图书在版编目(CIP)数据

新黄冈数学题库·热点题(上)/南秀全主编. —青岛:
青岛出版社,2003.6
ISBN 978-7-5436-2876-2

Ⅰ.新… Ⅱ.南… Ⅲ.数学课—初中—习题—升学
参考资料 Ⅳ.G634.605

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第040260号

书　　名　新黄冈数学题库·热点题(上)
主　　编　南秀全
本册主编　姜文清
出版发行　青岛出版社
社　　址　青岛市徐州路77号(266071)
本社网站　http://www.qdpub.com
邮购电话　13335059110　(0532)85814750(兼传真)　80998664
责任编辑　郭东明　程兆军
封面设计　乔　峰
照　　排　青岛海讯科技有限公司
印　　刷
出版日期　2008年6月第4版　2008年6月第4次印刷
开　　本　16开(787mm×1092mm)
印　　张　20.25
字　　数　300千
书　　号　ISBN 978-7-5436-2876-2
定　　价　26.80元

编校质量、盗版监督电话　(0532)80998671
青岛版图书售出后如发现印装质量问题,请寄回青岛出版社印刷物资处调换。
电话　(0532)80998826

需要全本请访问 www.ertongbook.com

第一章　图象与应用问题

图象与应用问题频频出现于全国各地中考试题中，分值占8%～14%．有填空、选择等客观题型，但更主要是解答题，在一份试卷中一般属中档题或爬坡题，这类试题的问题背景与生产生活实际紧密相连，是一份试卷的亮点．解此类问题的关键是：首先要读懂图象表示的实际意义，然后对图象提供的信息进行分析、处理、提炼，再与相应的函数（一次函数、二次函数、反比例函数）模型建立联系，利用它们的相关知识解决问题．

【经典考题精析】

例1　（河北省课程改革实验区，2005）在一次蜡烛燃烧实验中，甲、乙两根蜡烛燃烧时剩余部分的高度y（cm）与燃烧时间x（h）的关系如图1－1所示．请根据图象所提供的信息解答下列问题：

（1）甲、乙两根蜡烛燃烧前的高度分别是_____，从点燃到燃尽所用的时间分别是_____；

（2）分别求甲、乙两根蜡烛燃烧时y与x之间的函数关系式；

（3）当x为何值时，甲、乙两根蜡烛在燃烧过程中的高度相等？

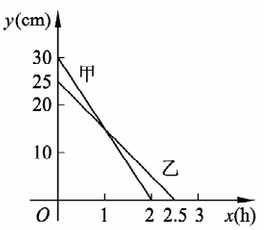


图1－1

分析　由题意可知，横坐标x表示燃烧时间，$x=0$时y的值就是蜡烛燃烧前的高度；对于第（2）小题，由图象可知y与x之间是一次函数关系，用待定系数法不难求解；第（3）小题利用y的值相等，建立方程求解．

解　（1）30cm，25cm；2h，2.5h；

（2）设甲蜡烛燃烧时y与x之间的函数关系式为$y=k_1x+b_1$，由图可知，函数的图象过点$(2,0)$，$(0,30)$，

$\therefore \begin{cases}2k_1+b_1=0\\ b_1=30\end{cases}$　解得$\begin{cases}k_1=-15\\ b_1=30\end{cases}$　$\therefore y=-15x+30$．

设乙蜡烛燃烧时y与x之间的函数关系式为$y=k_2x+b_2$，由图可知，函数的图象过点$(2.5,0)$，$(0,25)$，

$\therefore \begin{cases}2.5k_2+b_2=0\\ b_2=25\end{cases}$　解得$\begin{cases}k_2=-10\\ b_2=25\end{cases}$　$\therefore y=-10x+25$．

（3）由题意得$-15x+30=-10x+25$，解得$x=1$．

$\therefore$ 当甲、乙两根蜡烛燃烧1h的时候高度相等．

例2　（贵州黔南州，2006）一农民带了若干千克自产的土豆进城出售，为了方便，他带了一些零钱备用，按市场价售出一些后，又降价出售，售出土豆千克数与他手中持有的钱数（含备用零钱）的关系如图所示，结合图象解答下列问题．

（1）农民自带的零钱是多少？

（2）降价前他每千克土豆出售价格是多少？

（3）降价后他按每千克0.4元将剩余土豆售完，这时他手中的钱（含备用零钱）是26元，问他一共带了多少千克土豆．

分析　（1）该农民未出售土豆前手中持有的钱即是他自带的零钱，由图象易知他自带的零钱是5元．

（2）出售30千克土豆后，手中持有20元，说明30千克土豆共卖了$20-5=15$元，所以出售价格为$\frac{15}{30}=0.5$

(元/千克).

解　(1) 农民自带的零钱为 5 元;

(2) 设降价每千克售价的价格为 k 元,据题意:

$k=\frac{20-5}{30}=0.5$(元/千克).

(3) 设他一共带了 x 斤土豆,根据题意

$x-30=\frac{26-20}{0.4}$.

解得 $x=45$(千克).

答　他一共带了 45 千克的土豆.

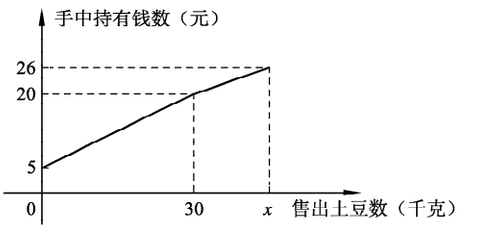


图 1－2

例 3　(南京市课改区,2006)某块试验田里的农作物每天的需水量 y(千克)与生长时间 x(天)之间的关系如折线图所示.这些农作物在第 10 天、第 30 天的需水量分别为 2000 千克、3000 千克,在第 40 天后每天的需水量比前一天增加 100 千克.

(1) 分别求出 $x\leqslant 40$ 和 $x\geqslant 40$ 时 y 与 x 之间的关系式;

(2) 如果这些农作物每天的需水量大于或等于 4000 千克时需要进行人工灌溉,那么应从第几天开始进行人工灌溉?

分析　对于 $x\leqslant 40$ 时 y 与 x 之间的关系式用待定系数法可直接求得.求 $x\geqslant 40$ 时 y 与 x 的关系式关键要理解"在第 40 天后每天的需水量比前一天增加 100 千克".

解　(1) 当 $x\leqslant 40$ 时,设 $y=kx+b$.

根据题意,得 $\begin{cases}2000=10k+b,\\3000=30k+b.\end{cases}$

解这个方程组,得 $\begin{cases}k=50,\\b=1500.\end{cases}$

∴ 当 $x\leqslant 40$ 时,y 与 x 之间的关系式是

$y=50x+1500$.

∴ 当 $x=40$ 时,$y=50\times 40+1500$

$=3500$.

当 $x\geqslant 40$ 时,根据题意,得

$y=100(x-40)+3500$,

即 $y=100x-500$.

∴ 当 $x\geqslant 40$ 时,y 与 x 之间的关系式是

$y=100x-500$.

(2) 当 $y\geqslant 4000$ 时,y 与 x 之间的关系式是

$y=100x-500$.

