

“十五”重点规划出版项目
国家基础教育课程改革系列丛书

走进新课程

——新课程的理论与实践

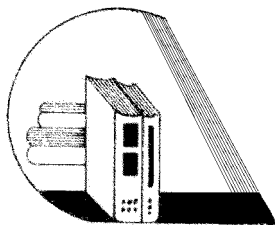
(第四辑)

高中部分

新课程与高中数学教学

(四)

北京师联教育科学研究所 编



學苑音像出版社

出版策划 北京山花子文化发展有限公司

责任编辑 王 军

封面设计 师联平面工作室

走进新课程

——新课程的理论与实践

(第四辑)

高中部分

新课程与高中数学教学(四)

北京师联教育科学研究所 编

学苑音像出版社出版发行



印刷厂印刷

学苑音像出版社

开本 32开 印张 16 字数 320千字

学苑音像出版社

本书配碟发行全 1册 32.00元(册均 32.00元 不含碟)

本书如有印刷、装订错误,请与本社联系调换

《走进新课程》

——新课程的理论与实践

大型文献丛书

出版说明

自 1995 年 8 月 1 日教育部颁发《基础教育课程改革纲要》以来，在全国范围内展开了建国以来最大规模和最深入、最具创造性的课程改革实验，涉及到了课程标准研制、课程设置、教学大纲的彻底改革、教师的整体培训、教材体系的重新确立、新教材的重新编写和审定、课堂教学方法体系的改革，教学评价观点和标准的重新研制及确认等一系列事关学校教育的根本问题，实验区逐渐扩大到全国各地，新课程改革已成大势所趋，对每个教师来说，是否适应新的课程改革要求，已成为事关教师从业状态的根本问题。按照教育部的部署和安排，在 1995—1996 年度要在全中国统一实行新的课程标准和教学要求。

为了配合基础教育改革的实施，推进新课程的教师培训和中小学教师继续教育工作的开展，我们特别组织了国内参与基础教育课程改革的基础理论研究、课程标准设计、实验教材编写和审定、新课程大实验区的示范学校的核心专家和一线教师编写了本套大型文献丛书。

本套丛书共分四辑：

第一辑《通识部分》，主要阐释新课程改革的基础教育理论结构、观念、观点、范畴、思想方法、基础和理论来源，新课程改革的基本原则和实施办法，世界课程改革与中国基础教育课程改革以及新课程标准的研制方法和教师培训方法等，主要为教师参与和实行新课程

教学打好理论基础。适用于教育教学行政管理部门教学、科研部门、各级各类学校和各科教师学习(同时配套出版有《走进新课程教师培训》全集音像资料 灾瓶数十种已在各家电视台播出。)

第二辑《小学部分》主要是小学各科课程标准的基本内容摘要和简介,专家评析小学各科课程标准的结构内容、教学实施办法,一线教师为小学各科设计的经典示范课例,为实际教学提供参考,(同时配套出版有数百种各大实验区的优秀课堂实录 灾瓶可另索参考。)

第三辑《初中部分》主要是初中各科课程标准的基本内容摘要和简介,专家评析初中各科课程标准的结构内容、教学实施办法,一线教师为初中各科设计的经典示范课例,为实际教学提供参考,(同时配套出版有数百种各大实验区的优秀课堂实录 灾瓶可另索参考。)

第四辑《高中部分》主要是高中各科课程标准的基本内容摘要和简介,专家评析高中各科课程标准的结构内容、教学实施办法,一线教师为高中各科设计的经典示范课例,为实际教学提供参考,(同时配套出版有数百种各大实验区的优秀课堂实录 灾瓶可另索参考。)

本套大型文献丛书,集合全国教改精华,相信对实际的教学改革工作有直接的参考和借鉴作用。不足之处请及时指出,以便修改。

北京师联教育科学研究所

圆圆年 苑月

目 录



平行直线	(员)
两条异面直线所成的角和距离	(员)
异面直线上两点间距离	(圆)
直线和平面垂直的性质定理	(圆)
三垂线定理	(猿)
两个平面平行的性质	(濂)
面面平行判定定理	(濂)
二面角	(濂)
棱柱	(苑)
球	(愿)
锥体的体积	(愿)
棱锥、圆锥的体积	(愿)
两点间距离	(员)
直线方程的一般形式	(员)
直线方程	(员)
两条直线所成的角	(员)
点到直线的距离	(员)
充要条件	(员)

