

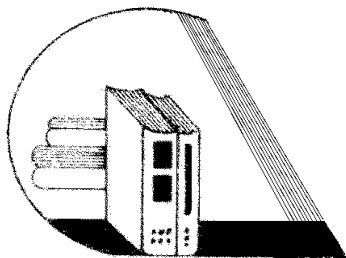
“十五”重点规划出版项目
国家基础教育课程改革系列丛书

走进新课程

——新课程的理论与实践
(第四辑)
高中部分

新课程与高中数学教学 (二)

北京师联教育科学研究所 编



學苑音像出版社

出版策划 北京山花子文化发展有限公司

责任编辑 王 军

封面设计 师联平面工作室

走进新课程
——新课程的理论与实践
(第四辑)
高中部分
新课程与高中数学教学(二)
北京师联教育科学研究所 编
学苑音像出版社出版发行



印刷厂印刷

2004 年 7 月印刷

开本 850 × 1168 1/32 印张 :191 字数 :4952 千字

I S B N 7 - 88050 - 122 - 3

本书配碟发行全 28 册 434.00 元(册均 15.50 元 不含碟)

本书如有印刷、装订错误,请与本社联系调换

《走进新课程》

——新课程的理论与实践

大型文献丛书

出版说明

自 2001 年 6 月 8 日教育部颁发《基础教育课程改革纲要》以来，在全国范围内展开了建国以来最大规模和最深入、最具创造性的课程改革实验，涉及到了课程标准研制、课程设置、教学大纲的彻底改革、教师的整体培训、教材体系的重新确立、新教材的重新编写和审定、课堂教学方法体系的改革、教学评价观点和标准的重新研制及确认等一系列事关学校教育的根本问题，实验区逐渐扩大到全国各地，新课程改革已成大势所趋，对每个教师来说，是否适应新的课程改革要求，已成为事关教师从业状态的根本问题。按照教育部的部署和安排，在 2005—2006 年度要在全中国统一实行新的课程标准和教学要求。

为了配合基础教育改革的实施，推进新课程的教师培训和中小学教师继续教育工作的开展，我们特别组织了国内参与基础教育课程改革的基础理论研究、课程标准设计、实验教材编写和审定、新课程大实验区的示范学校的核心专家和一线教师编写了本套大型文献丛书。

本套丛书共分四辑：

第一辑《通识部分》，主要阐释新课程改革的基础教育理论结构、观念、观点、范畴、思想方法、基础和理论来源，新课程改革的基本原则和实施办法，世界课程改革与中国基础教育课程改革以及新课程标准的研制方法和教师培训方法等，主要为教师参与和实行新课程

教学打好理论基础。适用于教育教学行政管理部门教学、科研部门、各级各类学校和各科教师学习(同时配套出版有《走进新课程教师培训》全集音像资料 VCD 数十种已在各家电视台播出。)

第二辑《小学部分》主要是小学各科课程标准的基本内容摘要和简介,专家评析小学各科课程标准的结构内容、教学实施办法,一线教师为小学各科设计的经典示范课例,为实际教学提供参考(同时配套出版有数百种各大实验区的优秀课堂实录 VCD,可另索参考。)

第三辑《初中部分》主要是初中各科课程标准的基本内容摘要和简介,专家评析初中各科课程标准的结构内容、教学实施办法,一线教师为初中各科设计的经典示范课例,为实际教学提供参考(同时配套出版有数百种各大实验区的优秀课堂实录 VCD,可另索参考。)

第四辑《高中部分》主要是高中各科课程标准的基本内容摘要和简介,专家评析高中各科课程标准的结构内容、教学实施办法,一线教师为高中各科设计的经典示范课例,为实际教学提供参考(同时配套出版有数百种各大实验区的优秀课堂实录 VCD,可另索参考。)

本套大型文献丛书,集合全国教改精华,相信对实际的教学改革工作有直接的参考和借鉴作用。不足之处请及时指出,以便修改。

北京师联教育科学研究所

2004 年 7 月

目 录



集 合	(1)
函数的应用	(9)
同角三角函数基本关系式的应用	(19)
诱导公式	(31)
已知三角函数值求角	(41)
三角函数线及其应用	(51)
函数的周期性	(63)
指数函数和对数函数	(72)
两角和与差的正弦及正切	(90)
倍角公式的应用	(101)
半角的正弦、余弦、正切	(112)
三角函数的积化和差	(124)
三角变换中的求值问题	(130)
三角函数的最值问题	(139)
向量的加法与减法	(147)
实数与向量的积	(155)
平面向量的坐标运算	(161)
平面向量的数量积及运算律	(170)