解不等式 $100x-500\geqslant 4000$,

得 $x\geqslant 45$.

∴ 应从第 45 天开始进行人工灌溉.

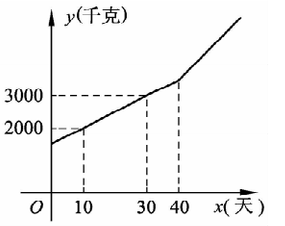


图 1－3

例 4　(资阳市,2005)甲骑自行车、乙骑摩托车沿相同路线由 A 地到 B 地,行驶过程中路程与时间的函数关系的图象如图.根据图象解决下列问题:

(1) 谁先出发?先出发多少时间?谁先到达终点?先到多少时间?

(2) 分别求出甲、乙两人的行驶速度;

(3) 在什么时间段内,两人均行驶在途中(不包括起点和终点)?在这一时间段内,请你根据下列情形,分别列出关于行驶时间 x 的方程或不等式(不化简,也不求解):① 甲在乙的前面;② 甲与乙相遇;

③ 甲在乙后面.

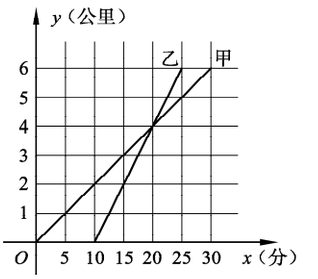


图 1－4

分析　由图象不难看出，甲 30 分钟行驶 6 公里，乙 15 分钟行驶 6 公里，甲先出发后到终点.

解　(1) 甲先出发；先出发 10 分钟；乙先到达终点；先到 5 分钟；

(2) 甲的速度为每分钟 0.2 公里，乙的速度为每分钟 0.4 公里；

(3) 在甲出发后 10 分钟到 25 分钟这段时间内，两人都行驶在途中.

设甲行驶的时间为 x 分钟$(10<x<25)$，则根据题意可得：

甲在乙的前面：$0.2x>0.4(x-10)$；

甲与乙相遇：$0.2x=0.4(x-10)$；

甲在乙后面：$0.2x<0.4(x-10)$.

例 5　(黑龙江省课改实验区，2005)某企业有甲、乙两个长方体的蓄水池，将甲池中的水以每小时 6 立方米的速度注入乙池，甲、乙两个蓄水池中水的深度 y(米)与注水时间 x(时)之间的函数图象如图所示，结合图象回答下列问题：

(1) 分别求出甲、乙两个蓄水池中水的深度 y 与注水时间 x 之间的函数关系式；

(2) 求注水多长时间甲、乙两个蓄水池水的深度相同；

(3) 求注水多长时间甲、乙两个蓄水池的蓄水量相同.

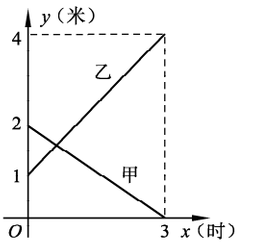


图 1－5

分析　第(1)问可用待定系数法求解；第(2)问建立方程组求解. 第(3)问蓄水量＝蓄水池的底面积×池水的深度，因此，首先要求甲、乙两个蓄水池的底面积.

解　(1) 设 $y_{甲}=k_1x+b_1$. 把(0，2)和(3，0)代入，

解得 $k_1=-\frac{2}{3}$，$b_1=2$，∴ $y_{甲}=-\frac{2}{3}x+2$.

设 $y_{乙}=k_2x+b_2$. 把(0，1)和(3，4)代入，

解得 $k_2=1$，$b_2=1$，∴ $y_{乙}=x+1$.

(2) 根据题意，得 $\begin{cases}y=-\frac{2}{3}x+2,\\ y=x+1.\end{cases}$

解得 $x=\frac{3}{5}$. 所以注水 $\frac{3}{5}$ 小时甲、乙两个蓄水池中水的深度相同.

(3) 设甲蓄水池的底面积为 S_1，乙蓄水池的底面积为 S_2，t 小时甲、乙两个蓄水池的蓄水量相同. 根据题意，得 $2S_1=3\times6$，$S_1=9$，

$(4-1)S_2=3\times6$，$S_2=6$，

$S_1\left(-\frac{2}{3}t+2\right)=S_2(t+1)$.

解得 $t=1$.

∴ 注水 1 小时甲、乙两个蓄水池的蓄水量相同.

例 6　(宁夏回族自治区，2005)春、秋季节，由于冷空气的入侵，地面气温急剧下降到 0℃以下的天气现象称为“霜冻”. 由霜冻导致植物生长受到影响或破坏的现象称为“霜冻灾害”.

某种植物在气温是 0℃以下持续时间超过 3 小时，即遭受霜冻灾害，需采取预防措施. 下图是气象台某天发布的该地区气象信息，预报了次日 0 时～8 时气温随时间变化情况，其中 0 时～5 时，5 时～8 时的图象分别满足一次函数关系. 请你根据图中信息，针对这种植物判断次日是否需要采取防霜冻措施，并说明理由.

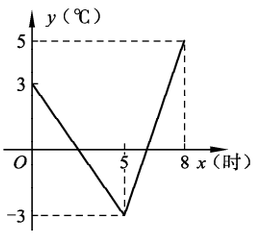


图 1－6

分析　首先分别求出 0 时～5 时，5 时～8 时的函数关系式，再根据解析式求出气温在 0℃以下持续的时间，然后作出判断.

解　设 0 时～5 时的一次函数关系式为 $y_1=kx+b$，将点(0，3)(5，−3)分别代

入上式得:$b=3$　$k=-\frac{6}{5}$

∴ $y_1=-\frac{6}{5}x+3$

设 5 时～8 时的一次函数关系式为

$y_2=kx+b$

将点(5,-3)(8,5)分别代入上式得:

$\begin{cases}5k+b=-3\\8k+b=5\end{cases}$

解之得 $k=\frac{8}{3}$　$b=-\frac{49}{3}$

∴ $y_2=\frac{8}{3}x-\frac{49}{3}$

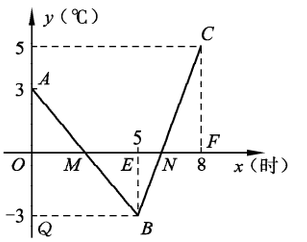


图 1－7

当 y_1、y_2 分别为零时,$x_1=\frac{5}{2}$　$x_2=\frac{49}{8}$,而 $x_2-x_1=\frac{49}{8}-\frac{5}{2}=\frac{29}{8}>3$

∴ 应采取防霜冻措施.

说明　此题还可以利用几何知识求解,解法如下:

解　设 AB、BC 分别交 x 轴于 M、N,点 $E(5,0)$,点 $F(8,0)$,点 $Q(0,-3)$

∵ $\triangle AOM\backsim\triangle AQB$

∴ $OM=2.5$　$EM=OE-OM=2.5$

同理:$\triangle BEN\backsim\triangle CFN$

得 $EN=\frac{9}{8}$

则 $MN=\frac{29}{8}>3$

∴ 应采取防霜冻措施.