圆的标准方程和切线问题	(圆切)
椭圆及其标准方程	(圆切)
双曲线的几何性质	(圆切)
坐标平移	(圆切)

平 行 直 线

【教学目标】

了解公理 源的内容及其初步应用；

初步了解空间四边形概念的定义及其画法。

【教学重点和难点】

空间四边形是立体几何中很重要的一个概念,它与第二章中所讲的三棱锥、四面体这两个概念是相互联系、相互转化但是又有区别的三个不同的概念,所以使学生了解并掌握空间四边形的概念是本节课的重点,而掌握空间四边形的画法是它的难点。

【教学设计过程】

师 在平面几何我们讲过定理:平行于同一条直线的两直线平行。这定理在立体几何中还成立不成立?我们可先观察教室中与此有关的模型,再看一看用三根小棍所组成的模型。

生 这定理在立体几何中仍成立。

师 对,这定理在立体几何中是可以证明的,但为了减少学习立体几何的难度,所以我们不再作为定理要去证明,而把它作为公理,这就是我们今天所要讲的公理 源(板书)

公理 源 平行于同一条直线的两条直线互相平行。

师:下面我们应用公理 源来判断下列两直线的位置关系。

在正方体  中。(如图 员

师 在正方体 粤悦阅原粤月悦阅 中, 相对两个面的对角线如 粤悦
 $\text{// 粤悦, 月悦 // 粤阅, 粤月 // 阅悦}$ 等, 今后在证有关题时可做结论来用,
 不要求再证明。

师：下面我们来看课本第 5 题页例。(抄题)

例 已知 四边形 $ABCD$ 是空间四边形(四个顶点不共面的四边形), E 分别是边 AB , CD 中点, F 分别是 AD , BC 上的点, 且 $EF \parallel AC$. 求证 四边形 $EFCD$ 是梯形。

师 括号内‘四个顶点不共面的四边形’就是空间四边形这个概念的定义。(同时拿出四根小棍组成首尾相连接的空间四边形的模型让学生观察)这就是空间四边形的模型。

师：对这空间四边形的模型，我们从各个不同的角度来观察，从什么位置的视角来画出空间四边形的直观图，才能使这直观图有较强的立体感。当我们从正面来看模型时，这时直观图是什么形状呢？上黑板上来画。

生：是这样的形状。(如图 1)

师：当我们从俯视这个视角来看这个模型，所画出的直观图又是什么样的形状呢？

生：可能是这样两种形状。(如图 2)

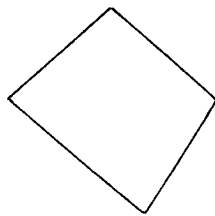
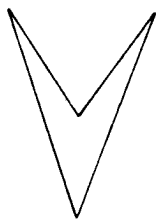
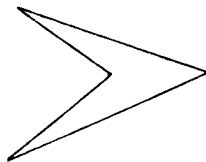


图 2



(1)

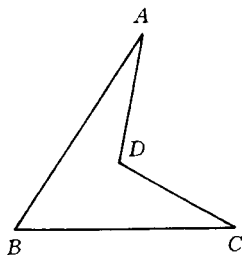


(2)

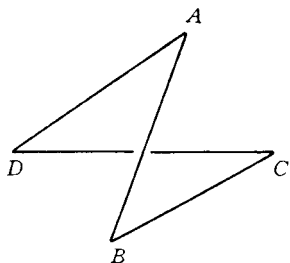
图 3

师：对。所以从正面这个视角和俯视这个视角来画空间四边形这个模型的直观图时，它们的立体感都不强。而当我们从正侧和后

侧这两个视角来画这空间四边形模型的直观图时,立体感才比较强。(如图 源



(1)



(2)

