



首都师范大学
教育硕士学位
论文选集 (下)

新思维

新理念

新教育



NEW THINKING
NEW THEORY
NEW EDUCATION



首都师范大学出版社

CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

新思维 新理

首都师范大学教育硕士

首都师



学科教学 · 数学篇

学科教学 · 数学篇

中学数学教学中培养 学生的数学直觉思维能力

陈爱华

作者简介

陈爱华，女，1972年2月出生，汉族，中共党员，现北京市育英学校数学教师，中学一级教师。1994年毕业于首都师范大学数学系，2002年通过大学英语国家六级考试，2003年获首都师范大学教育硕士学位，2004年取得英语口语六级证书。撰写了大量教学论文，多次获奖，并参与了《五点双测(数学)》《高中数学基础知识》《高中数理化公式》及《北京新干线学校高考辅导丛书(数学)》部分章节的编写。

第一章 问题的提出

1.1 研究的背景及意义

1.1.1 培养学生数学直觉思维是数学教育发展的需要

近半个世纪以来国际上对数学教育十分重视，数学教育的研究正发生巨大的变化，我国的数学教育研究已有相当的基础，涌现了一批优秀的数学教师并取得了杰出的数学教育成绩。

在数学奥林匹克竞赛中的中国学生所取得的优异成绩世所公认，但是，著名数学教育家张奠宙教授却在肯定成绩的同时，提醒人们注意“高分下隐伏着危机”。多数学生只知道按照教师教的解题模式解决问题，缺乏发现问题的能力和创造性。现代社会在不断向信息化的方向发展，信息总是以某种科学方式存在，无论何种科学方式，其中总包含某些数学因素和数学问题。所以，今天的社会发展向数学教育提出了比以往更切实的要求：未来的公民必须会用数学，必须具备一定的发现和解决一些非常规或富于变化的数学问题的能力。面临着 21 世纪新形势下信息社会和知识经济的挑战，江泽民同志多次指出：创新是一个民族进步的灵魂，是国家兴旺发达的不竭动力。于是，如何激发和培养学生的创新精神和实践能力，成为了思维能力培养的核心课题。

在中学数学教学中，我们应该通过基本知识与基本技能的教学，重视对学生能力的培养，其核心在于帮助学生学会数学地思维、数学地观察世界和处理问题，重视培养学生的数学思维能力，培养学生的创造力。要培养学生的创造力就必须培养学生的直觉力。数学直觉思维对数学创造性思维有着特殊的意义，它是数学思维的重要内容之一，直觉思维的训练对培养数学思维能力和创造能力、提高数学素养有着重要的作用。正如布鲁纳所说：直觉思维、预感是正式的学术学科和日常生活中创造性思维的被忽视而又重要的特征。机灵的预测、丰富的假设和大脑迅速地做出试验性结论，这是从事任何一项工作的思想家极其珍贵的财富，而学校的任务就是引导学生掌握这种财富。所以数学教育需要对数学直觉思维进行研究。培养数学直觉思维能力有助于培养学生的创新精神和应用意识。

与“直感”有着本质的不同。一个小孩子虽然没学过“相似形”，却能毫不费劲地认出桌子上的小地图与墙上的大地图都是中国地图，这是直感而不是直觉。钱学森教授认为“直感是显意识，而灵感是潜意识。”

有关数学思维能力结构的研究表明：数学思维能力结构并不是诸多构成因素的简单组合和堆积，而是在各因素之间有着各种不同的但却相对稳定的关系，它是一个具有整体性和层次性特点的系统结构。

数学思维能力的—个塔式结构图

高层次	直觉思维能力 迁移概括能力 运用思维块能力
中层次	数学转换能力 数学推理能力 识别模式的能力 发现相似性能力 形成数学通则通法的概括能力 数学变式能力
基层次	发现属性能力 发现关系能力 形成数学概念的概括能力

从数学思维能力的塔式结构图，我们可以看出直觉思维能力是较高层次的能力。我们对数学直觉思维的研究才刚刚起步，尚缺少科学的理论。为了完善数学思维的研究，我们有必要进一步研究数学直觉思维。