例 7　(仙桃市、潜江市、江汉油田,2006)建设新农村,农村大变样.向阳村建起了天然气供应站,气站根据实际情况,每天从零点开始至凌晨 4 点,只打开进气阀,在以后的 16 小时(4:00～20:00),同时打开进气阀和供气阀,20:00～24:00 只打开供气阀,已知气站每小时进气量和供气量是一定的,下图反映了某天储气量 y(米³)与 x(小时)之间的关系,如图 1－8 所示:

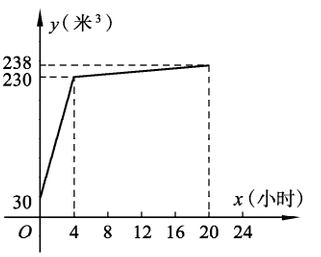


图 1－8

(1) 求 0:00～20:00 之间气站每小时增加的储气量;

(2) 求 20:00～24:00 时,y 与 x 的函数关系式,并画出函数图象;

(3) 照此规律运行,从这天零点起三昼夜内,经过多少小时气站储气量达到最大?求出最大值.

分析　由题意可知:0:00～4:00 只进气,4:00～20:00 同时进气和供气,因此,在 0:00～20:00 之间气站每小时增加的储气量应分段计算,对于第(2)小题,先由(1)求出气站每小时的供气量计算出24:00时的储气量,从而可求出 20:00～24:00 时 y 与 x 的函数关系式.

解　(1) 由图象可知:在 0:00～4:00 之间气站储气量从 30 米³ 增加到 230 米³,那么 0:00～4:00之间气站每小时增加的储气量为 $\frac{230-30}{4}=50$(米³)

同理可求 4:00～20:00 之间气站每小时增加的储气量为 $\frac{238-230}{16}=\frac{1}{2}$(米³)

(2) 由(1)可知:气站每小时供气量为 $50-\frac{1}{2}=\frac{99}{2}$(米³)

∴ 24 时储气量为 $238-\frac{99}{2}\times4=40$(米³).

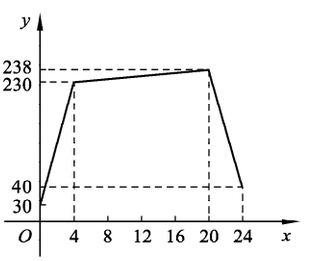


图 1－9

需要全本请访问 www.ertongbook.com

∴ 点(20,238)和点(24,40)满足 y 与 x 的函数关系式,设所求函数关系式为:$y=kx+b$.

则有 $\begin{cases}238=20x+b\\40=24x+b\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-\dfrac{99}{2}\\b=1228\end{cases}$

∴ y 与 x 的函数关系式为:

$y=-\dfrac{99}{2}x+1228$　$(20\leqslant x\leqslant 24)$.

图象如图所示.

(3) 由(2)可知:24 时气站储气量是 40 米^3,∴ 每天储气量增加 40−30=10(米^3),由图象可知每天20:00时气站储气量达到最大值,所以三昼夜内,第三天的 20:00 时,即经过了 24×2+20=68 小时,气站的储气量达到最大,最大值为 238+10×2=258(米^3).

说明　第(3)小题难度较大,借助图 1−9 帮助理解可使问题较易解决.

例 8　(青岛市课改区,2006)在 2006 年青岛崂山北宅樱桃节前夕,某果品批发公司为指导今年的樱桃销售,对往年的市场销售情况进行了调查统计,得到如下数据:

销售价 x(元/千克)	…	25	24	23	22	…
销售量 y(千克)	…	2000	2500	3000	3500	…

(1) 在如图的直角坐标系内,作出各组有序数对(x,y)所对应的点.连接各点并观察所得的图形,判断 y 与 x 之间的函数关系,并求出 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 若樱桃进价为 13 元/千克,试求销售利润 P(元)与销售价 x(元/千克)之间的函数关系式,并求出当 x 取何值时,P 的值最大.

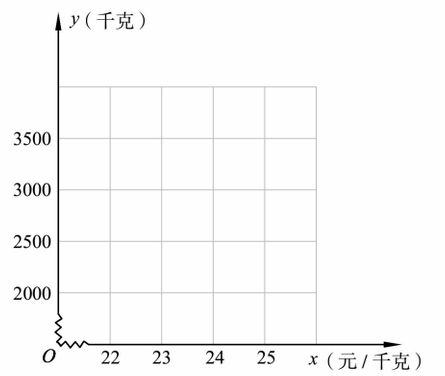


图 1−10

分析　题中 y 与 x 之间的函数关系没有明确指出,需要学生自己通过正确描点连线,利用画出的图象判断,从而利用待定系数法求解析式.

解　(1) 正确描点、连线.由图象可知,y 是 x 的一次函数.

设 $y=kx+b$,

∵ 点(25,2000),(24,2500)在图象上,

∴ $\begin{cases}2000=25k+b,\\2500=24k+b.\end{cases}$

解之得 $\begin{cases}k=-500,\\b=14500.\end{cases}$

∴ $y=-500x+14500$.

(2) $P=(x-13)\cdot y$

$=(x-13)\cdot(-500x+14500)$

$=-500x^2+21000x-188500$

$=-500(x-21)^2+32000$.

∴ P 与 x 的函数关系式为 $P=-500x^2+21000x-188500$,当销售价为 21 元/千克时,能获得最大利润.

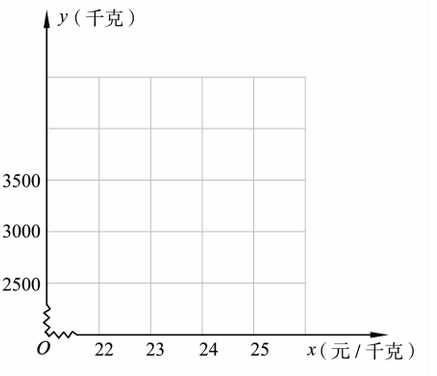


图 1−11

例 9　(宁波市课改区,2006)宁波市土地利用现状通过国土资源部验收,该市在节约用地方面已走在全国前列.1996～2004 年,市区建设用地总量从 33 万亩增加到 48 万亩,相应的年 GDP 从 295 亿元增加到 985 亿元.宁波市区年 GDPy(亿元)与建设用地总量 x(万亩)之间存在如图所示的一次函数

关系.

(1) 求 y 关于 x 的函数关系式.

(2) 据调查,2005 年市区建设用地比 2004 年增加 4 万亩,如果这些土地按以上函数关系式开发使用,那么 2005 年市区可以新增 GDP 多少亿元?

(3) 按以上函数关系式,年 GDP 每增加 1 亿元,需增建设用地多少万亩?(精确到 0.001 万亩)

解　(1) 设函数关系式为 $y=kx+b$,由题意得,

$$\begin{cases}33k+b=295,\\48k+b=985.\end{cases}$$

解得 $k=46$,$b=-1223$.

∴ 该函数关系式为 $y=46x-1223$.

(2) 由(1)知 2005 年的年 GDP 为 $46\times(48+4)-1223=1169$(亿元)

∵ $1169-985=184$(亿元)

∴ 2005 年市区相应可以新增加 GDP 184 亿元.

