

# 第一章

## 学前儿童数学教育学科概述

### 第一节 学前儿童数学教育学科在我国的发展

#### 一、数学史的回顾——从数觉、计数到数学的产生

数觉是人类进化到蒙昧时期就已具有的一种才能，年幼的婴儿也具有这种能力。即在一个小的数集合里，增加或减去一样东西的时候，尽管它还未直接知道增减，也能辨认到其中有所变化。

诸多鸟类也具有这种数觉。鸟巢里若是四个蛋，你可以安然拿去一个，但是如果拿掉两个，这鸟通常就要逃走了。“当然，具有数觉的动物仅限于几种昆虫、鸟类和整个人类，对于狗、马和其他家畜所作的实验和观察，都不曾发现它们有什么数觉，况且普通文明人的直接数觉，很少能超出四”<sup>①</sup>

究竟数概念是从经验里产生的，还是早已隐藏在原始人心灵中而逐步加以呈现的呢？可以说，一种比鸟类高强不了多少的原始数觉是产生我们数概念的核心。毫无疑问，如果人类单凭这种直接的数的知觉，在计算技术上就不会比鸟类有什么进步。人类因经过一连串的特殊环境，才学会了一种对未来生活有巨大影响的数学技巧，

罗素：《数的哲学》，商务印书馆，1980年。

即计数。正是由于有了计数，我们才赢得了用数来表达我们的宇宙的惊人成就。

数学产生于实践，与人类文明同时开始，又随着生产实践、科学技术的发展而发展。人类的全部生活实践——衣食住行几乎都离不开数学。如小朋友有几只手、班上有几位小朋友等，均用数量来表示。自然界的一切生物，如花朵、蜗牛皆是一种几何形体。可以说，数学是打开未来世界大门的钥匙。伽利略曾说过：“数学是上帝用来书写宇宙的文字。”

从数学的起源来看，人类的数学能力是为解决现实问题而产生的。远古渔猎穴居时代，人们为了记录时间与财产，就使用一对一的堆石法、结绳法或在树枝、骨头、石板上刻画记号。如从这月的第一天开始，每晚放一个小石头，到下个月圆为止，数一下这堆小石头就知道过了几天；猎人为了计数有多少张兽皮，每割下一张兽皮，就在树枝上作一个记号。到了农业、商业社会，生活越来越进步和复杂，因此在随手便可用的十指计算过程中，就发明了1、2、3等自然数的计数系统。可以说，计数系统是人类文明发展形成的抽象数目概念并使数学成为科学产生的重要工具。为了更精确地计算与记录，且在这种计算需求的压力越来越大的背景下，十进制产生了。当计数大量数目时，一对一刻画太繁琐，就促使了数组的产生，而10个手指正好是归组的最自然的基础。以69为例，6这个数是在10的位置上代表的是6个10。这样设计就不需要特殊的符号来代表十、百、千等。

对于几何学来说，其产生也是来源于生产实践。在古埃及，尼罗河在每年春天均会泛滥造成田园流失、地界不清，为了消除纠纷、重新丈量划界，于是几何学就产生了。几何学——*geometry*是由希腊文化而来，“*geo*”表示“地”，“*metry*”表示“量”，合起来就是量土地的意思<sup>①</sup>。

对于数学的本质有两种极端的看法（*Dossey, 1992*）：一是内在的

观点，认为数学是个人所建构的、存在于内心的一组知识；二是外在的观点，认为数学是载于教科书上的一组概念、事实、原则与技巧所组成的外在体系。大多数观点则界于这两者之间。数学除了具有实用性、生活性和解决问题的特性以外，数学还有趣味性的特性。

## 二、学前儿童数学教育学科在我国的发展

在解放前很长一段时间里，学前数学教育不是教育内容的一个单独的方面而只是在语言、常识、音乐、体育等各种活动中附带学习一些计数、认写阿拉伯数字和简单的几何图形的知识。“在师范学校并不具备开设有关幼儿数学教育方面课程的条件”。<sup>①</sup>新中国成立后，高等师范学校设立了学前教育专业，把学前教育纳入了国民教育体系。当时我国有关学前教育的理论与实践尚处于初始的阶段，各级师范院校并不具备开设有关学前儿童数学教育课程的条件。