1.1.3 培养学生数学直觉思维是高考的要求

历年来高考数学着重考查“运算能力，思维能力，空间想像能力，分析问题和解决问题能力”，近几年在思维能力考查中增加了数学直觉思维能力，为四大数学能力赋予了新的内涵。逻辑思维在数学中经常占据着主导地位，而直觉思维又是思维中最活跃、最积极、最具有创造性的成分。在高考命题中很自然地要对直觉思维进行考查，选择题、填空题和解答題都从不同程度考查学生的思维能力，而选择题、填空题的題型对考查学生的直

模模糊糊，很不完整。二是，没有完备的模式，没有明确的解决问题的办法。”学生的这个时期正是对他们进行直觉思维能力培养的契机期，应根据具体情况培养学生直觉意识和直觉思维的方法，让他们体验利用直觉思维成功地解决问题的乐趣，从而激发他们学习数学的兴趣。当然也应加强对逻辑思维能力的训练，并尝试用逻辑思维去指导直觉活动。

现代脑生理学的研究表明，人脑左半球主要具有言语、分析、逻辑、算术、抽象思维的功能；右半球主要具有非言语、综合、直观、音乐、几何图形识别和形象思维的功能。现代科学研究发现，大脑两半球既有分工，又能通过联络相互作用，共同进行思维。而直觉思维既具有抽象的性质，又具有形象的特征，因而直觉思维的生理基础是左右两半球的交互联结。现代数学教学中强调逻辑思维能力的培养是完全正确的，但不应该仅此止步，而不以此为基础，抓住时机发展学生的直觉思维能力，只片面地过度利用左半脑，对整个大脑的功能发挥是一种浪费。所以，培养学生的直觉思维能力有助于学生的右脑开发，充分发掘和利用左右大脑的不同思维功能，使学生的左右大脑的功能都得到全面的锻炼和提高。

1.2 有关数学直觉思维的资料综述

1.2.1 数学直觉思维的特征

田运主编的《思维辞典》认为，直觉思维的特点在于它的敏锐性、瞬间性、洞察性和不确定性。

周义澄在《科学创造与直觉》中说：从思维的本质特征来看，从直觉思维作为人类思维的一种基本方式同其他思维方式(如逻辑思维、形象思维)的比较和区别来看，我们认为直觉思维有三个方面的基本特征，这就是非逻辑性、“智力图像”性、思维过程的中断性。

曹才翰教授在《中学数学教学概论》中指出，数学直觉思维就相应地具有潜逻辑性和无意识性。这两个特征也是它的最基本的特征。

郑隆忻教授主编的《数学思维与数学方法论》认为，数学中直觉思维有以下几个特点：*a.* 具有直接性；*b.* 以经验为基础，并在经验基础上产生；*c.* 是瞬间的推断，逻辑程序的高度简缩；*d.* 是综合的、具有整体性的特点。

任樟辉著《数学思维论》认为，直觉具有下列特征：*a.* 经验性；*b.* 迅速性；*c.* 跳跃性。

傅敏、张维忠、杨勇、王仲春所著《数学教育研究新论》中，分析了在中学数学教育中强化数学直觉思维的意义之后，指出四条强化途径：*a.* 使学生理解和掌握数学的基本知识与基本方法，是培养数学直觉思维的基础；*b.* 加强数学基本量观点的教育，是培养直觉思维的一个重要而又基本的要求；*c.* 努力丰富学生的想像力；*d.* 重视数学审美教育，激发学生对数学美的追求。

付海伦曾在《数学通报》撰文《应重视培养学生的数学直觉思维意识》，提出了三条意见：*a.* 提供丰富的背景材料，恰当设置教学情境，促使学生作整体思考；*b.* 寻找和发现数学材料的内在联系，进行直觉想像和联想，产生直觉判断；*c.* 鼓励学生进行数学猜想。