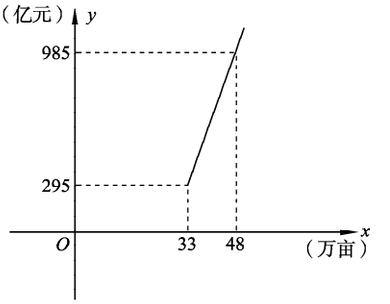


图 1-12

(3) 设连续两年建设用地总量分别为 x_1 万亩和 x_2 万亩,相应年 GDP 分别为 y_1 亿元和 y_2 亿元,满足 $y_2-y_1=1$.

则 $y_1=46x_1-1223$　　③

$y_2=46x_2-1223$　　④

④—③得,$y_2-y_1=46(x_2-x_1)$

即 $46(x_2-x_1)=1$,

∴ $x_2-x_1=\frac{1}{46}\approx0.022$(万亩).

即年 GDP 每增加 1 亿元,需增加建设用地约 0.022 万亩.

例 10　(荆州市,2005)荆州古城是闻名遐迩的历史文化名城,下表是荆州古城某历史景点一周的抽样统计参观人数和门票价格.

星期	一	二	三	四	五	六	日
人数	100	120	100	100	160	230	240

(1) 把上表中一周的参观人数作为一个样本,直接指出这个样本的中位数、众数和平均数,分析表中数据还可得到一些信息,如双休日参观人数远远高于平时等,请你尝试再写出两条相关信息.

(2) 若五一黄金周有甲、乙两个旅行团到该景点参观,两团人数之和恰为上述样本数据的中位数,乙团不超过 50 人,设两团分别购票共付 W 元,甲团人数 x 人,① 求 W 与 x 的函数关系式;② 若甲团人数不超过 100 人,请说明两团合起来购票比分开购票最多可节约多少元.

分析　本题是统计初步和一次函数的综合应用.第(1)小题根据图表写相关信息,是开放性题,答案不唯一,只要符合题意即可.第(2)小题是分段函数,应结合图象分类讨论.

解　(1) 这个样本的中位数为 120(人),众数为 100(人),平均数为 150(人).

信息:① 这一周每天参观人数不低于 100 人;

② 周末参观人数逐渐增多;

③ 一周内参观人数在百人左右的天数最多;

④ 星期日参观人数最多;

⑤ 这一周每天参观人数不超过 240 人;

⑥ 星期五参观人数最接近这一周的平均值;

⑦ 一周内多数天参观人数低于本周参观人数的平均值等等.

(2) ① 由(1)知样本数据的中位数为 120(人),则甲、乙两团共 120 人,其中甲团有 x 人,乙团有$(120-x)$人.

∵ $0<120-x\leqslant 50$,∴ 甲团人数超过 50 人.

i) 当 $50<x\leqslant 100$,$0<120-x\leqslant 50$ 时,

$W=6x+8(120-x)$

即 $W=960-2x(70\leqslant x\leqslant 100)$

ii) 当 $x>100$,$0<120-x\leqslant 50$ 时,

$W=4x+8(120-x)$

即 $W=960-4x(100<x<120)$

∴ 当 $70\leqslant x\leqslant 100$ 时,W 关于 x 的函数关系式为 $W=960-2x$;

当 $100<x<120$ 时,W 关于 x 的函数关系式为 $W=960-4x$.

② 依题意 $x\leqslant 100$,∴ W 关于 x 的函数关系式应为 $W=960-2x(70\leqslant x\leqslant 100)$

根据一次函数的性质知:当 $x=70$ 时,$W_{最大}=960-2\times 70=820$(元)

而两团合起来购票应付费 $4\times 120=480$(元),

∴ 两团合起来购票比分开购票最多可节约 $820-480=340$(元).

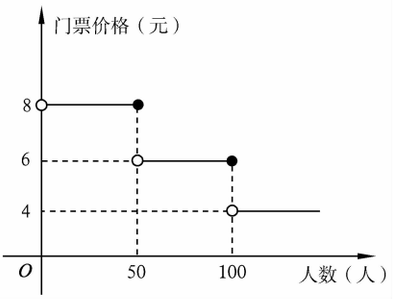


图 1－13

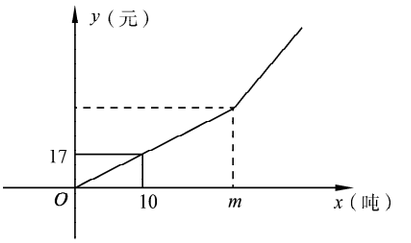


图 1－14

例 11　(潜江市、仙桃市、江汉油田,2005)一位数学老师参加本市自来水价格听证会后,编写了一道应用题,题目如下:

节约用水、保护水资源,是科学发展观的重要体现.依据这种理念,本市制定了一套节约用水的管理措施,其中规定每月用水量超过 m(吨)时,超过部分每吨加收环境保护费$\frac{m}{100}$元.图 1－14 反映了每月收取的水费 y(元)与每月用水量 x(吨)之间的函数关系.

请你解答下列问题:

(1) 根据图象,用简洁的文字语言表述本市收取水费的方案;

(2) 写出 y 与 x 之间的函数关系式,并指出自变量 x 的取值范围;

(3) 按上述方案,一家酒店四、五两月用水量及缴费情况如下表:

月　份	用水量 x(吨)	水费 y(元)
四月	35	59.5
五月	80	151

那么,这家酒店四、五两月的水费分别是按哪种方案计算的?求出 m 的值.

解　(1) 收取水费的方案是:

① 每月用水量超过 m 吨时,按每吨 1.7 元收取.

② 每月用水量超过 m 吨时,超过部分每吨加收$\frac{m}{100}$元.

(2) y 与 x 的函数关系式为 $y=\begin{cases}1.7x(0<x\leqslant m)\\1.7x+(x-m)\times\frac{m}{100}(x>m)\end{cases}$

(3) ∵ $1.7\times35=59.5$ 满足 $y=1.7x$ 这个函数关系式，

∴ 这家酒店四月份的水费是按 $y=1.7x$ 来计算的.

又∵ $1.7\times80=136<151$，

∴ 这家酒店五月份的水费是按 $y=1.7x+(x-m)\times\frac{m}{100}$ 来计算的.

则有 $151=1.7\times80+(80-m)\times\frac{m}{100}$.

即 $m^2-80m+1500=0$.

解得 $m_1=30$，$m_2=50$.

又∵ 四月份用水量为 35 吨，$m_1=30<35$.　∴ $m_1=30$ 舍去.

∴ $m=50$.

说明　第(3)小题求出 m 的值后，应根据题意进行取舍.

例 12　(绍兴市课改区，2006)某校部分住校生放学后到学校锅炉房打水，每人接水 2 升，他们先同时打开两个放水龙头，后来因故障关闭一个放水龙头. 假设前后两人接水间隔时间忽略不计，且不发生泼洒，锅炉内的余水量 y(升)与接水时间 x(分)的函数图象如图.

请结合图象，回答下列问题：

(1) 根据图中信息，请你写出一个结论；

(2) 前 15 位同学接水结束共需要几分钟？

(3) 小敏说："今天我们寝室的 8 位同学去锅炉房连续接完水恰好用了 3 分钟."你说可能吗？请说明理由.