60年代初，在总结我国学前数学教育经验的基础上，一些高师和幼师院校开设了《幼儿园计算教学法》，在内容上仍是以借鉴前苏联为主，实际上我们并没有自己的心理学研究基础。1978年后，在改革开放的政策下，科学春天到来了，学前教育与其他学科一样进入一个空前繁荣的时期。我国的心理学家和幼教工作者不断地学习、借鉴发达国家的先进经验，对儿童的数学概念及运算能力的发展等问题进行了较为系统的研究，为我国学前数学教育的发展打下了较为坚实的理论基础。利用心理学理论和有关研究成果，深入解决现实教学中存在的问题，并对学前儿童数学教育中的实践经验，从理论上加以概括和提炼，使之系统化、科学化，显得十分必要。

80年代以来，国外有关儿童数学教育的学术著作相继被介绍进来。1982年北京师范大学曹筱宁等人翻译了前苏联著名幼教专家、教授、教育学博士列乌申娜《学前儿童初步数概念的形成》（人民教育出版社，1982年）一书。这本书经1974年前苏联教育部批准作为高

林嘉绥：《幼儿园数学教学法》，北京师范大学出版社，1990年，第1—2页。

等师范院校学前教育专业和心理学专业的教材。该书系统地阐述了学前儿童初步数概念的形成的理论和特点，并分年龄组详尽地介绍了向 3—7 岁儿童传授初步数学知识的教学方法。该书总结了前苏联几十年的研究成果和优秀教养员的经验，以此为依据，把学前儿童数学教育的水平提高到了一个新的高度。这本教材也是我们学习与研究学前儿童数学教育的一本难得的、有价值的参考书。

另外 皮亚杰对于儿童数学认知的研究有两个中译本：一是《皮亚杰学说入门 思维、学习与教学》(Ed Labinowicz 著 杭生译 人民教育出版社,1985 年)，在这本书中有一章专门探讨了儿童数学的思维水平，另有一章探讨了儿童的长度概念，对于理解儿童的数学思维及学习是有意义的；二是《儿童怎样学习数学》(R·W·柯普兰著 李其维、康清镛译，上海教育出版社1985 年)，这本书系统地阐述了皮亚杰对于儿童数学认知的研究，包括数学的理解与操作、逻辑分类、次序化和序列化、基数、加法与减法、分数和比例、时机遇和概率、逻辑思维的发展、从拓扑到欧氏几何、一维二维三维测量、射影几何等 对于我们从事儿童数学认知的研究及教学实践是有重要的参考意义的。

我国台湾的周淑惠女士在 1996 年写了一本《幼儿数学新论——教材教法》(台湾 心理出版社)，她在美国麻省省立大学读完硕士和博士，回到国立新竹师范学院幼教系作学前儿童数学教育方面的研究。这本书较好地吸收了美国关于学前儿童心理研究和数学学习方面的研究材料，同时又有许多具体的教学实践的内容，是一本很好的学前数学教育的教材。

北京师范大学林嘉绥教授编写了两本教材，《幼儿园数学教学法》(北京师范大学出版社,1990 年)和《学前儿童数学教育》(北京师范大学出版社,1994 年)，突出了学前儿童初步数学概念发展的理论，从理论上说明了向学前儿童进行数学教育的可能性和不同年龄儿童的特殊性，从而为确定学前儿童数学教育的内容和方法提供了心理学方面的依据。就像作者本人所言：“高等师范院校的学前儿童数学教育课程，在层次上应有别于中等幼儿师范学校的学前儿童