沈翔在《数学教育学报》撰文《略谈数学直觉思维的发生及其能力形成》，认为直觉思维培养的主要途径与方法有六条：*a.* 结合适当的数学材料训练数学直感，并以此作为形成数学直觉思维能力的一种基础；*b.* 提倡猜想，因为猜想更少地依赖于客观事实，而更多地掺有主观成分；*c.* 帮助学生建构处于具体形象和概念抽象中间的智力图像，以利于发展模糊性估量和对数学对象的整体性把握；*d.* 提倡对实用推理中逻辑步骤的不断简约，这应是培养直觉思维能力的普适途径；*e.* 用探索性问题的求解，来提高直觉思维能力；*f.* 对数学美不仅仅停留在欣赏层次上，而且要使之潜移默化式地内化，成为主体直觉思维能力的有机成分。

邓鹤年、王玉启、张维升、王秋海、王宪昌编著的《数学思维方法》介绍了培养直觉思维的六个方法：*a.* 脑风暴方法；*b.* 追捕热线法；*c.* 寻求诱因法；*d.* 西托梦境法；*e.* 发散思维法；*f.* 跟踪记录法。

刘振武教授在《数学发现与论》中介绍了灵感发生的五条基本原理，可以认为也是直觉

第二章 数学直觉思维概述

2.1 数学直觉思维的初步认识

中学数学在揭示客观事物量与形式及其关系时，严格的逻辑推理起着突出的作用。教材是按照逻辑顺序来组织的，教师是按照逻辑规则来讲授的，学生也是按照逻辑要求来练习的。这对培养和发展学生的逻辑思维能力是非常有利的。然而，在数学结论的天才发现与数学方法的策略创造中，不仅有显露的、可证实的逻辑推理，而且还有大量的潜逻辑的、潜意识的思维活动，其中不乏直觉猜想、直觉预见和直觉顿悟。“数学王子”高斯反复强调，他的数学发现主要来自经验，“证明只是补行的手续”。“全能数学家”庞加莱说：“逻辑用于论证，直觉用于发明。”笛卡儿坦言：“逻辑不过是把已经明白的东西告诉人们而已。”数学家波利亚说：“直观的洞察可能远远超前于形式逻辑的证明。”

数学直觉思维是人脑对数学对象、结构及其规律关系的迅速识别、敏锐洞察、直接判断和总体把握，是显意识与潜意识相互作用的产物。它是人们在求解问题时，以一定的知识、经验、技能为基础，通过一定的观察、联想、类比、归纳、猜测等方法，从整体上对所研究的问题提出大胆的猜想，合理的假设，并做出试探性的结论。

数学直觉思维、形象思维和逻辑思维是数学思维的三种基本思维方式。三者有着本质的不同，具有不同的形式，发挥不同的作用，但是，三者之间又有着深刻的内在关系，相互联系，相互转化，在数学实际思维过程中，互相配合，共同发挥作用。以下我们从直觉思维与逻辑思维的比较、直觉思维与形象思维的比较来把握数学直觉思维。

2.1.1 数学直觉思维与逻辑思维

思维形式	逻辑思维	直觉思维
典型方式	演绎、完全归纳	顿悟、灵感
思维过程	<ol style="list-style-type: none"> 1. 遵循逻辑法则 2. 以渐近方式展开 3. 有清晰完整的思维过程 4. 结论具有滞后性 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 不遵循逻辑规则 2. 以跃进方式展开 3. 思维过程不清晰，有时成为瞬时判断 4. 结论具有超前性
思维素质	<ol style="list-style-type: none"> 1. 条理性 2. 论证性 3. 精确性 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 灵活性 2. 敏捷性 3. 创造性
思维产品	<ol style="list-style-type: none"> 1. 概念 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 形象

续表

思维形式	逻辑思维	直觉思维
主要作用	<ol style="list-style-type: none"> 1. 论证 2. 思维的深入展开 3. 问题的具体解决 4. 表达交流 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 提出问题 2. 思维的启动 3. 问题概略解决 4. 互相触发

逻辑思维是指按照逻辑的规律、方法和形式，有步骤、有根据地从已知的知识和条件推导出新结论的思维。逻辑思维以理解力占主导地位，它的判断以概念为基础，主要推理方法是逻辑推理；而直觉思维是以想像力占主导地位，它的判断以直觉为基础，主要推理方法是非逻辑推理。