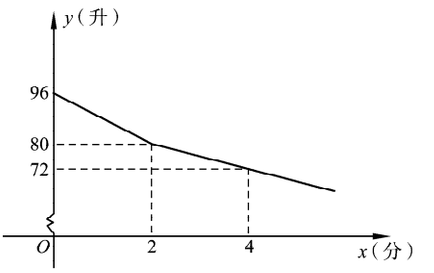


图 1－15

分析　根据图象提供的信息可知，前 2 分钟和 2 分钟后水的流量不同，应注意区别开来，即前 2 分钟和 2 分钟后 y 与 x 的函数关系不一样. 第(2)小题，由 15 位同学接完水后的余水量为 $96-15\times2=66$ 升，可知应根据 2 分钟后的函数关系求解.

解　(1) 锅炉内原有水 96 升；接水 2 分钟后，锅炉内的余水量为 80 升；接水 4 分钟后，锅炉内的余水量为 72 升；2 分钟前的水流量为每分钟 8 升等.

(2) 当 $0\leqslant x\leqslant2$ 时，

设函数解析式为 $y=k_1x+b_1$，

把 $x=0$，$y=96$ 和 $x=2$，$y=80$ 代入得：

$$\begin{cases}b_1=96,\\2k_1+b_1=80,\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}k_1=-8,\\b_1=96,\end{cases}$

∴ $y=-8x+96(0\leqslant x\leqslant2)$.

当 $x>2$ 时，

设函数解析式为 $y=k_2x+b_2$，

把 $x=2$，$y=80$ 和 $x=4$，$y=72$ 代入得：

$$\begin{cases}80=2k_2+b_2,\\72=4k_2+b_2,\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}k_2=-4,\\b_2=88,\end{cases}$

∴ $y=-4x+88(x>2)$.

因为前 15 位同学接完水时余水量为 $96-15\times2=66$(升)，

需要全本请访问 www.ertongbook.com

所以 $66=-4x+88$，

$x=5.5$.

答　前 15 位同学接完水需 5.5 分钟.

(3) ① 若小敏他们是一开始接水的，则接水时间为 $8\times2\div8=2$(分)，即 8 位同学接完水，只需要 2 分钟，与接水时间恰好 3 分钟不符.

② 若小敏他们是在若干位同学接完水后开始接水的，设 8 位同学从 t 分钟开始接水.

当 $0<t\leqslant2$ 时，

则　$8(2-t)+4[3-(2-t)]=8\times2$，

$16-8t+4+4t=16$，

∴ $t=1$(分).

∴ $(2-t)+[3-(2-t)]=3$(分)，符合.

当 $t>2$ 时，

则 $8\times2\div4=4$(分).

即 8 位同学接完水，需 4 分钟，与接水时间恰好 3 分钟不符.

所以小敏说法是可能的，即从 1 分钟开始 8 位同学连续接完水恰好用了 3 分钟.

例 13　(南通市海门课改区，2005)某校八年级(1)班共有学生 50 人，据统计原来每人每年用于购买饮料的平均支出是 a 元. 经测算和市场调查，若该班学生集体改饮某品牌的桶装纯净水，则年总费用由两部分组成，一部分是购买纯净水的费用，另一部分是其他费用 780 元，其中，纯净水的销售价 x(元/桶)与年购买总量 y(桶)之间满足如图所示关系.

(1) 求 y 与 x 的函数关系式；

(2) 若该班每年需要纯净水 380 桶，且 a 为 120 时，请你根据提供的信息分析一下：该班学生集体改饮桶装纯净水与个人买饮料，哪一种花钱更少？

(3) 当 a 至少为多少时，该班学生集体改饮桶装纯净水一定合算？从计算结果看，你有何感想(不超过 30 字)？

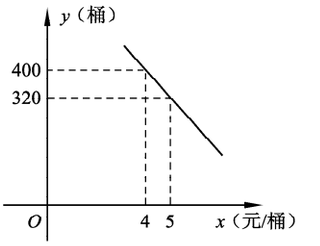


图 1－16

分析　第(3)小题应注意，买桶装纯净水的年总费用由两部分构成，解题时不能漏掉.

解　(1) 设 $y=kx+b$，∵ $x=4$ 时，$y=400$；$x=5$ 时，$y=320$.

∴ $\begin{cases}400=4k+b,\\320=5k+b.\end{cases}$　解之，得 $\begin{cases}k=-80,\\b=720.\end{cases}$

∴ y 与 x 的函数关系式为 $y=-80x+720$.

(2) 该班学生买饮料每年总费用为 $50\times120=6000$(元)，

当 $y=380$ 时，$380=-80x+720$，得 $x=4.25$，

该班学生集体饮用桶装纯净水的每年总费用为 $380\times4.25+780=2395$(元)，显然，从经济上看饮用桶装纯净水花钱少.

(3) 设该班每年购买纯净水的费用为 W 元，则

$W=xy=x(-80x+720)=-80\left(x-\frac{9}{2}\right)^2+1620$，

∴ 当 $x=\frac{9}{2}$ 时，$W_{最大值}=1620$，

要使饮用桶装纯净水对学生一定合算，

则 $50a\geqslant W_{最大值}+780$，即 $50a\geqslant1620+780$，解之，得 $a\geqslant48$.

所以 a 至少为 48 元时班级饮用桶装纯净水对学生一定合算，由此看出，饮用桶装纯净水不仅能省钱，而且能养成勤俭节约的好习惯.

例 14　(长春市,2005)一辆电瓶车在实验过程中,前 10 秒行驶的路程 s(米)与时间 t(秒)满足关系式 $s=at^2$,第 10 秒末开始匀速行驶,第 24 秒末开始刹车,第 28 秒末停在离终点 20 米处.下图是电瓶车行驶过程中每 2 秒记录一次的图象.

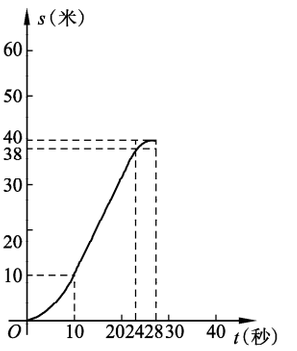


图 1－17

(1) 求电瓶车从出发到刹车时的路程 s(米)与时间 t(秒)的函数关系式;

(2) 如果第 24 秒末不刹车继续匀速行驶,那么出发多少秒后通过终点?

(3) 如果 10 秒后仍按 $s=at^2$ 的运动方式行驶,那么出发多少秒后通过终点?

(参考数据:$\sqrt{5}\approx2.24$,$\sqrt{6}\approx2.45$,计算结果保留两个有效数字.)

分析　由题意可知,电瓶车 10 秒末开始匀速行驶,那么行驶过程的图象应是直线,即 s 与 t 的关系是一次函数.

解　(1) 当 $0\leqslant t\leqslant10$ 时,点(10,10)在 $s=at^2$ 上,

可解得 $a=\frac{1}{10}$,$s=\frac{1}{10}t^2$.

当 $10\leqslant t\leqslant24$ 时,由图象可设一次函数 $s=kt+b$,过(10,10),(24,38),

$\begin{cases}10=10k+b,\\38=24k+b,\end{cases}$ 可得 $\begin{cases}k=2,\\b=-10,\end{cases}$ $s=2t-10$.