学教育课程。这一区别不应是教学法知识的简繁与多少，应该是在教学法理论的深度上加以区别。”因此，本书力求较系统而全面地阐明学前儿童数学概念发展的理论，目的是使高等师范院校学前教育专业的学生和具有中等程度又有实践经验的读者，不仅知道应该教什么、怎么教、儿童怎么学，而且知道为什么要教这些内容和为什么用这些方法教和学。可以说，掌握基本的学前儿童数学概念认知发展的理论是高等师范学生的基本任务，也是日后从事创造性教育实践的必然理论素养。

由于目前我国大陆尚未有系统地阐述学前儿童数学概念发展的著作，因此本书尽量运用我国国内已有的有关学前儿童数学概念及教育的研究成果，借鉴前苏联、美国的理论和经验，并结合多位作者十几年的科研成果和教学实践，从而形成较系统的理论观点，力求对学前儿童数学概念的发展作较科学的阐明。在教材内容的编排上，力争从教育的角度，既有学科的历史、理论流派，又有教育教学的原则、各部分数学知识教学的要求，还有数学教育评价与研究技术，突出了量、简单几何形体和时间、空间等内容，这对于以前数学教育中所单一强调的“计算”教学法来说是一个进步。本教材也重视从教育的角度确立体系，将学前儿童数学概念发展的理论，有机地结合进有关章节，使数学认知的特点与教学的内容方法紧密结合，特别体现出以心理学的研究作为教学的依据。

可以说，本教材力争在理论水平上有较大的提高。就内容来说，在范围上更广，在程度上更深，尝试加强实践教学的理论依据的阐述，特别是它吸收了现代认知心理学和发展心理学的研究成果，加强了对学前儿童数学教育的指导。

## 第二节 学前儿童数学教育学科的性质

### 一、学前儿童数学教育学科的基本含义

学前儿童数学教育学科，是一门关于儿童数学学习与教学的学

科。这门学科既包括儿童数学学习的认知特点等研究，具有较强的理论性；又包括对实际教学内容的指导，具有较强的实践性。学前儿童时期的数学学习是初步了解一些简单的数学知识与思想，目的是使学前儿童在大千世界的数量关系、时空关系的经验中开拓自己的视野。

## 二、学前儿童数学教育学科与临近学科的关系

### （一）数学

数学的发展促进了其他学科的发展。例如，五千年以前巴比伦的天文学就是受到数学的影响。近代伽里略、牛顿和拉瓦锡开始把物理、化学和机械学数学化。从 20 世纪初起科学数学化的趋势变得日益明显起来。从 50 年代开始，数学化形成了巨大的规模。在不久前产生了诸如数学经济学、数学语言学、数学生物学和数理逻辑等一些学科就是数学化的结果。各门学科力图以数学来表达。信息科学的产生，使得信息以数量指标来体现，其意义在于：保证人的思维的极大合理化，使人们更准确地设计“会思维的机器”，使“会思维的机器”的活动合理化<sup>①</sup>。

随着经济和文化的发展，促进了对进行庞大计算的需求。在解决许多科学问题和经济任务时，计算就成为一种繁重的劳动。人类想象能像鱼一样在水中游，像鸟一样在天空高飞，要有能看得更高和更远的眼睛，要认识宇宙中的其他天体，人们很早就想出各种计算工具和机器。如中国古代发明的算盘，至今仍在使用。社会发展的需要，使得机器逐渐变得准确和复杂——计算机的出现使得人们在计算上有了不可想象的发展。这是人类的双手和大脑在长期活动中创造的产物。所有这一切都是人类知识不断发展的结果，可以说数学在其中起着主导的作用。