逻辑思维是直觉思维的基础。没有漫长而且有耐心的演绎推理，就没有丰富的直觉。数学家庞加莱在分析了他自己在无意识状态下的数学发现案例后说：“这些突如其来的灵感只有在有意识努力工作了若干天之后才会出现，尽管这些努力好像毫无成果”，但“它们驱动着无意识的机器，没有它们，无意识的机器就不会运转，也不会产生出任何东西。”

逻辑思维还是检验和表述直觉思维的手段。数学直觉思维是通过人脑右半球进行的“无词思维”，其结果往往“只能意会，不能言传，”只有把这种直觉信息传递到左半脑，转换为逻辑语言信息，用语言、文字、公式等表述出来，才能交流。所以说“直觉是发现的工具，逻辑是证明的工具。”

直觉思维是逻辑思维的向导。数学思维活动展开伊始，首先必须围绕面临的问题作一

自然而然形成的，具有很强的潜意识性。相对于形象思维，直觉思维的过程更迅捷更直接，思维的结果或然性更大。

数学直觉思维常常与形象思维相联系。数学直觉认识结构是以数学知识经验为基础的，而数学知识经验往往又是主体的逻辑思维和形象思维的结果，所以数学直觉以形象思维为基础，其产生离不开图形或式子的形象启发，形象思维是直觉思维展开的凭借物；同时，在进行形象思维的过程中，也常常借助于直觉思维。无论是发现形象思维的起点，还是选择想像的途径，都离不开数学直觉思维的引导作用。

思维形式	形象思维	直觉思维
典型方式	借助于形象的想像、联想	顿悟、灵感
思维过程	<ol style="list-style-type: none"> 1. 有时遵循逻辑规则，有时不遵循 2. 从事物的感性整体着眼 3. 多回路、跳跃的过程 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 不遵循逻辑规则 2. 以跃进方式展开 3. 思维过程不清晰，有时成为瞬时判断
思维素质	<ol style="list-style-type: none"> 1. 活跃性 2. 形象性 3. 概括性 4. 延展性 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 灵活性 2. 敏捷性 3. 创造性
思维产品	<ol style="list-style-type: none"> 1. 形象 2. 联想 3. 丰富数学知识体系 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 形象 2. 猜想 3. 数学问题体系
主要作用	<ol style="list-style-type: none"> 1. 有助于理解和应用抽象的数学知识 2. 为数学解题提供一定的思路和方法 3. 是创造活动和数学之间的重要连杆 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 提出问题 2. 思维的启动 3. 问题的概略解决 4. 互相触发

数学思维的三种基本思维方式中，数学逻辑思维是按一定次序一步步地进行推理的，是线型的思维方法；数学形象思维是多回路、跳跃的，没有什么固定的模式与规律，是面型运动的。数学直觉思维则具有高度敏捷、迅速、非逻辑性、非线性的特点。

2.2 数学直觉思维的特征

2.2.1 从认识的发生看——经验性和整体性

爱因斯坦曾指出“科学原理虽以直接经验为基础，但原理的发现并没有逻辑的道路，只有那种以经验的共鸣的理解为基础的直觉”，这个见解非常深刻。解决新问题时，不是分解它的条件和结论，采取各个击破的方法，而是运用数学直觉思维对问题进行分解，迅速与有关知识组块进行联结，从整体上对数学问题进行观察、分析和处理，并整合成对问题的整体综合判断，对事物整体洞察，全局把握条件和结论间的联系，摆脱局部细节中难以弄清的复杂的计算与繁琐的讨论，使问题变得熟悉、简洁，得出解决问题的方向或途径。知识组块是在知识经验的基础上形成的，是经验的积累和升华。直觉不断地组合老经验、形成新经验，从而不断提高直觉水平。同样在科学研究中，人们所面临的对象一般总表现为一个系统，直觉考察的特点是暂不注意对象系统的某些构成元素的分析，而是重视元素之间的联系、系统的整体结构，从整体上把握研究的内容与方向。

[例 1] 对 32541 这个五位数，能否改变各个数字的位置，把它变为一个质数？

许多学生的做法是先排除个位数是 2、4、5 的情况，再逐一考查剩下的 48 种情形，用筛选法解决。但直觉力较强的学生，会从整体上把五个数字考察一番，由 $3+2+5+4+1=15$ ，便一眼看出答案。

科学中表明，许多科学家都习惯于对他的有关课题作战略性的审视。这种从整体上把

体性。令 $b = \sin B$, $c = \sin C$, $a = \sin A$, 则所证式变为 $b^2 + c^2 - 2abc \cos A = a^2$.