(2) 当 $s=40+20=60$ 时,$60=2t-10$,$t=35$.

即如果第 24 秒末不刹车继续匀速行驶,第 35 秒可通过终点.

(3) 当 $s=60$ 时,由 $s=\frac{1}{10}t^2$,

可得 $60=\frac{1}{10}t^2$,$t=\pm\sqrt{600}=\pm10\sqrt{6}$(舍去负值),

$\therefore$ $t\approx25$,即出发约 25 秒后通过终点.

说明　此题涉及物理知识,若不理解匀速行驶,会给解题带来障碍.跨学科的问题在各地中考试题中出现得越来越多,应引起重视.

例 15　(荆门市,2006)某环保器材公司销售一种市场需求较大的新型产品,已知每件产品的进价为 40 元,经销过程中测出销售量 y(万件)与销售单价 x(元)存在如图所示的一次函数关系,每年销售该种产品的总开支 z(万元)(不含进价)与年销售量 y(万件)存在函数关系 $z=10y+42.5$.

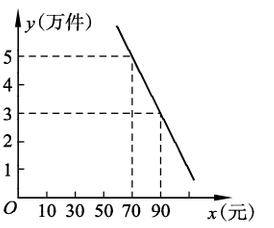


图 1－18

(1) 求 y 关于 x 的函数关系式;

(2) 试写出该公司销售该种产品年获利 w(万元)关于销售单价 x(元)的函数关系式;(年获利=年销售总金额－年销售产品的总进价－年总开支金额)当销售单价 x 为何值时,年获利最大?最大值是多少?

(3) 若公司希望该产品一年的销售获利不低于 57.5 万元,请你利用(2)小题中的函数图象帮助该公司确定这种产品的销售单价的范围.

在此条件下要使产品的销售量最大,你认为销售单价应定为多少元?

解　(1) 由题意,设 $y=kx+b$,图象过点(70,5),(90,3),

$\therefore$ $\begin{cases}5=70k+b,\\3=90k+b.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-\frac{1}{10},\\b=12.\end{cases}$ $\therefore$ $y=-\frac{1}{10}x+12$.

(2) 由题意,得 $w=y(x-40)-z=y(x-40)-(10y+42.5)$

$=\left(-\frac{1}{10}x+12\right)(x-10)-10\left(-\frac{1}{10}x+12\right)-42.5$

$$=-0.1x^2+17x-642.5=-\frac{1}{10}(x-85)^2+80.$$

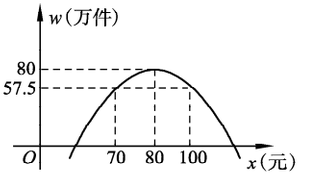


图 1－19

当 85 元时，年获利的最大值为 80 万元.

(3) 令 $w=57.5$，得 $-0.1x^2+17x-642.5=57.2$.

整理，得 $x^2-170x+7000=0$.

解得 $x_1=70$，$x_2=100$.

由图象可知，要使年获利不低于 57.5 万元，销售单价应在 70 元到 100 元之间. 又因为销售单价越低，销售量越大，所以要使销售量最大，又使年获利不低于 57.5 万元，销售单价应定为 70 元.

说明　第(3)题容易忽视题中的隐含条件——销售量最大，得出错误的答案.

例 16　(旅顺口区，2006)通过实验研究，专家们发现：初中学生听课的注意力指标数是随着老师讲课时间的变化而变化的，讲课开始时，学生的兴趣激增，中间有一段时间的兴趣保持平稳状态，随后开始分散. 学生注意力指标数 y 随时间 x(分钟)变化的函数图象如图所示(y 越大表示注意力越集中). 当 $0\leqslant x\leqslant 10$ 时，图象是抛物线的一部分，当 $10\leqslant x\leqslant 20$ 和 $20\leqslant x\leqslant 40$ 时，图象是线段.

(1) 当 $0\leqslant x\leqslant 10$ 时，求注意力指标数 y 与时间 x 的函数关系式；

(2) 一道数学综合题，需要讲解 24 分钟，问老师能否经过适当安排，使学生听这道题时，注意力的指标数都不低于 36.

解　(1) 设 $0\leqslant x\leqslant 10$ 时的抛物线为 $y=ax^2+bx+c$，由图象知抛物线过(0,20)，(5,39)，(10,48)三点，

$$\therefore \begin{cases} c=20 \\ 25a+5b+c=29 \\ 100a+10b+c=48 \end{cases} \quad 解得 \begin{cases} a=-\frac{1}{5} \\ b=\frac{24}{5} \\ c=20 \end{cases}.$$

$\therefore y=-\frac{1}{5}x^2+\frac{24}{5}x+20$，$(0\leqslant x\leqslant 10)$.

(2) 由图象知，当 $20\leqslant x\leqslant 40$ 时，$y=-\frac{7}{5}x+76$.

当 $0\leqslant x\leqslant 10$ 时，令 $y=36$，得 $36=-\frac{1}{5}x^2+\frac{24}{5}x+20$.

解得 $x_1=4$，$x_2=20$(舍去).

当 $20\leqslant x\leqslant 40$ 时，令 $y=36$，得 $36=-\frac{7}{5}x+76$.

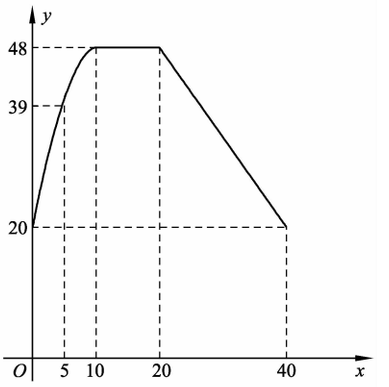


图 1－20

解得 $x=\frac{200}{7}=28\frac{4}{7}$.

$\because 28\frac{4}{7}-4=24\frac{4}{7}>24$，

$\therefore$ 老师可以通过适当的安排，在学生的注意力指标数不低于 36 时，讲授完这道数学综合题.

例 17　(黄冈市课改区，2006)英山县某茶厂种植“春蕊牌”绿茶，由历年来市场销售行情知道，从每年的 3 月 25 日起的 180 天内，绿茶市场销售单价 y(元)与上市时间 t(天)的关系可以近似地用如图①中的一条折线表示. 绿茶的种植除了与气候、种植技术有关外，其种植的成本单价 z(元)与上市时间 t(天)的关系可以近似地用如图②的抛物线表示.

(1) 直接写出图①中表示的市场销售电价 y(元)与上市时间 t(天)$(t>0)$的函数关系式；

(2) 求出图②中表示的种植成本单价 z(元)与上市时间 t(天)$(t>0)$的函数关系式；

(3) 认定市场销售单价减去种植成本单价为纯收益单价，何时上市的绿茶纯收益单价最大？

(说明:市场销售单价和种植成本单价的单位:元/500克.)