<sup>①</sup>（苏）列乌申娜著 曹筱宁等译：《学前儿童初步数概念的形成》 北京师范大学出版社，1982 年，第 391—393 页。

科学的数学化是时代赋予我们的任务，为此我们都必须掌握一定的数学知识。数学在整个国民教育体系中受到人们普遍的重视。

学前儿童数学，是指学前儿童所学习的、最初步的数学知识，包括简单的数的知识、初步的时间、空间观念等，它强调的是在操作活动中的数学体验。学前儿童数学教育有三个特点：一是与小学数学学习有着本质的区别，尽管有些内容与小学低年级有些类似，小学生学习是为了掌握，要经过考试；而学前儿童只是对数学知识的“认识”并不要求一定要“掌握”而重视的是一种学习过程和数学的经验。二是学前儿童数学学习能够接触到在现实世界经验中很高的数学理念，如拓扑的观念、极限的观念。这些观念都可以让儿童在数学操作活动中去体会。可以说，学前儿童学习的数学知识，大多是表面的、粗浅的知识，而数学思想既是高深的又是儿童可以体验和理解的。三是学前儿童的数学学习与具体的操作活动分不开，强调的是在具体活动中对数学的认知和数学思想的建构，这与学前儿童的具体形象思维是分不开的。

## （二 学前儿童心理学

学前儿童心理学是研究一岁到六岁儿童心理发展规律的学科。心理发展中认知的发展，与儿童数学认知发展密切相关，或者说数学认知发展是认知发展的组成部分。要有效地实施数学教学，就应以儿童数学认知发展的特点为依据。从这个意义上来说，学前儿童心理学是学前数学教育的基础学科之一。

另外，学前儿童心理学的研究方法同样适用于研究学前儿童数学认知。

## （三 教育心理学

教育心理学涉及到对教学和学习过程的理解及如何从各方面去改进教学和学习过程。教育心理学设计了种种教学情境中的实验研究，作了大量的实地观察及问卷调查，既研究儿童如何学习知识，也研究教师如何教授知识。因此，这门学科为学科教学法提供理论基

础。各科教学法研究的是各科教学的教学过程、教学内容、教学方法及其效果，而教育心理学为这种好的教学及其效果提供心理学依据，以心理学原理与规律来说明为什么效果好。学前儿童数学教育是一门偏于教学法的学科，需要以教育心理学的基本原则为指导，把教学心理和学习心理的规律应用到具体的数学教学中去，论证并分析各种方法的优缺点。

#### （四 数学教育心理学

数学教育心理学作为一个专门的研究领域，其历史还不到 30 年。1972 年第二届国际数学教育大会（ICME-2）上，不少专家对数学教育的心理学问题感兴趣<sup>①</sup>。从 1977 年到 1994 年，国际数学教育委员会中的国际数学教育心理学组织成为活动最频繁、研究最活跃的专题研究组织，共举办了 15 次会议。数学教育心理学的研究范围很广：有的紧扣教材的内容，如数的概念、比和比例、加法和乘法、结构、有向数和代数、几何理解和空间表象、数的概念的形成、逻辑、推理和证明；也有学习方法的研究，如问题解决策略、数学思维及其发展、符号体系和数学表象、学习模式、儿童之间的数学交流；以及有关问题的讨论，例如数学理解的评价、计算机辅助教学、课堂教学过程、教师的行为和态度、教学的组织、教学环境（如数学实验室）、数学教师的培养及心理知识的培训。这门学科涉及到数学、心理学、教学法方面的跨学科研究。对数学知识的本质作分析，描述它的概念、过程的发生、构造及历史发展，需要数学家提供详尽根据；教学过程、教学内容对儿童产生的心理影响和变化，及其他重要心理问题，这些要靠心理学家做仔细研究；而教师和教学法专家则是实施教学过程和检验教学理论的具体操作者。数学教育心理学的研究趋势是逐渐放弃行为主义的观点和方法，转而多做认知方面的探索。

学前儿童数学教育学应该从属于数学教育心理学，数学教育心

理学的基本原理在某种程度上也适合于学前儿童数学教育，并且这门学科的研究对学前儿童数学教育有很好的启示。

### （五 学前儿童各科教学法

学前儿童美术教育 包括绘画活动、手工活动 这些都是以儿童空间知觉和空间表征能力为基础的。从某种意义上来说，这些活动都是数学活动。“各种类型的美术作品都体现为具体可视的、占有空间形式的实体。”<sup>①</sup>柯普兰认为，“数学同儿童艺术活动的密切关系是显而易见的，教师在观看儿童艺术作品时能够从中确定这些儿童的拓扑能力。”<sup>②</sup>例如，学前儿童在画人时，总能体现出身体各部分之间的靠近关系、次序关系和包含关系等。