2.2.2 从认识的层次看——潜逻辑性和潜意识性

数学直觉的产生是不能用形式逻辑的推演解释清楚的。在解题过程中,人们的最初认识同正确思路之间难免有不同程度的差距,需要经过若干次带有很大偶然性的相互作用才能彼此相符。它常常是在主体“意识不到、不能控制、无法解释”的情况下产生的,表现为不遵循逻辑规则,没有受到显意识的控制。数学直觉思维的潜逻辑性和潜意识性主要表现在(1)直接性——思维主体直接获得某个认识而不通过一步步逻辑的中介;(2)自发性——思维主体在从事思维活动时,头脑中储存了大量信息,有些信息可能未被意识到,当主体经过长时间苦心思索却找不到思路时,突然产生灵感,潜意识与显意识接通,数学直觉就在这种潜意识下产生了。当然,直觉的自发性要同逻辑思维自觉性相配合,才能在潜意识中取得突破,获得灵感。

[例 4] 1616 年的冬天,严寒侵袭着多瑙河。在河畔的军营中,笛卡尔终日在深思,他正在寻找“一种不可思议的科学基础”。11 月 10 日,他在一间狭小的房子里围着火炉一边烤火,一边思索。突然,长期酝酿中的方法,像闪电般闪进他的脑海,这使他久久不能平静,晚上连做噩梦。笛卡尔自己写到:“第二天,我开始懂得这惊人发现的基本原理了。”这惊人的发现就是把数学中对应着的两个研究对象“形”和“数”统一起来,并且引入变量的概念。这时,数学中一项划时代的创举——解析几何诞生了。

代数方程是大脑左半球的结构原型,几何曲线是大脑右半球的特有产物,笛卡尔创立解析几何的灵感正是左右脑半球的辉煌结合。

2.2.3 从认识的过程看——瞬时性和跳跃性

的?”他说：“你看， $a + \frac{1}{a} = b + \frac{1}{b} = c + \frac{1}{c}$ 这个结构特点，倒数关系、对称性，很容易想到一个反例。”是的，周教授之所以能很容易地解出这道题，是因为他本身的知识经验很丰富，同时他的数学直觉思维能力也很强。这个例子不仅仅反映了数学直觉思维的瞬时性和跳跃性，还反映了数学直觉的经验性和整体性。

2.2.4 从认识的结果看——超前性和或然性

数学直觉思维具有反常规的创造性，具有突破传统思路的开拓性，很多卓越的发明都来自直觉。直觉思维的结果具有超前性。正因为这样，人们常说“直觉用于发现”，直觉成为提出问题和发现问题的重要工具。科学发现的道路首先是直觉的而不是逻辑的。数学直觉结果又具有或然性。直觉判断的结果不一定都正确，这是由于组块本身及其联结存在模糊性所致，直觉所依据的毕竟只是事实链条中的少数几个环节。直觉思维的结果大多是由特殊到一般或由特殊到特殊的推理方式得出的，其真伪有待于用逻辑手段加以证实。

[例7] 证明素数有无限个。

证明：假设素数只有有限个，记为 p_1, p_2, \dots, p_n ，现作一个自然数

$$p = p_1 p_2 \cdots p_n + 1,$$

我们来证明 p 不是合数。若不然，存在 p 的素因数 $p_k > 1$ 。因为素数只有有限个，所以 p_k 必是 p_1, p_2, \dots, p_n 中的某一个，有

$$p_k \mid p, p_k \mid p_1 p_2 \cdots p_n.$$

这就得出 $p_k \mid 1 = p - p_1 p_2 \cdots p_n$ 。

这一矛盾说明 p 不是合数，且大于 1，故应是素数，且大于所有的 p_1, p_2, \dots, p_n 。这就与素数只有有限个 p_1, p_2, \dots, p_n 矛盾。所以素数有无限个。