平面向量数量积的坐标表示	(177)
平 移	(181)
余弦定理	(186)
余弦定理	(196)

一线实验区经典课例

集 合

【教学目标】

1. 初步理解集合概念及其表示法,按指定的方法表示一些集合。
2. 理解集合中元素的性质。
3. 培养学生分析、比较、归纳的逻辑思维能力。

【教学重点与难点】

教学重点是集合概念及其表示法。教学难点是正确理解集合概念。

【教学过程设计】

师:初中时我们已学习了哪些基本数集?

生:自然数集、整数集、有理数集、实数集等。

师:当时是如何给出这些概念的,例如自然数集?

生:自然数的全体组成自然数集。

师:如何表示自然数集?

生:在椭圆圈内填上一些自然数,点上三点,在圈下写上“自然数集”,用此形式表示自然数集。

师:初中已学过的数集就是今天要学习的“集合”中的一种。(板



书课题 :1.1 集合(一))

(温故而知新,以旧带新,便于引导学生在已有的知识基础上去探求新知识,使学生对出现的概念不至于感到突然,符合学生的认识规律。)

师:上述每一个数集中的数是否确定?即是否有着明确的标准判断任何一个对象在或不在该数集中?如 $2, -2$ 是否在自然数集合中?

生 2 在自然数集中,而 -2 不在。说明数集中的元素是确定的。

师:由上可知,任给一个数可以确定它要么在该数集中,要么不在该数集中,两者必居其一。这些在数集中的每一个数叫做数集中的元素。数集中的元素必须具有确定性,这是数集中元素的一个特性。

(启发学生对已有的知识进行深入分析、提炼,使潜在的特性昭之于世。)

师:非常大的一些自然数能形成一个数集吗?为什么?

生(议论后)不能。因为非常大的自然数有多大不知道,不具有确定性。

(通过正反两方面的例子,使学生在对比中明确数集中元素的特性这一——确定性的重要性。)

师:上述所讲都是一些数构成的集合。那么,只有数才能形成集合吗?其实不然,构成集合的元素只要具有确定性即可。

(通过分析数集中元素的特征展开联想、分析、探索,为集合概念引入由特殊到一般进行铺垫。)

师:回答下列每组对象是否确定?对象是什么?

例1 下列对象是否构成集合?对象的属性是什么?有多少对象?

(1)所有的直角三角形。

(2)与一个角的两边距离相等的所有的点。

(3) $x^2 - 3x + 2$, $5y^2 - x$, $x^2 + y^2$ 。

(4)本校高一学生(420名)。

(5)本班第一小组12人中共有5个姓氏:李、陈、黄、张、明。

生:每组对象都能确定,按题号依次是:一些图形,一些点,一些整式,一些人,一些姓氏。

师:上述每一组对象都能予以确定,我们就认为每一组对象的全休形成一个集合(简称集)。集合里的各个对象叫做这个集合的元素。

(由特殊到一般得出集合的描述性概念,使数集的概念拓宽了。)

师:你认为上述五个集合中的元素种类是否受限制?

生:集合中的元素种类可以是任意的,没有限制。

师:对。集合中的元素具有“任意性”是集合元素的又一特性。只要集中元素具有确定性即可。

(及时总结是人类进步的原因,也是数学工作者的工作手段。)

师:大家对上述集合进行观察,每一个集合的元素是什么?元素个数各具什么特征?

生(1)中的元素是直角三角形,有无数多个。

(2)中的元素是点,也有无数多个。

(3)中的元素是整式,有4个。

(4)中的元素是学生,有420个。

(5)中的元素是姓氏,有5个。

师:回答正确。其个数特征是:类似于(1)(2)中的集合,含有无限个元素,具有这种特征的集合我们称为无限集;类似于(3)(4)(5)中的集合,含有有限个元素,具有这种特征的集合叫有限集。

(通过问题得出概念,使学生在问题中牢记概念的实质。)

师:请各举一个有限集、无限集的例子。

生(回答).....

师:你认为(5)中集合的元素个数为什么不是12个而只有5个?

(再一次通过提问去揭示集合的又一特性。)

生 因为有些姓氏相同。

师 从(5)中你认为集合的元素能重复吗?