学前儿童体育教育，从某种意义上来说都是在空间基础上进行的。体育活动能够增加学前儿童良好的空间知觉的经验。对于儿童数学学习来说，这些活动能够积累儿童知觉方面的经验。像跑步、弹跳、接球、掷球 无不是一种空间知觉的体验。在游戏活动中 学前儿童在玩积木时，能按照某种方式来排列、搭建，需要关于空间关系和数量关系概念的知识以及长度等关于几何空间的知识。这类活动在具体水平上为儿童提供了良好的数学经验，将有益于其运算思维的发展。在学前儿童音乐教育中，音乐的起伏、快慢和节奏，都被认为是数学的经验。

学前儿童语言教育也与数学教育息息相关。语言本身就是一种符号系统，而数学也是以符号系统来体现的。数学学习过程中，总是以实物、具体表象、抽象表象为支持的，而语言引起的表象在其中起到某种必要的作用。在数学学习中理解语言中的语词，如“加”、“减”、“等于”、“合起来”等含义都是十分必要的。

朱家雄等：《学前儿童美术教育》，华东师范大学出版社，1999年，第4页。

② R·W·柯普兰著 李其维、康清镛译：《儿童怎样学习数学》，上海教育出版社，1985年，第258页。

### 第三节 学习学前儿童数学教育学科的意义

#### 一、有助于认识“数学是现代科学技术的基础和工具”

数学是研究现实世界的空间形式和数量关系的科学，它产生于实践又广泛地应用于实践。近几十年来随着现代科学技术的发展，特别是信息论、控制论和计算机科学的发展，促使数学日益渗透到各个科学领域中去，促进了各个学科的发展。例如生物数学的创立，就涉及到数量遗传学、数量生态学、数量分子生物学、数量分类学等。反之，生物学的数学化也为数学的发展提供了肥沃的土壤，像生物统计学、生物概率论、生物运筹学、生物信息论、生物控制论等学科也相继产生。另外，数学除了广泛应用于自然科学外，还应用于社会科学如经济学、语言学、管理科学、心理学和教育学等。

社会科学研究不只是定性的、描述性的，也应是定量的。科学的规律应该是从大量的事实开始，经过数量分析而找出科学规律。任何质量都表现为一定的数量，没有数量也就没有质量。一个科学的理论的形成，必须进行定量和定性分析。在教育科学的研究中，如果单纯地思辨式论述，是不能深入到问题实质的。“不运用数学，不进行数据处理，不显示概率，是不能在国际上进行交流的”<sup>①</sup>。前苏联教育学家赞可夫进行了教育教学改革实验研究，发表了有名的著作《教学与发展》在世界上产生了广泛的影响。在他研究初期国内同行对其研究有不同的看法和争论，但由于其理论有大量的数据作为依据，因此推翻他的学说是不容易的。可以说，一门学科发展水平的高低，取决于它是否借用了现代化的数学工具。数学是各门科学现代化的重要基础和工具。

#### 二、有助于探索儿童认知发展理论和儿童学习理论

数学认知是儿童的认知领域研究中的重要组成部分。对儿童数

学认知的研究有助于理解认知的实质。数学是一门抽象性、逻辑性很强的学科，数学学习与儿童的思维水平密切相关。如学前儿童在解决数学应用题时，需要对问题表征、对数量关系理解并形成语义图式；学前儿童在学习空间概念时就需要有一种相关经验与表象的积累。同化理论强调新旧知识之间建立实质性的、非人为的联系，同化理论在数学学习中被认为是一种有用的理论，那么可以在学前儿童的数学学习中去验证、修改与发展这种理论。

学习这门学科能够加深对学前数学教育的理论基础的认识。通过学习使学生了解到：这不是一门单纯教学法的学科，而是一门以儿童心理学、教育心理学和认知心理学为基础的学科。学习这门学科，不仅能够加深对数学教学的了解和认识，而且在理论上能够知道为什么这样教、学前儿童为什么这样学，特别是学会一些初步的学前数学教学的基本评价的原理与方法，以及一些基本的学前数学教学的研究方法。

