

信息学(计算机)奥林匹克

(中 级 本)

中级本编写组

北 京 大 学 出 版 社

内 容 简 介

本书是信息学（计算机）奥林匹克系列图书的第二本。全书共分十章，包括：高精度计算、字符串处理的技术与技巧、逻辑判断、随机模拟、数值处理、数据结构简介（线性表、队列、堆栈、链表、树、图）、简单的回溯、递归、分类、排列与组合、流程图等。

本书以典型例题为线索，介绍了程序设计的基本方法、数据结构、常用算法、编程技巧等。每道例题都配有问题分析、算法、流程图、程序清单、运行结果。

本书内容丰富、取材新颖、讲解由浅入深、文字通俗易懂，适合作为各级计算机奥林匹克学校或中学计算机课外小组活动的教材，同时也可供计算机教师和计算机爱好者参考。

新登字(京)159 号

信息学(计算机)奥林匹克
(中级本)

中级本编写组

责任编辑:郭佑民

*

北京大学出版社出版发行
(北京大学校内)

国防科工委印刷厂印刷
各地新华书店经售

*

787×1092 毫米 32 开本 10.1 印张 220 千字

1992 年 12 月第一版 1992 年 12 月第一次印刷

印数: 00 001—11 000 册

ISBN 7-301-01950-5/G·0129 定价:4.85 元

序 言

信息学奥林匹克是计算机知识在世界范围的青少年中普及的产物。1987 年，保加利亚的 Sendov 教授在联合国教科文组织第 24 届全体会议上，倡议举行国际信息学奥林匹克，定名为 International Olympiad in Informatics，简称 IOI。首届 IOI 于 1989 年 5 月在保加利亚首都索菲亚举行，13 个国家的 46 名青少年选手参赛，中国队的三名选手获三块铜牌，团体总分第二。IOI 90（第二届）于 1990 年 7 月在原苏联的明斯克举行。26 个国家的 104 名选手参赛，中国队的四名选手获一块金牌、两块银牌、一块铜牌，团体总分第二。IOI 91（第三届）于 1991 年 5 月在希腊首都雅典举行，23 个国家的 76 名选手参赛，中国队的三名选手获两块金牌、一块银牌，总分第一。IOI 92（第四届）于 1992 年 7 月在德国波恩举行，中国队的四名选手获三块金牌、一块银牌，以总分 785 分的优异成绩名列 45 个参赛队之首。

举办国际信息学奥林匹克的目的是：通过竞赛形式对有才华的青少年起到激励作用，促其能力得以发展；让青少年彼此建立联系，推动知识与经验的交流，促进合作与理解；宣传信息学这一新兴学科，给学校这一类课程增加动力，启发新的思路；建立教育工作者与专家档次上的国际联系，推进学术思想交流。

从学科国际奥林匹克来看，只有信息学奥林匹克，中国

是首届就派队参赛的，其中的一个重要原因是计算机在中国青少年中的普及受到党和政府的重视，得到了老师、家长和社会各界的支持。许多有识之士认识到“计算机的普及要从娃娃做起”的战略意义。科学技术是第一生产力，未来人才的全面素质，包括科学素养，是发展科学技术，增强综合国力的重要因素。计算机在青少年中的普及是多方面、分层次的，有课堂教学也有课外活动，竞赛也是其中的一种形式，在国内各区县、各省市所举行的竞赛的目的，说到底是为了推动普及，使学生开阔眼界，扩大知识面，了解计算机科学基本知识、应用领域、发展状况，培养逻辑思维、创造性思维，以及应用计算机解决实际问题的初步能力。要普及就要有教材，课堂教学要有课本，课外活动也要有辅导材料。为了推动计算机的普及，北京市计算机奥林匹克学校的几位热心而又有经验的老师集体编写了这套课外读物：《信息学（计算机）奥林匹克》，包括：初级本（适合于小学高年级和初中低年级学生）、中级本（适合于初中高年级和高中低年级学生）、高级本（适合于高中高年级学生）、LOGO 本（适合于学过 LOGO 语言的中、小学生）和习题集（包括各册中的习题和解答）。前三册供学过 BASIC 语言的同学选用。这套读物涉及计算机的典型算法和基本的数据结构知识，重在讲解编程解题的思路与技巧，有丰富的例题、习题和透彻的讲解，希望能使读者感到亲切喜读。这套读物由北京大学出版社出版发行，可供各地“信息学奥林匹克学校”选用。这里需要说明的是，计算机是实践性很强的学科，阅读教材应和上机实践密切结合才能真正学懂，学到手。另外，书上给出的方法也只是为了抛砖引玉。小读者中有许多