由这个证明，我们得出一个直觉猜想：若 p_1, p_2, \dots, p_n 为素数，则 $p_1 p_2 \cdots p_n + 1$ 也为素数。验证开头几个素数，有

$$2 \cdot 3 + 1 = 7 \text{ 为素数；}$$

$$2 \cdot 3 \cdot 5 + 1 = 31 \text{ 为素数；}$$

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 + 1 = 211 \text{ 为素数；}$$

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 + 1 = 2311 \text{ 为素数。}$$

看来，猜想是合理的，但是

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 + 1 = 30031 = 59 \cdot 509 \text{ 不是素数，直觉猜想错了。}$$

(4)按直觉思维过程的表现与内容划分：直觉判别、洞察和猜测。

(5)按抽象出数学概念的客观原型划分：几何直觉、类几何直觉、数学直觉和思维图像直觉。

这些看法都基于对直觉思维本质的不同认识，以及从不同角度与途径对数学直觉思维的探讨与研究。

2.3.2 数学直觉思维的作用

数学直觉思维不仅在理解数学和发展数学中有着重要的作用，而且在数学教育中对提高学生解决问题的能力和创造性思维水平也有重要的作用。

(1) 数学直觉思维在理解数学和发展数学中的作用

数学直觉思维是数学创造活动酝酿与发现阶段的催化剂与重要工具。由经验材料到发现普遍原理，不是依靠一步步的逻辑推理得来的，而是依靠直觉去猜想得到的。数学直觉思维可以帮助数学家思考问题、解决问题，有助于获得对数学研究工作的洞察力，帮助数学家做出创造性预见，启发引导出新的想法，从而为证明猜想给出途径。

数学直觉思维有助于数学理论的确立。有时某些新的数学理论处于模糊萌芽状态，使人们看不清它的面貌，数学直觉往往可以为人们擦亮眼睛，看清数学新的生长点，使人们积极为之培育，于是胚芽破土而出，茁壮成长。数学直觉思维又是获得数学理论程式的原动力，能够提供生动活泼的启示，使数学思维艺术化，升华到理性认识上，把数学概念、理论组织在逻辑的链条体系之中，丰富数学理论。

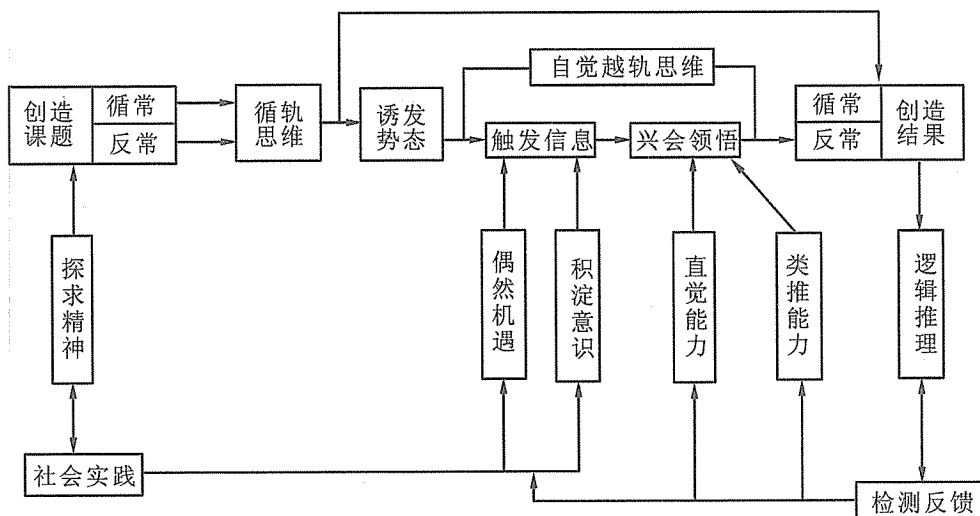
(2) 数学直觉思维对提高学生能力和创造力的重要作用

数学直觉思维可以帮助学生进行选择。法国数学家庞加莱说：“所谓发明，实际上就是鉴别，简单说来，也就是选择。”在大量事实提供的各种可能性中间做出选择，特别是在各种可能性很难分清优劣的情况下做出选择，单靠运用逻辑思维很难完成，这就要依靠数学直觉，从许多可能方案中迅速地做出抉择，提高创造能力。