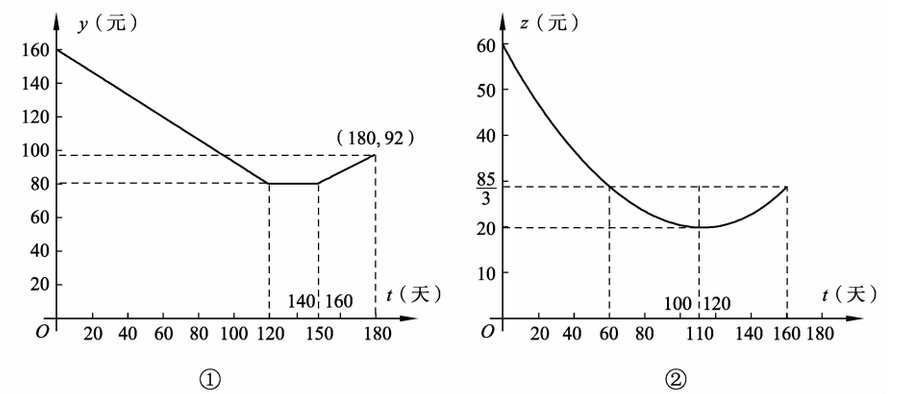


图 1－21

解　(1) 依题意,可建立的函数关系式:

$$y=\begin{cases}(-2/3)t+160 & (0<t<120),\\ 80 & (120\leqslant t<150),\\ (2/5)t+20 & (150\leqslant t\leqslant 180).\end{cases}$$

(2) 由题目已知条件可设 $z=a(t-110)^2+20$.

∵ 图象过点$(60,85/3)$,∴ $85/3=a(60-110)^2+20$,∴ $a=1/300$.

∴ $z=1/300(t-110)^2+20(t>0)$.

(3) 设纯收益单价为 W 元,则 $W=$销售单价$-$成本单价.

故　$$W=\begin{cases}(-2/3)t+160-1/300(t-110)^2-20 & (0<t<120),\\ 80-1/300(t-110)^2-20 & (120\leqslant t<150),\\ (2/5)t+20-1/300(t-110)^2-20 & (150\leqslant t\leqslant 180).\end{cases}$$

化简得　$$W=\begin{cases}-1/300(t-10)^2+100 & (0<t<120)\\ -1/300(t-110)^2+60 & (120\leqslant t<150)\\ -1/300(t-170)^2+56 & (150\leqslant t\leqslant 180)\end{cases}$$

① 当 $W=-1/300(t-10)^2+100$　$(0<t<120)$时,有 $t=10$ 时,W 最大,最大值为 100;

② $W=-1/300(t-110)^2+60$　$(120\leqslant t<150)$时,由图象知,有 $t=120$ 时,W 最大,最大值为$59(2/3)$;

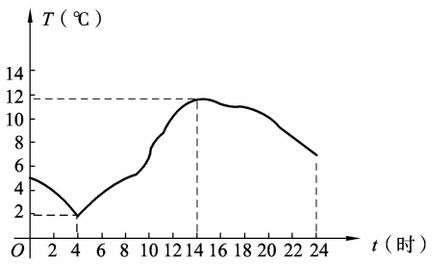
③ 当 $W=-1/300(t-170)^2+56$　$(150\leqslant t\leqslant 180)$时,有 $t=170$ 时,W 最大,最大值为 56,

综上所述,在 $t=10$ 时,纯收益单价最大,最大值为 100 元.

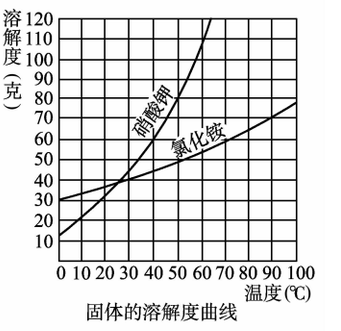
【热点考题精练】

1. 填空题

(1) (孝感市,2001)如图是某气象工作者利用仪器绘制的某地某天的气温图,观察气温图可知,气温 T 与时间 t _____函数关系(在"是"或"不是"中选一种填写);当 $t=$_____时,气温最低;当_____$\leqslant t\leqslant$_____时,气温呈上升状态;昼夜温差(最低气温与最高气温的差的绝对值)为_____℃.



第 1(1)题

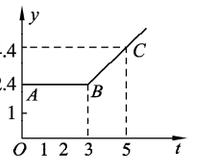


固体的溶解度曲线

第 1(2)题

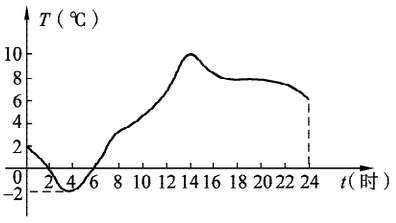
(2)（北京市西城区，2001）如图，观察硝酸钾和氯化铵在水里的溶解度，当温度为 40℃时，_____的溶解度大于_____的溶解度.

(3)（常州市，1999）如图中的折线 ABC，为甲地向乙地打长途电话所需付的电话费 y（元）与通话时间 t（分钟）之间的函数关系的图象. 当 $t \geqslant 3$ 时，该图象的解析式为_____；从图象中可知，通话 2 分钟需付电话费_____元；通话 7 分钟需付电话费_____元.

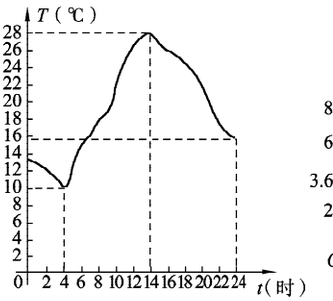


第 1(3)题

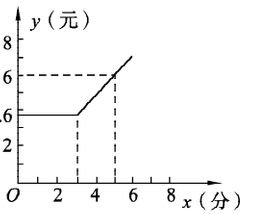
(4)（广西，1999）下图是桂林冬季某一天的气温随时间变化的图象，请根据图象填空：在_____时气温最低，最低气温为_____℃，当天最高气温为_____℃，这一天的温差为_____℃（所有结果都取整数）.



第 1(4)题



第 1(5)题



第 1(6)题

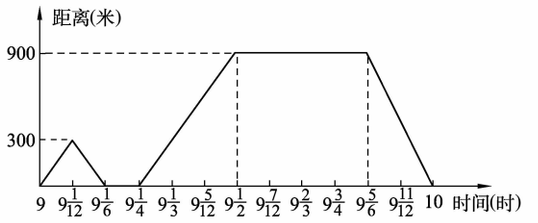
(5)（济南市，2000）上图是济南春季某一天的气温随时间变化的图象，根据图象回答：在这一天中，最低气温是_____℃，最高气温是_____℃.

(6)（长沙市，2000）长沙向北京打长途电话，设通话时间 x（分），需付电话费 y（元），通话 3 分钟以内话费为 3.6 元. 请你根据如上图 y 随 x 变化的图象，找出通话 5 分钟时，需付电话费_____元.