对于一门学科来说，学会其研究方法是十分重要的。只有对一门学科的理论与实践问题进行研究，才能促进这门学科的发展。也只有这样才能使学前数学教育在实践中有一个根本的提高。

### 复习与思考

1. 谈谈学前儿童数学教育学科的发展概况。
2. 谈谈学前儿童数学教育学科与美术教学的关系。
3. 谈谈学前儿童数学教育学科与体育教学的关系。
3. 谈谈学习学前儿童数学教育学科的理论意义。

## 第二章

### 现代学习论对儿童数学学习的一般论述

#### 第一节 儿童数学学习的含义

数学是什么？数学学习的本质是什么？儿童是如何学习数学的？数学概念是如何获得的？现代学习论可为学前儿童数学教育提供一些很好的解释。

##### 一、对儿童数学学习有影响的几种学习理论

##### （一）布鲁纳的发现学习理论

布鲁纳认为，学习就是类目及其编码系统的形成。一个类目意指一组有关的对象或事件，它可以是一个概念，也可以是一条规则。他主张，应向儿童提供一些具体的东西，以便发现自己的组织。布鲁纳的学习理论，强调学习中理解的作用，强调认知结构与教材基本结构的结合，强调学习者的主动性、独立性。他认为，学习者是通过认知、理解来掌握知识、获得对事物反应的。他还强调内部动机对于学习的影响。布鲁纳在学习上主张发现学习。他认为，学习者在一定情境中对学习材料的亲身经验和发现的过程，才是学习中最有价值的东西。

布鲁纳进行了大量的数学学习实验，从中总结出了四个数学学

习的原理：一是建构原理，指学生开始学习一个数学概念、原理或法则时，要以最合适的方法建构其表征系统。二是符号原理，即如果儿童掌握了适合于他们建构方法的符号，那么在认知上就形成了早期的结构。三是比较和变式的原理，表明从具体形式到抽象形式的过渡，需要比较和变式，要通过比较和变式来学习数学概念。四是关联原理，就是指应把各种概念、原理联系起来，在统一的系统中学习。

布鲁纳强调的是发现学习，其主要特征是不把学习的主要内容提供给儿童，而必须由儿童独立发现，包括提供情境，发现结论和推导方法。当然，这要对提供信息进行分解和重新组合，使它与已有的认知结构中的适当知识相联系。例如，利用画画、剪剪、拼拼、凑凑、量量的办法，让儿童去发现关于“三角形内角和为  $180^\circ$ ”的命题的学习，就是一种发现学习。

发现学习显然比接受学习复杂得多，花的时间也比较多。一般地说，儿童的数学知识，大量是通过接受学习获得的，而各种数学问题的解决，则往往是通过发现学习来实现的。

## （二）奥苏伯尔的接受学习理论

奥苏伯尔提出的学习论，强调所谓的有意义学习<sup>②</sup>。学生在学习中主要是通过言语形式来理解知识的意义，接受系统的知识。有意义学习和行为主义的机械学习是相对立的。在奥苏伯尔看来，一个事物之所以有意义，并不在于它引起与其他事物相联系的反应部分，而是在于它引起了意识内容中与该事物相对应的一个映象。一个刺激或一个概念必须在人的意识中具有与该事物相对应的一个映象，必须在人的意识中具有与之相对应的“重要东西”时才有意义。这个“重要东西”被称为认知结构。在一个人的意识中，认知结构是

马忠林主编：《数学学习论》，广西教育出版社，1998年，第16—17页。

奥苏伯尔著，皮连生译：《有意义学习中后继学习对先前学习的促进作用》，载《教育心理学参考资料选辑》，上海教育出版社，1990年，第292—300页。

由或多或少有组织的、稳定的概念组成的。奥苏伯尔的一个与认知结构观念相联系的主张是，教学的实施应当由最一般的、范围广的概念到具体而详细的例证，即从抽象到具体的原则。