是善于独立思考的人，我们鼓励创造性的思维，希望你编写的程序更有效、更高明。

信息学竞赛是智力与计算机解题能力的竞赛。中国的青少年业已在世界大赛中显露出自己的才华，他们没有辜负党和人民的期望。社会主义祖国重视青少年的全面发展与科学素养的提高。中华民族有志气有能力自立于世界民族之林。作为教师，我们有责任自觉地将普及现代科技知识与中华民族光辉灿烂的未来联系起来。“精心育桃李，切望青胜蓝”是我们写这套书的初衷。

中国计算机学会普及委员会主任
国际信息学奥林匹克中国队总教练

吴文虎

1992 年 8 月于清华园

前 言

我国自 1978 年开始在中小学开设计算机选修课试验以来，经过十多年的努力，全国各地已有几百万中小學生接受了不同层次的计算机知识的教育。随着计算机教育不断地发展，以及世界各国对计算机教育的重视，国际信息学奥林匹克竞赛应运而生了。从 1989 年开始，我国已连续四届派出选手参加国际信息学奥林匹克竞赛，都载誉而归，显示了我国计算机教育的水平与实力。我国选手在国际大赛中的优异成绩，极大地鼓舞了广大青少年计算机爱好者。为了使广大的中小學生能够较为系统地学习程序设计的基本方法，了解信息学奥林匹克竞赛的内容与形式，我们组织力量编写了这套图书。

本书是信息学奥林匹克系列图书的第二本。全书共分十章，内容包括：高精度计算、字符串处理的技术与技巧、逻辑判断、随机模拟、数值处理、数据结构简介（线性表、队列、堆栈、链表、树、图）、简单的回溯、递归、分类、排列与组合、流程图等。

本书是在初级本的基础上进一步的提高、深化。各章均以典型例题为线索，介绍程序设计的基本方法，数据结构的基本知识、常用算法、编程技巧等。突出强调了算法在程序设计中的重要性，基本上作到每道例题都配有问题分析、算法设计、流程图、程序清单、运行结果等。

本书内容丰富、取材新颖，讲解由浅入深，文字通俗易懂，适合作为各级计算机奥林匹克学校或中学计算机课外小组活动的教材。同时也可供计算机教师和广大计算机爱好者参考。

参与本书写作的几位老师基本上都是从 1984 年就开始从事中学计算机课程教学工作的同志。他们中有国际信息学奥林匹克竞赛几位金牌得主的启蒙老师和教练，有全国青少年计算机程序设计竞赛北京市代表队的领队及教练，有北京市青少年计算机程序设计竞赛命题委员会的成员，有北京市计算机奥林匹克学校的任课教师。这几位教师都具有多年丰富的教学经验。几年来，他们在辅导青少年参加程序设计竞赛，培养优秀的计算机后备人才方面都作出过积极的贡献。

本书的作者们在平日的教学过程中，搜集、整理了大量的程序设计的题目，同时又从近年来国内外各种青少年计算机程序设计竞赛题目中精心挑选出部分题目，汇集成册，分门别类地向读者介绍。本书的重点放在编程思路的分析上。书中每一章的后面还配有一定数量的习题供读者练习。通过阅读此书，可以学习程序设计的基本方法，提高编程技巧及用计算机分析问题、解决问题的能力。书中的大部分内容都曾以专题讲座的形式在北京市计算机奥林匹克学校中进行过教学实验，深受奥校学员的欢迎。

参加本书编写工作的有：陈星火：第一章、第六章、第七章，范俊堂：第一章，第二章，霍元斌：第三章、第四章，周爱民：第五章，庄燕文：第八章、第九章，赵志芳：第十章。全书最后由陈星火同志统稿。