图 4

图(圖是高考试卷中出现过的空间四边形的直观图,对空间四边形的直观图的这两种不同视角所得出的两个不同的直观图相比较而言,立体感较强。一般来说,以后画空间四边形时,我们经常采用图(員所画的直观图。

对于最简单的一个空间四边形,由于视角的不同可以画出不同的直观图。关于这点我国宋代有名的诗人苏东坡在他一首哲理诗中就已经表述过。“横看成岭侧成峰,远近高低各不同。不识庐山真面目,只缘身在此山中。”所以今后在从立体模型画出它的直观图时,一定要注意选择好视角,选择好视角的标准就是所画出的直观图既富有立体感,又能表达出模型中各主要部分的位置关系和度量关系。

下面我们就以图 源的(員,(圖为基础把第 源页中的例题的条件在图中标出,并给予证明。(如图 源

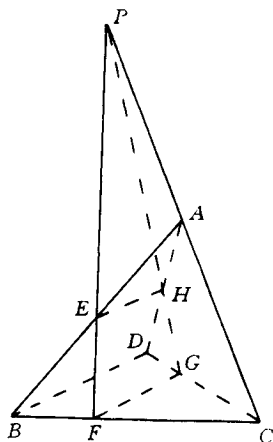
师 要证四边形 綳綳为梯形,就是要证什么呢?

生 要证 綳綳 $\parallel$ 綳綳且 綳綳 $\neq$ 綳綳

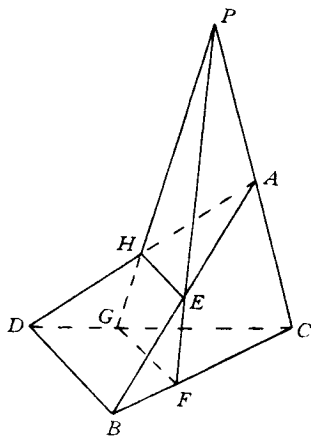
师 怎样证 綳綳 $\parallel$ 綳綳

生 连 綳綳

师 为什么想到连 EF ?



(1)



(2)

图 6

生 因为连 EF 后,空间四边形 $PEFC$ 就可以转化为有一公共边的两个三角形,即 $\triangle PEF$ 和 $\triangle EFC$

师 很好!连 EF 看起来很简单,但它的思想很重要,就是把所要解的立体几何问题转化归结为平面几何问题。这种把立体几何问题化归为平面几何问题是我们在解立体几何时最主要,最常用的一种方法,所以从今天起我们就要逐步理解、掌握这种化归方法。

连完 EF 后,我们又如何证明呢?

生 在 $\triangle PEF$ 中,因为 EF 是三角形的中位线,所以 $EF \parallel PC$ 。又因为在 $\triangle EFC$ 中,由平面几何可知 $EF \parallel PC$,所以 $EF \parallel PC$ 。由梯形的定义可知四边形 $PEFC$ 为梯形。

师 我们已经证明了这个例题。在证明这题的过程中我们要理解并掌握以下三点：

第一，空间四边形的概念；

第二，如何选择视角，画出有立体感的空间四边形的直观图；

第三，在解立体几何问题时，如何自觉地、有意识地把它化归为平面几何问题。

现在，我提出一个思考题。

在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ，所以当我们延长 AB 和 CD 后，它们一定相交，假设这交点为 P 。问 P 点在哪一条直线上？为什么？（这里也可以根据学生水平的情况，直接问 P 点和直线 AC 是什么样的关系？为什么？）（这时教师把 AB 和 CD 延长后的交点 P 画出来，让学生观察直观图）