生 不能。

师 由此可见,集合中的元素应该分别表示不同的对象,而相同的对象归入某一个集合时,只能算作集合的一个元素。集合中元素无重复现象,即元素的“互异性”是集合的又一特性。

师 上述姓氏集合是由陈、李、黄、张、明五个元素组成的。能否说由陈、李、黄、张、明姓氏组成的集合与由明、张、黄、李、陈姓氏组成的集合是同一个集合?

生 应该是同一个集合。

师 集合中元素的这一特性我们称其为“无序性”。综合上述,集合中的元素有几个特性?

生 确定性、互异性、无序性、任意性。

(通过设问,及时归纳、总结,有利于学生掌握知识。)

师 上面研究了集合的概念及有关集合中元素的性质,下面我们一起将集合表示出来。

(承上启下一语带出需解决的问题。)

师 初中我们是如何表示数集的?

师 这种表示集合的方法即为图示法。此外,还有一种表示法是将所有元素一一列出,写在大括号内,称为列举法。

(顺手牵羊,自然产生。)

例如上述(3)之集合可表示为 $\{x^2, 3x+2, 5y^2-x, x^2+y^2\}$ 。请同学们用此法表示(5)之集合。

生 $\{\text{明、陈、张、黄、李}\}$ 。

师 你能用列举法写出(4)之集合吗?

生 能。只要将全校高一学生名字一一列在大括号内就能做到,但很麻烦。

师 你能用列举法写出自然数集合吗?

(上述两问为描述法表示集合设下埋伏。)

生:能。即 $\{1, 2, 3, \dots\}$ 。

师:是否所有的集合,其元素都能无遗漏地一一列举出来呢?例如(1)(2)中的集合。

(将集合中所有元素表示出来这个难点给予学生,使学生明白只有列举法是不够的。)

生(议论后)很难表示。

师:有一些集合,其元素不能无遗漏地一一列举出来,或不便于、不需要一一列举出来,这就要根据其属性来确定集合的元素。这样的集合表示法可采用另一方法:把集合中元素的公共属性描述出来,写在大括号内。这种表示集合的方法叫描述法。此时往往在大括号内先写上这个集合的元素的一般形式,再划一条竖线,在竖线右边写上这个集合的元素的公共属性。如,集合(1)可表为 $\{x | x \text{ 是直角三角形}\}$,集合(2)可表为 $\{x | x \text{ 是到角两边距离相等的点}\}$ 。在不至于引起混淆的情况下,用描述法表示集合还可以有简单的形式。如集合(1)可表示为 $\{\text{直角三角形}\}$,集合(2)可表示为 $\{\text{到角两边距离相等的点}\}$ 。

(适当注入也是需要的。)

例2 用描述法表示下列集合。

(1) $x - 3 > 2$ 的所有解。

(2) 抛物线 $y = x^2 + 1$ 上所有的点。

(3) 直角坐标系下第一象限的点。

(通过练习使学生初步掌握描述法表示集合。)

生甲:第(1)题为 $\{x | x - 3 > 2\}$ 。

生乙:第(2)题为 $\{y | y = x^2 + 1\}$ 。

生丙:第(3)题为 $\{\text{点} | \text{点在第一象限}\}$ 。

师:第(2)题的表示对吗?抛物线上的点是 y 值吗?

生: $\{(x, y) | y = x^2 + 1\}$ 。

师:第(3)题用描述法能表示得更清楚吗?

生: $\{(x, y) | x > 0, y > 0\}$

师:由上可知,集合的表示有列举法、描述法和图示法。你认为什么情况下用列举法方便描述法呢?

生:若元素个数较少或元素有明显的规律性,则采用列举法;若有些集合不能用列举法,或表示起来不大方便时则用描述法。

(通过这一回答,让学生明白两种方法使用的场合,同时培养学生的概括能力。)

练习1 下列表示的集合或叙述正确否?为什么?