由于编写时间仓促且作者水平有限，难免有错误或不妥之处，敬请读者多提宝贵意见。

陈星火

1992 年 8 月于北京师范大学英东楼

目 录

第一章 高精度计算	(1)
§1 为什么要进行高精度计算	(1)
§2 高精度计算的基本方法	(2)
§3 高精度计算的算法与实例	(4)
§4 高精度计算方法的改进	(21)
习题一	(27)
第二章 字符串处理的技术与技巧	(29)
§1 字符串的编辑处理	(29)
§2 应用举例	(34)
习题二	(53)
第三章 逻辑判断	(59)
§1 基本概念	(59)
§2 逻辑判断与推理	(62)
习题三	(90)
第四章 随机模拟	(94)
§1 基本概念	(94)
§2 随机模拟	(104)
§3 概率问题	(119)
习题四	(136)
第五章 数值处理	(138)
§1 一般数值计算	(138)
§2 数学问题的证明	(141)
§3 多项式的计算	(142)
§4 趣味数学游戏	(146)

§5 万年历问题	(149)
习题五	(152)

第一章 高精度计算

§ 1 为什么要进行高精度计算

由于计算机具有运算速度快，计算精度高的特点，许多过去由人来完成的烦琐、复杂的数学计算，现在都可以由计算机来代替，人可以从计算中解放出来，做更具有创造性的工作。

利用计算机进行数值计算，遇到的一个重要问题就是计算精度问题。有些对数字计算和大数字感兴趣的人总希望得到几十位、几百位甚至上千万位的精确数字。据说有两位日本科学家用计算机求 π 值，已经计算到小数点后两亿多位，令人感叹。

计算机计算结果的精度，通常要受到计算机硬件环境的限制。例如，APPLE - 机是 8 位机，它最多只能显示输出 9 位有效数字，如果要计算的数字超过 9 位，计算机将按浮点形式输出；另一方面，计算机又有数的表示范围的限制，在一般的微型计算机上，实数的表示范围为 10^{38} 。例如，在计算 $N!$ 时，当 $N = 34$ 时计算结果就超过了这个范围，无法计算了。这是由计算机的硬件性质决定的，用户一般是无法改变的。但是，我们可以通过“软”的方式来解决这一困难，即通过程序设计的方法进行高精度计算。下面，将通过一些实例介绍用计算机进行高精度计算的方法。

§ 2 高精度计算的基本方法

在计算机上进行高精度计算，首先要处理好以下几个基本问题：

1. 数据的接收与存储
2. 计算结果位数的确定
3. 进位处理
4. 借位处理
5. 商与余数的求法

下面，我们将逐一加以介绍。

一、数据的接收与存储

要在计算机上进行高精度计算，首先要求有精确的输入，即计算机要精确地接收并存储数据。

1. 当输入的数值在计算机允许的显示精度范围内时，可用数值型变量接收数据。

2. 当输入的数值超过计算机允许的显示精度范围时，一般采用字符串变量接收数据，然后用测长函数确定其位数。具体方法是：

```
INPUT A$
```

```
L = LEN(A$)
```

3. 分离各位数字

(1) 数值型变量的分离

确定位数： $L = \text{INT}(\text{LOG}(A) / \text{LOG}(10)) + 1$ ，定义数组 $A(L)$ 。

对 $I = 1$ 到 L , 重复下列操作:

$X = A - \text{INT}(A/10) * 10$ X 为变量 A 中的最低位字。

$A = \text{INT}(A/10)$ $A(I) = X$ 将变量 A 中十位以上的数再送回到变量 A 中。

(2) 字符型变量的分离:

设 $A\$$ 为原始数据, 则:

测长度, $L = \text{LEN}(A\$)$, 定义数组 $A(L)$ 。

对 $I = 1$ 到 L , 重复下列操作:

$D\$ = \text{MID\$}(A\$, L + 1 - I, 1)$ $D\$$ 为 $A\$$ 从右往左第 $L + 1 - I$ 位的字符。

$X = \text{VAL}(D\$)$ $A(I) = X$ X 为对应的数值。

二、计算结果位数的确定

1. 两数之和与两数之差的位数为较大的数的位数加 1。
2. 乘积的位数最大为两个因子的位数之和。
3. 阶乘和乘方的位数可采用对数运算来确定计算结果的位数。
4. 对于除法, 按较大数的位数确定结果的存储空间。