生 P 点可能在直线 AC 上。

师 对。 P 点是在直线 AC 上，我们怎样证明呢？我们首先要想一想 P 点是如何产生的？

生 P 点是 AB 和 CD 延长后的交点，即 AB 和 CD 共线。

师 既然 AB 和 CD 共线，那么 we 可知 P 点在哪一条直线上？

生 P 在 AB 上。

师 AB 又在哪一个平面内？

生 AB 在平面 ABC 内。

师 所以 P 点一定在哪一个平面内？

生 P 在平面 ABC 内。

师 P 点又应该在哪一个平面内？

生 因为 CD 在平面 ADC 内，所以 P 在平面 ADC 内。

师 所以 P 点是平面 ABC 和平面 ADC 的公共点。两个平面的公共点应该在哪儿一条直线上？

生 根据公理 2 两个平面的公共点应该在这两个平面的交线上。平面 ABC 和平面 ADC 的交线是 AC ，所以 P 在 AC 上。

师：对，这种证明的方法比较特殊，实际是应用了元素与集合、集合与集合之间关系来证明的。这种证明方法具有一般性，即要证一个点在一条直线上，只要证这个点是某两个平面的公共点，而这条直线是这两个平面的交线即可，因为由公理 3 保证两个平面的公共点一定在一条直线上。同样，当我们要证三点共线时，我们只要证明这三个点都是某两个平面的公共点，那么这三个点一定在一条直线上。

师：今天我们讲了公理 3 及其应用，讲了空间四边形这个概念及其画法。特别要理解在解有关立体几何问题时把它化归为平面几何问题的主要方法。

作业

课本第 105 页，第 1 题、第 2 题。

补充题

求证：若空间四边形的对角线相等，则顺次连结四边中点所得的四边形的对角线互相垂直。[提示：证四边中点所连的四边形是菱形]

例 1 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， E, F 分别是 AA_1 和 CC_1 的中点，求证四边形 $EBFD$ 是梯形。[提示：连 EF, BD]

例 2 在空间四边形 $ABCD$ 中， E, F, G, H 分别在边 AB, BC, CD, DA 上，且 $EF \parallel AC, GH \parallel AC$ ，求证： EF 和 GH 的交点 M 在直线 BD 上。[提示：证明 M 点是平面 ABD 和平面 BCD 的公共点]

例 3 在平面 α 外， P 的延长线交平面 α 于 A ， Q 的延长线交平面 α 于 B ， R 的延长线交平面 α 于 C ，求证： A, B, C 三点在同一条直线上。[提示：证明这三点是两个平面的公共点]

课堂教学设计说明

首先，师、生都要理解课本的编者为什么要在此处安排这个例题呢？目的有四：一是建立一个新概念——空间四边形，复习一个旧概

念——梯形；二是灵活应用在立体几何中刚学过的知识：平面的基本性质，两条直线的位置关系，公理、定理以及平面几何中的有关知识；三是初步培养学生的空间想象能力和发展学生的逻辑思维能力；四是使学生初步理解并掌握解立体几何问题把它化归为平面几何问题的这一种数学中常用的化归方法。

第二，在前一个设计说明中，我们引入一个‘视觉语言’这个概念，关于这个概念今后在设计说明还会经常使用。

为了使‘视觉语言’有最好的视觉效果，必须选择从立体模型到画出这个模型的直观图的视角。我们有时从一些教学参考书中看到，由于不注意视角的选择，所画的直观图不但不能起到正面的‘视觉语言’的效果，而是相反的起到负面的效果。就是学生不但不能看懂它，而且有时还产生错觉。所以，对每一个直观图教师都要精心设计，使之有最佳的视觉效果，关于这一问题，后面我们还要进一步阐述。

关于在讲课过程中引用的苏东坡的哲理诗是我在看了余秋雨所著《文化苦旅》第 100 页后在脑中立刻闪出可以在这节课中引用的，这绝不是为了卖弄，而是这首诗在这里是画龙点睛之笔，绝妙的说明了在观察对象时由于不同的视角而产生不同的印象。从讲课的效果来看，学生背过这首诗，能完全理解并引起共鸣。在数学课上恰当地引用一些哲学的、文学的语言会使课堂气氛更生动活泼，更有一种文化气息，这也是素质教育的一个方面吧！

下面在这里顺便说一下关于等角定理的设计说明。

关于等角定理可用类比思想引入，并用四根小棍组成两角做演示，学生很容易了解了定理。关于定理的证明，也是把它化归为平面几何问题，学生也很容易理解。所以关于等角定理不再另写教案。但是，在讲过等角定理和推论后，在课本第 55 页上的‘注意：由上面定理的证明可知：平面里的定义、定理等，对于非平面图形，需要经过证明才能应用’可能被忽视。所以在这里要强调的是教师一定要重