(1) $\{x | x \text{ 是美丽的小鸟}\}$

(2) $\{1, 1, 2\}$

(3) $\{1, 2\}$ 与 $\{2, 1\}$ 是同一个集合。

(4) $\{1, 2\}$ 与 $\{(1, 2)\}$ 是同一个集合,集合中都有两个元素。

(5) $\{(x, y) | x + y = 1\}$ 就是 $\{x + y = 1\}$

生(1)中对象——“美丽的小鸟”不能构成集合。因集合中的元素须具有确定性,而美丽的标准是不确定的。

(2)的表示不正确。因集合中的元素必须是互异的,应写成 $\{1, 2\}$ 。

(3)的叙述是正确的,因集合中元素排列是无序的。

(4)是错误的叙述。这两个集合中,集合 $\{1, 2\}$ 含二个元素,而集合 $\{(1, 2)\}$ 中含一个元素。

(5)也是错误的叙述。 $\{(x, y) | x + y = 1\}$ 是无限集,表示直线上的许多点,而 $\{x + y = 1\}$ 表示有限集,只有一个元素。错误在于描述法的代表元没写。另一个错因在于对描述法的省略形式何时适用还不清楚。

(通过正反练习,使学生对所学的集合的概念、元素的特征及用描述法、列举法表示集合的方法更加巩固。)

练习2 用列举法表示下列集合:

(1) 绝对值小于 4 的非正的整数。

(2) 所有的正偶数。

(3) $a-b, a+b, a^2+b^2$ 。

生：

(1) $\{-3, -2, -1, 0\}$

(2) $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$

(3) $\{a-b, a+b, a^2+b^2\}$

(通过上述列举法表示集合的练习,巩固不同类型的列举法的表示方法,使之明白,不仅有限集可用列举法表示,有规律的无限集也可用列举法表示。)

练习 3 用描述法表示下列集合。

(1) 平方等于 1 的数。

(2) 方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的解。

(3) 抛物线 $y = x^2$ 上的点。

生：

(1) $\{x | x^2 = 1\}$

(2) $\{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$

(3) $\{(x, y) | y = x^2\}$

(通过此例让学生掌握由描述法表示集合的不同类型:序对集、点集、数集或有限集、无限集的表示方法。)

师(小结)本节课学习了一始(原始概念),二集(有限集、无限集),三法(描述法、列举法、图示法),四性(确定性、互异性、无序性、任意性)。

作业

1. 用列举法表示课本 P4 练习的第 1, 3, 4, 6 题中的集合。

2. 用描述法表示课本 P4 练习的第 6, 7, 9 题中的集合。

思考题：

1. 任何一个集合是否都可用两种方法表示？两种方法各有什



么优缺点?

2. 用列举法表示集合 $\{(x, y) | x + y = 2, x, y \text{ 是自然数}\}$

3. 用描述法表示集合 $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}\}$

答案

1. 略。

2. $\{(1, 1)\}$

3. $\{x | x = \frac{1}{n}, n \text{ 是小于 } 6 \text{ 的自然数}\}$

课堂教学设计说明

1. 本教案需用两课时完成。第一课时以初中学过的数集为导入,通过对于数集的深入分析和延拓,自然引入了集合的概念。通过对几个例子的内容揭示集合中元素的几个特性,加深对集合概念的理解。而集合的表示法则通过比较、分析,分别介绍了列举法和描述法。描述法较难掌握,先初步介绍,然后在第二课时重点解决,使学生掌握之。第二课时重点解决用描述法表示集合及两种方法表示的适用场合,且能灵活运用。另外掌握元素与集合的关系、符号及常用数集符号。

2. 本节课能力培养侧重放在培养分析、比较、归纳的逻辑思维能力上。

3. 这节课集合中元素的有关特性在课本上虽没有直接指出,但课本中都有举例,教师的作用在于启发学生揭示其实质,并归纳为“四性”。

函数的应用

【课例简介】

一、引言

教师 我们已经学习了一次函数、二次函数、幂函数、指数函数,它们在实际生活、生产中有着广泛的应用。今天大家尝试一下,怎样从实际问题入手,运用学过的知识,通过抽象概括、建立数学模型来解决问题。

二、新课

例 顺义县城关镇新建一个服装厂,从今年7月份开始投产,并且前4个月的产量分别为1万件、1.2万件、1.3万件、1.37万件。由于产品质量好,服装款式新颖,因此前几个月的产品销售情况良好。为了推销员在推销产品时,接收定单不至于过多或过少,需要估测以后几个月的产量,假如你是厂长,将会采用什么办法?