三、进位处理

1. 加法进位: $A(I) = A(I) + B(I)$, 若 $A(I) > 10$, 则 $A(I) = A(I) - 10$, $A(I + 1) = A(I + 1) + 1$

2. 乘法进位: $Y = A(I) * B(I) + C$; $C = \text{INT}(Y/10)$; $A(I) = Y - C * 10$

四、减法借位的处理

1. 若 $A(I) < B(I)$, 则 $A(I+1) = A(I+1) - 1$ $A(I) = A(I) + 10$

2. $A(I) = A(I) - B(I)$

五、商与余数的求法

设 A , B 分别为不大于 9 位数的整数, 则:

$C = \text{INT}(A/B)$ 为商的整数部分。

$X = A - C \times B$ 为余数。

§ 3 高精度计算的算法与实例

【例 1】 高精度加法

问题分析:

设要参与加法运算的两个数分别为 X , Y 。 $N = \text{MAX}(X \text{ 的位数}, Y \text{ 的位数})$ 。

将 X , Y 分别存放在数组 A 与数组 B 中, 最低位 (个位数) 放在第一个单元内, 由低位到高位连续存放。第 $N+1$ 个单元是准备用来存放加法进位的。

例如, 当 $A = 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6$, $B = 1\ 3\ 5\ 7\ 9\ 2\ 4\ 6\ 8$ 时,
则 $N = 9$,

此时, (1)到 $A(9)$ 的值分别为 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, 0, 0。

$B(1)$ 到 $B(9)$ 的值分别为 8, 6, 4, 2, 9, 7, 5, 3, 1。

两数相加时，从低位到高位，各位数字分别相加，若某一单元中的数值大于 10，则将该单元中的数值减去 10，并将下一单元的数值加 1。

算法：

对 $I = 1$ 到 N ，重复下列步骤：

(1) $A(I) = A(I) + B(I)$

(2) 若 $A(I) > 10$ ，则 $A(I) = A(I) - 10$ ； $A(I + 1) = A(I + 1) + 1$ ，其结果放在数组 A 中。

程序清单及运行结果：

```
10  N = 9
20  DIM A(N + 1), B(N + 1)
30  FOR I = 1 TO N
40  READ A(I): NEXT I
50  FOR I = 1 TO N
60  READ B(I): NEXT I
70  FOR I = 1 TO N
80  A(I) = A(I) + B(I)
90  IF A(I) < 10 THEN 110
100 A(I) = A(I) - 10: A(I + 1) = A(I + 1) + 1
110 NEXT I
120 FOR I = N + 1 TO 1 STEP - 1
130 IF A(N + 1) = 0 AND I = N + 1 THEN 150
140 PRINT A(I);
150 NEXT I
160 END
170 DATA 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, 0, 0
```

180 DATA 8, 6, 4, 2, 9, 7, 5, 3, 1

RUN

135915924

【例 2】 高精度减法

问题分析：

设要参与减法运算的两个数分别为 X，Y（被减数为 X，减数为 Y）。

$N = \text{MAX} (X \text{ 的位数}, Y \text{ 的位数})$ 。数组最大下标为 $N + 1$ 。

数据的存放方式与加法的存放方式相同，作减法运算之前，先不判断被减数与减数的大小，若计算结果的最高位为负数时，则表示减数大于被减数。考虑到通常做算术竖式计算时，根据被减数与减数相应位的大小来判断是否借位，处理借位后再进行相减。

算法：

对 $I = 1$ 到 N ，重复下列步骤：

(1) 若 $A(I) < B(I)$ ，则 $A(I + 1) = A(I + 1) - 1$ ； $A(I) = A(I) + 10$

(2) $A(I) = A(I) - B(I)$

在减法的情况下，若其结果 $A(N + 1) = -1$ ，则表示减数大于被减数，结果为负数。

程序清单及运行结果：

10 READ A,B

20 LA = INT(LOG(A)/ LOG(10)) + 1

30 LB = INT(LOG(B)/ LOG(10)) + 1

40 N = LA: IF LB > LA THEN N = LB