奥苏伯尔认为，学习过程是在原有认知结构基础上形成的，认知结构对于学习过程始终是一个最关键因素，新的学习都是在学习的基础上产生的，新的概念、命题等总是通过与儿童原来的有关知识相互联系、相互作用转化为主体的知识结构。

奥苏伯尔强调的是接受学习。接受学习的全部内容是以定论的形式呈现给学习者的，即问题的条件、结论以及推导过程等都叙述清楚，不需儿童独立发现，只要他们积极主动地与已有数学认知结构中适当的知识相联系，进行思维加工，然后与原有知识结构融为一体，以适应进一步的学习和应用之需要。

奥苏伯尔反对机械学习，重视有意义学习。儿童学习数学，主要是掌握前人积累的数学知识，而这些知识是用文字符号和数学符号来表示的。儿童只有经过积极思考，正确理解这些符号所代表的数学内容，才能将其转化为自身的精神财富。如果某儿童在学习时，不理解这些符号所代表的意义或方法，仅仅记住这些符号的组合或词句，并不理解它的涵义，那么这种学习就是所谓的机械学习。如果经过思考，理解了由符号所代表的数学内容和方法，并能融会贯通，那么这种学习就是所谓的有意义学习。

数学知识具有逻辑性、系统性，并具有丰富的思想方法，所以数学学习基本上是有意义的学习。有意义学习要靠理解。这里所讲的理解，是指符号所代表的知识与儿童头脑中已有的适当知识建立非人为的和实质性的联系，就是符号所代表的新知识同原来知识的联系。当然在数学学习中也不排斥机械学习，在某些情况下机械学习也是必要的。

数学认知结构的建立是与有意义学习过程密切相关的。学习新知识要与原有认知结构建立联系，那么什么是认知结构？所谓认知结构就是学习者头脑里的知识结构，它是从教科书以及课堂教学

的知识结构转化而来的。而所谓数学认知结构就是学习者头脑里的数学知识按照自己的理解深度、广度，结合自己的感觉、知觉、记忆、思维、联想等认知特点，组合成的一个具有内部规律的整体结构。

儿童学习数学时，应以原有认知结构为依据，将知识进行加工。如果新知识与原有的数学认知结构中适当的知识相联系，那么通过新旧知识的相互作用，新知识就被纳入原有的数学认知结构中去，从而扩大了它的内容，这一过程称为同化。如果新知识在原有的数学认知结构中没有适当的知识与它联系，那么就要对原有的数学认知结构进行改组或部分改组，进而形成新的数学认知结构，并把新的知识接纳进去，这个过程叫作顺应。如果说数学学习是数学认知结构的建立、扩大或重新组织的话，那么同化就是构造新的学习内容、使之与原有认知结构相吻合，以适应新学习内容的需要。有意义数学学习过程，即为数学学习的同化与顺应的过程。一般来说，儿童学习数学，需要在原有的认知结构中有可用来加工新知识的适当的知识，并且能积极主动地进行一系列的思维活动，以期获得新知识，并加深对旧知识的认识。

比较一下布鲁纳和奥苏伯尔的观点可以看出，他们都认为学习是认知结构的组织和再组织，都强调原有认知结构的作用，也强调学习材料本身的内在联系。但对于如何获得意义和理解过程，两人强调的重点有所不同。布鲁纳强调儿童的发现，这是一个主动的过程；而奥苏伯尔强调儿童的接受，这是一个相对被动的过程。他们两人都重视内部动机与学习活动本身的内在强化作用。

现代认知学习理论启示我们，要重视内部动机对学习的作用，应创造条件让儿童在学习过程中进行探究、猜测和发现，重视结构教学；在向儿童输入新的知识信息时，必须注意儿童原有的知识水平和认识水平之间的差距，重视发展与培养儿童的顿悟潜能；重视培养儿童自我检查、自我评价的能力。