1. 引导分析

教师引导学生审题,把学生置于“厂长”的位置,调动他们的情趣和积极性。然后采用师生交流的方式,明确要研究的内容,估测的依据和方法,使学生认识到首先要将实际问题转化为数学问题,由“月份”和“产量”的“数对”,想到要建立直角坐标系,描出各点位置,观察连线接近的函数图象如图1。“由数到形”,再“由形到数”,用几个点的坐标找出与之相近的模拟函数,利用函数模型来解决问题。

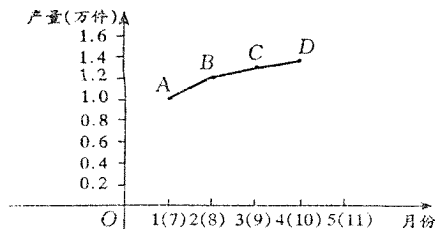


图 1

2. 讨论模型

在学生独立思考的基础上,引导学生分组讨论,找出模拟函数。

学生 1: 一次函数: $f(x) = kx + b$ ($k \neq 0$);

学生 2: 二次函数: $g(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$);

学生 3: 幂函数型: $h(x) = ax^{\frac{1}{2}} + b$;

学生 4: 指数函数型: $k(x) = ab^x + c$ 。

老师: 很好, 课下可以再考虑还有没有哪些函数图象更逼近这条曲线。我们设月产量为 y 万件, 月份数为 x , 建立直角坐标系, 可得 $A(1, 1.1)$, $B(2, 1.2)$, $C(3, 1.3)$, $D(4, 1.37)$ 。下面同学们分成四个组, 分别确定各个函数的解析式(允许用计算器), 然后每组选出一位同学来板演过程, 并计算出剩余点的误差。

(经过各小组学生的讨论, 确定了各函数的解析式, 并推选学生 5、学生 6、学生 7、学生 8 分别上台板演。)

学生 5: 直线 $f(x) = kx + b$ ($k \neq 0$) 将 B 、 C 两点的坐标代入, 有 $f(2) = 2k + b = 1.2$, $f(3) = 3k + b = 1.3$, 解得 $k = 0.1$, $b = 1$, 故 $f(x) = 0.1x + 1$ 。

将 A 、 D 两点的坐标代入, 得

$f(1) = 1.1$, 与实际误差为 0.1, $f(4) = 1.4$, 与实际误差为 0.03。

学生 6: 二次函数 $g(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 将 A 、 B 、 C 三点的坐标代入, 有

$g(1) = a + b + c = 1$,

$$g(2) = 4a + 2b + c = 1.2,$$

$$g(3) = 9a + 3b + c = 1.3.$$

解得 $a = -0.05, b = 0.35, c = 0.7$, 故 $g(x) = -0.05x^2 + 0.35x + 0.7$ 。

将 D 点的坐标代入, 得

$$g(4) = -0.05 \times 4^2 + 0.35 \times 4 + 0.7 = 1.3, \text{与实际误差为 } 0.07.$$

学生 7 幂函数型 $h(x) = ax^{\frac{1}{2}} + b$ 将 A, B 两点的坐标代入, 有

$$h(1) = a + b = 1,$$

$$h(2) = \sqrt{2}a + b = 1.2.$$

解得 $a \approx 0.48, b \approx 0.52$ 。

$$\text{故 } h(x) = 0.48x^{\frac{1}{2}} + 0.52.$$

将 C, D 两点的坐标代入, 得

$$h(3) = 0.48 \times \sqrt{3} + 0.52 \approx 1.3, \text{与实际误差为 } 0.05;$$

$$h(4) = 0.48 \times 2 + 0.52 \approx 1.48, \text{与实际误差为 } 0.11.$$

学生 8 指数函数型 $k(x) = ab^x + c$ 将 A, B, C 三点的坐标代入, 得

$$k(1) = ab + c = 1,$$

$$k(2) = ab^2 + c = 1.2,$$

$$k(3) = ab^3 + c = 1.3.$$

解得 $a = -0.8, b = 0.5, c = 1.4$ 。

$$\text{故 } k(x) = -0.8 \times (0.5)^x + 1.4.$$

将 D 点的坐标代入, 得

$$k(4) = -0.8 \times (0.5)^4 + 1.4 = 1.35, \text{与实际误差为 } 0.02.$$

3. 评价模型

教师引导学生比较上述 4 个模拟函数的优劣, 指出既要考虑到剩余点误差最小, 又要考虑生产的实际问题, 比如增产的趋势和可能性, 经过筛选, 普遍认为 $k(x)$ 最佳, 一是误差值最小, 二是由于新建