第三章 数学直觉思维的培养与发展

数学界普遍认为数学直觉思维是可以培养的，潜意识可以通过显意识的各种活动对它施加影响，从而间接地改变潜意识思维，使其向有利于创造性学习的方向发展。徐利治教授明确指出：“数学直觉是可以后天培养的。”郑毓信教授认为：“直觉是数学学习的重要

型状态同样是显意识与潜意识活动相结合的产物。激发学生的灵感，可以有效地培养学生的数学直觉思维能力。陶伯华、朱亚燕在《灵感学引论》中给出一个灵感激发系统的假说。



灵感是建立在社会实践的基础上的，创造者的主观世界对灵感激发系统的每一个环节都起着能动的作用，外部偶然机遇和内部积淀于显意识、潜意识各意识层次上的思想闪光都可以成为灵感产生的触发信息。要达到有效地培养学生数学直觉思维能力的目的，我们在数学教学过程中应当主动创造条件、自觉地运用灵感激发规律，实施激疑顿悟的启发教育，坚持以创造为目标的定向学习，特别要注意对灵感的理性分析以及联想和猜想能力的训练。

要培养学生的直觉思维能力和创造能力，最重要的一点是教师本身的影响。波利亚认为，学生应该在教师的指导下，通过模仿和实践来学习，教师要鼓励学生创造，力争做出自己的第一个重要发现。因此，波利亚对教师的数学直觉能力寄予了更高的要求。他说，对一个没有亲身体会过某种创造性工作的教师，我们决不能期望他去启发、引导、帮助甚至鉴别他的学生的创造性活动。这就要求数学教师本身要具有雄厚的知识经验，不断进取

布鲁纳说过，“通常，直觉思维基于对该领域的基础及其结构的了解，正是这一点才使得一个人能以飞跃、迅速越级和放过个别细节的方式进行直觉思维。”为此，在中学数学教学中，我们要让学生有扎实的基本功，使学生理解和掌握数学的基本知识与基本方法，抓住知识的内在的本质联系，以基本要领和基本命题为核心，以数学思想方法为主线，融会贯通地掌握学过的数学知识；同时，要引导学生参加课外活动、兴趣小组、数学竞赛，让学生拓宽视野，增长知识，积累经验。

“学数学要做题，但是并不等于做题”。数学教学中应注意把数学知识所揭示的本质规律提炼、概括到方法的高度，这样既有助于学生对数学知识和方法的理解与掌握，也为数学直觉思维的产生打下了牢固的基础。

【例 8】（齐智华老师的亲身范例）如果四面体的每一个面都不是等腰三角形，那么其长度不等的棱的条数最少为（ ）。

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

齐老师说：看到这个题之后，脑子里突然出现了这样一个四面体，三组对棱都相等，而每个面都不是等腰三角形，四个面全等。我在 1984 年的《数学教学》杂志上发表了一篇“构造空间辅助形”的文章，刚好研究了四面体和其外接六面体。我利用已有的知识、经验，利用旧资源，瞬间解决了这个问题。

3.1.2 培养学生的数学审美能力是促进数学直觉思维产生和发展的基本条件之一

数学家庞加莱认为：一个数学家必须具备对于数学美的感受力，凡是缺乏这种感受力的人不宜从事数学研究。阿达玛更认为：数学直觉本质上就是美的意识或美感，这种美感就是对数学事物间所存在着的一种和谐性关系以及和谐性秩序的直觉意识，因而，这种审美的能力越强，数学直觉能力也越强，从而数学发现与发明的能力也越强。

美的意识能唤起和支配数学直觉，纵观古今，数学上的许多发现和创举无论从宏观上还是微观上看无不遵循美的创造规律。古代哲学家、数学家普洛克拉斯(Proclus)早就断言：“哪里有数，哪里就有美。”数学是真善美的统一体。因此，对数学美的追求在一定意义上就意味着对数学真理的追求。数学美是无穷的，无穷无尽的形式之美/数学的纯洁性。