视这个“注意”，讲好这个“注意”，并且使学生真正理解这个“注意”。为此，可向学生提出：试举出平面几何中的定理，在立体几何中不能成立的例子。这个问题很难，很多学生都回答不出来。可能只有一些好学生能想出在平面几何中的定理：垂直于同一直线的两直线平行，在立体几何中不成立。因为这时这两直线可能平行、可能相交、可能异面，用三根小棍一演示，学生就容易理解。如果学生再回答不出别的例子，教师可事先准备好如下例子。当然教师也可课前做好有关模型，使学生观察模型后自己得出相应的结论。

用一张平行四边形硬纸，沿对角线折起，这时对边仍然相等，但它是一个空间四边形而不是平行四边形。所以两组对边相等的四边形是平行四边形这个平面几何中的定理在立体几何中不能成立。

当我们把平行四边形硬纸沿对角线折起后， $\angle A = \angle C$ ， $\angle B = \angle D$ 仍成立。但这时它已经是空间四边形。所以两组对角相等的四边形是平行四边形这个平面几何定理在立体几何中不能成立。

用一张菱形硬纸，沿对角线折起，这时四边形四边相等，但它已经是空间四边形，不是菱形。所以四边相等的四边形是菱形这个平面几何定理，在立体几何中不能成立。

最难使学生理解的是三个角是直角的四边形是矩形这个平面几何中的定理在立体几何中也不能成立。可做如下模型演示给学生看：一个矩形硬纸板，用一根小棍垂直于平面于一点，连接该点与矩形的三个顶点，从模型我们可以观察出三个角是直角，但它不是矩形而是一个空间四边形。这时如果让学生仔细观察可以发现它的第四个角不是直角，也就是说我们可以发现“空间四边形四内角和小于 360° ”这是立体几何中的一个定理。关于这个定理的证明可参看《立体几何（甲种本）全一册教学参考书》（江苏教育学院编，人民教育出版社出

版)第 15 页。

虽然举出了上述五个例子,但是学生还是不容易一下子就理解的。因为在初中二年半的时间里学平面几何,长期在二维平面,“爬行状态”的思维方式要转化到在三维空间的“站立状态”的思维方式要有一个“思想解放”的过程。这过程不是一下子就能完成的,而且一定会有反复。要理解这种反复是自然的。我们一定要给学生讲清,在平面几何中是“真理”(定理)的,为什么在立体几何中不再是“真理”(定理)呢?因为任何真理都应以时间、地点、条件为转移的。现在因为条件变了,我们在立体几何中研究的是空间图形,上述五个例子中虽然它们都满足了平面几何有关条件,但是我们都不能证明它们是平面图形,所以平面几何中的定理对它也就失去了有效性。

言归正题,经过以上阐述,现在对课本中第 15 页的“注意:由上面定理的证明可知:平面的定义、定理等,对于非平面图形,需要经过证明才能应用”的重要性,一定有了较深刻的理解,所以在讲过等角定理证明后,一定要讲好这“注意”,使学生起到“解放思想”这个作用。

两条异面直线所成的角和距离

【教学目标】

员运用类比推理,理解引入有关概念的必要性、重要性;
圆理解、掌握有关概念的定义,并会初步应用有关概念的定义来解题。

【教学重点和难点】

这节课的重点与难点都是异面直线所成的角和距离这两个概念的引入,和使学生真正地理解、掌握这两个概念。

【教学设计过程】

一、引入有关概念的必要性

师 我们都知道空间的两直线的位置关系有三种 相交、平行、异面。这只是‘定性’来研究对象,当我们要‘定量’来研究对象时就必须要引入一些有关的新概念。

(这时教师拿出两根小棍做平行直线演示并说)

例如 葬/ 遭糟/ 凿如图 员,虽然它们都是平行直线,但是它们之间有什么区别呢?

生 虽然它们都是平行直线,但是它们的之间的距离不同。

师 对,为了区别都是平行直线的不同情况,也就是说为了‘定量’的研究平行直线,就必须引入有关‘距离’这个概念。