### （三）加涅的信息加工理论

加涅提出了一个学习与记忆模型<sup>①</sup>。人的学习类似于一个信息加工的过程，这个信息加工过程是由三个系统构成的：一是加工系统，来自环境的刺激从感受器输入到感觉记录，然后进入短时记忆。如果学习者进行复述的话，信息能在这里停留稍长的时间，随后将信息编码进入长时记忆里。长时记忆被假设为永久的贮藏仓库。短时记忆与长时记忆的功能不同。经过短时记忆到达长时记忆的信息，可能恢复而回到短时记忆中去。例如，当新的学习需要部分回忆起先前习得的某些事物时，就须从长时记忆中检索这些事物，重新回到短时记忆中去。贮存在短时记忆或长时记忆中的信息，可以通过反应发生器把信息转换成行动，也就是激起效应器的活动，作用于环境。二是执行控制系统，三是预期系统，这是两个重要的结构，它们可以激化或改变信息流的加工，前者对学习起调节作用，后者对学习起定向作用。

另外，加涅还提出了学习行动的信息论加工阶段，即动机、选择、获得、保持、回忆、概括、作业和反馈。他认为学习是人的倾向或能力的变化，这种变化能够保持且不能单纯归因于生长过程。学习是一个不断复杂、不断抽象的模式体系。在这个体系中，基础的是原有知识经验内部的联结。在学习知识时，新的信息输入进来和原有的经验相联系，在练习中就形成了一个在意义上、态度上、动机上和技能上相互联系的新的高一级的模式体系，这个不断形成的高一级的模式体系的过程就是学习的过程。加涅特别强调数学学习的连接，儿童在学习数学时，可以不理解这些符号所代表的意义或方法，但应记住这些符号的组合或词句，可以不理解它的涵义，也就是所谓的机械学习。

#### （四）第纳斯的数学学习理论

第纳斯的数学学习理论<sup>②</sup> 旨在使儿童的数学学习变得有趣和

邵瑞珍主编：《教育心理学》，上海教育出版社，1997年，第37—39页。

张奠宙主编：《数学教育研究导引》，江苏教育出版社，1998年，第295页。

容易，所有的数学都是以经验为基础的，因此儿童应从现实经验中抽象出概念和结构；儿童应按一种固定的自然过程学习，即先进行游戏或实验，然后将得来的经验整理成一个有意义的整体，继之产生顿悟和理解，最后是练习应用。数学是一种创造性艺术，要把它当艺术来教、来学，新概念必须与旧概念联系起来，促成知识的迁移，儿童必须把具体事物的形式抽象成符号的形式。

## 二、儿童数学学习的内涵

### （一）什么是数学学习

数学学习是根据教学计划进行的，是在教师的指导下获得数学知识、技能和能力，发展个性品质的过程。由于数学具有其自身的特点，所以数学学习不仅具有一般学习的特点，而且还具有自己突出的特点：

一是数学具有逻辑的严谨性。它用完整的符号形式表现出来，呈现在儿童面前，略去了数学本身发现的曲折过程，因此给儿童的再创造学习带来了困难。数学教材往往是以演绎系统展开的，学习它需要有较强的逻辑推理能力，所以儿童学习时要思考知识的发生过程，掌握推理论证的方法。

二是数学具有高度抽象性和概括性。它比其他学科的知识更抽象、更概括，而且数学中使用了形式化、符号化的语言，因此数学学习更需要积极思考、深入理解，需要较强的抽象概括能力。

三是“数学学习与其说是学习数学知识，倒不如说是数学思维活动”<sup>①</sup>，在数学学习中教师对儿童思维的启发与引导更为重要。

根据认知学习理论，数学学习是原有数学认知结构与新学习知识之间的联系。在形成数学认知结构中数学学习有四个阶段：<sup>②</sup>（1）输入阶段。所谓输入，实质上就是创设学习情境，提供给儿童新

曹才翰、蔡金法著：《数学教育学概论》，江苏教育出版社，1989年，第29页。

马忠林主编：《数学学习论》，广西教育出版社，1998年，第35—36页。