通车. 京张铁路穿越八达岭等崇山峻岭，山势陡峭，弯道很急，有些地段坡度高达 33 度，工程极为艰巨. 外国媒体嘲笑中国没有能力建设这条铁路. 詹天佑创造性地设计出“人”字形轨道，完美地解决了上行、下行列车调头、坡度大等一系列工程难题. 此设计方案是当时世界铁路建设上的创举，真让中国人扬眉吐气.

“人”字形轨道蕴含了包括立体、交叉、坡度、角度等在内的丰富的数学知识.



图 1－18　京张铁路“人”字形轨道



图 1－19　南浦大桥螺旋式上升引桥

③ 南浦大桥螺旋式上升引桥

南浦大桥是黄浦江上的大桥，跨江连接了浦东、浦西，成为交通枢纽. 建桥时由于桥太高、引桥太长，拆迁量太大，难以实施. 最后解决的思路很简单，将引桥建成螺旋式上升，一改以往斜坡式的形式，这成为当时桥梁构造的一大亮点 (图 1－19). 整个桥梁跨度大，高度因螺旋式上升的引桥而抬高，更突出的是旋转弧度与引桥坡度相结合.

⑵ 为何起跑线不同

在 400 米标准跑道上进行 200 米、400 米、800 米等比赛时，不同跑道上的运动员起跑的位置是各不相同的，外圈跑道上的起跑位置较内圈的要靠前一些 (图1－20)，为什么呢？因为不同跑道的终点线必须一样，而跑道的弯道部分，外圈比内圈长一些，因此起跑线不一样. 但到底如何确定不同跑道的起跑位置呢？在弯道处不同跑道之间的

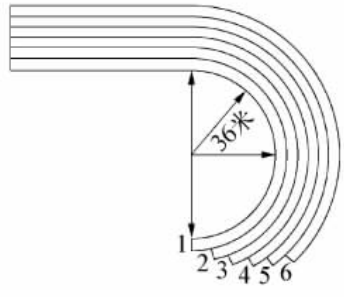


图 1－20　跑道

距离之差是关键的数据. 跑道的两端是半圆形，在已知跑道的宽度后，即可以算出相邻两个跑道的一个弯道长度之差.

例 2 6 名运动员在 400 米标准跑道上进行 200 米赛跑，已知最内圈弯道半径为 36 米，每条跑道宽 1.2 米，当终点线一样时（终点线在直道上），怎样设置每条跑道的起跑线？（精确到 0.01 米）

解 最内圈弯道半径为 36 米，一个弯道的全长为 36π（米）.

第二圈弯道半径为 $36+1.2$（米），一个弯道的全长为 $(36+1.2)\pi$ 米.

因此，相邻两条跑道的弯道部分相差：$(36+1.2)\pi-36\pi=1.2\pi\approx3.77$（米）.

答：每相邻两条跑道的起跑线相差 3.77 米.

【思维园地】

1 从数学的角度说明为什么车轮的形状是圆的，三角形的行不行？

2 有一块长 4 米、宽 3 米的园地，现要在园地上辟一个花园，使花园的面积是原园地的一半. 问如何设计？

3 伽利略是意大利著名的物理学家，平时乐于和孩子们在一起. 一次他向孩子们提了一个问题：一跑马环道，长 600 米. 现有 A、B、C 三匹马，A 一分钟能跑 2 圈，B 一分钟能跑 3 圈，C 一分钟能跑 4 圈，如果这三匹马并排在起跑线上，同时同向跑，问经过几分钟，这三匹马才能重新并排在起跑线上？你能回答这一问题吗？试试看.

4 甲乙两人骑自行车，同时从相距 65 千米的两地相向而行，甲的速度为 17.5 千米/时，乙的速度为 15 千米/时，经过几个小时甲乙两人相距 32.5 千米？

【智慧花园】

5 今有 12 名旅客要赶往 40 千米远的一个火车站去乘火车，离开车时间只有 3 小时，他们步行的速度为每小时 4 千米，靠走路是来不及了. 唯一可以利用的交通工具只有一辆小汽车，但这辆小汽车连司机在内最多只能乘 5 人，汽车的速度为每小时 60 千米. 这 12 名旅客能乘上火车吗？

【答案】

1 略. **2** 略.

3 每跑完一分钟后，三匹马并排在起跑线上. 因为每跑完一分钟，A 马跑了 2 圈，B 马跑了 3 圈，C 马跑了 4 圈，三匹马正好又并排在起跑线上.

4 设经过 x 小时两人相距 32.5 千米，有两种情形：

(1) 相遇前两人相距 32.5 千米，则 $17.5x+15x=65-32.5$. 解之，得 $x=1$.

(2) 相遇后两人相距 32.5 千米，则 $17.5x+15x=65+32.5$. 解之，得 $x=3$.

需要全本请访问 www.ertongbook.com