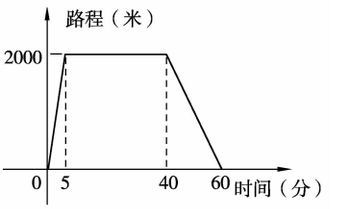
(7)（泉州市，2002）星期日上午小王从家中出发到距家 900 米的书店买书，如图是 9 至 10 时这段时间内他与家的距离随时间变化的图象，根据此图象，请你用简短的语句分别叙述小王在 9 时 10 分至 9 时 15 分与 9 时 30 分至 9 时 50 分这两段时间内活动的情况：

9 时至 9 时 15 分：_____；

9 时 30 分至 9 时 50 分：_____.



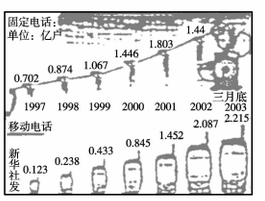
第1(7)题



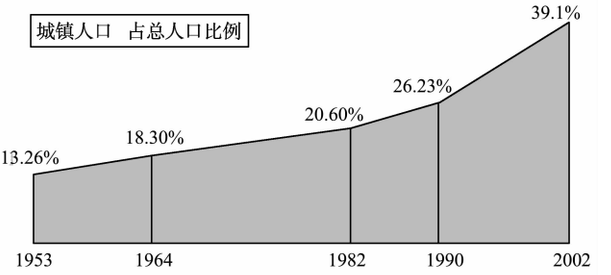
第1(8)题

(8)(**怀化市**,2002)**周末张明从家去文化馆看画展,去时乘公共汽车,看完后步行回家,所行路程与时间的关系如图所示,则张明家到文化馆的路程是_____米,他在文化馆留_____分钟,回家时步行速度是_____米/分钟.**

(9)(**杭州市**,2003)**据信息产业部2003年4月公布的数字显示,我国固定电话和移动电话用户近年来都有大幅度增加.移动电话用户已接近固定电话用户.根据下图所示,我国固定电话从_____年至_____年的年增加量最大;移动电话从_____年至_____年的年增加量大.**



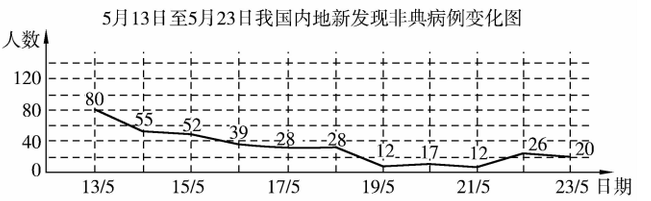
第1(9)题



第1(10)题

(10)(**安徽省**,2003)**城镇人口占总人口比例的大小表示城镇化水平的高低.由统计图可知,我国城镇化水平提高最快的时期是_____.**

(11)(**泰州市**,2003)2003**年5月24日《中国青年报》刊登了这样一幅图:**



第1(11)题

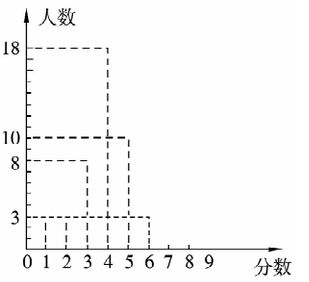
请用简洁的语言描述出2003年5月13日到5月23日我国内地新发现非典病例变化情况:_____.

(12)(**黄冈市**,2003)**现有**A、B**两个班级,每个班级各有45名学生参加一次测验.每名参加者可获得**0,1,2,3,4,5,6,7,8,9**这几种不同的分值中的一种.测试结果**A**班的成绩如下表所示,**B**班的成绩如图所示.**

分数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
人数	1	3	5	7	6	8	6	4	3	2

① 由观察所得，_____班的标准差较大；

② 若两班合计共有 60 人及格，则参加者最少获_____分才可以及格.



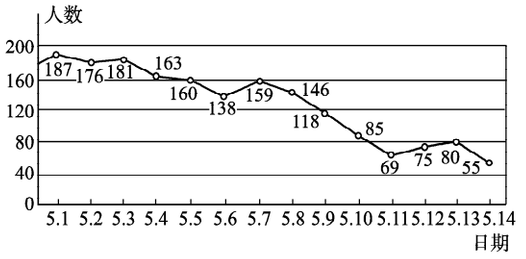
第 1(12)题

(13)（桂林市，2003）2003 年，在我国内地发生了“非典型肺炎”疫情. 在党和政府的正确领导下，疫情得到有效控制. 上图是 5 月 1 日至 5 月 14 日的内地新增确诊病例数据走势图（数据来源：卫生部每日疫情通报）. 从图中可知道：

① 5 月 6 日新增确诊病例人数为_____人；

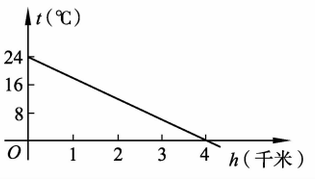
② 在 5 月 9 日至 5 月 11 日三天中，共新增确诊病例人数为_____人；

③ 从图上可看出，5 月上半月新增确诊病例总体呈_____趋势.

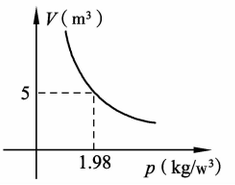


第 1(13)题

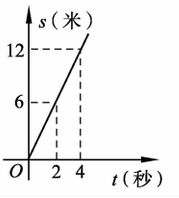
(14)（大连市，2000）在空中，自地面算起，每升高 1 千米气温下降若干度（℃）. 某地空中气温 t（℃）与高度 h（千米）间的函数的图象如图所示，观察图象可知：该地面气温为_____℃. 当高度 h _____千米时，气温低于 0℃.



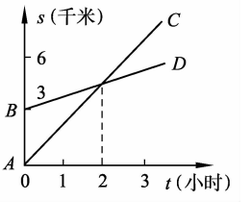
第 1(14)题



第 1(15)题



第 1(16)题



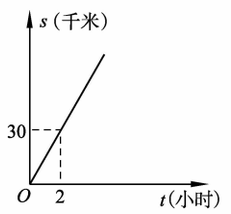
第 1(17)题

(15)（昆明市，2001）一定质量的二氧化碳，其体积 $V(m^3)$ 是密度 $\rho(kg/m^3)$ 的反比例函数，请根据图中的已知条件，写出当 $\rho=1.1kg/m^3$ 时二氧化碳的体积 $V=$_____ m^3.

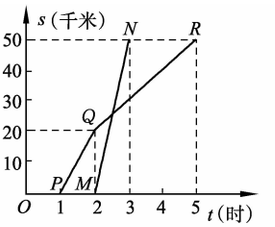
(16)（广东省，2001）小华有一次以均匀速度从学校跑回家，跑的路程 s（米）与时间 t（秒）之间的函数图象如图所示，则 s（米）与 t（秒）之间的函数关系式是_____.

(17)（无锡市，2000）已知 A 地在 B 地的正南方 3 千米处，甲、乙两人同时分别从 A，B 两地向正北方向匀速直行，他们与 A 地的距离 s（千米）与所行的时间 t（小时）之间的函数关系由如图的图象 AC 和 BD 给出. 当他们行走了 3 小时的时候，他们之间的距离为_____千米.

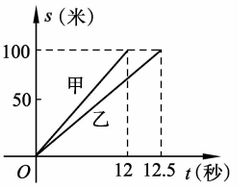
(18)(龙岩市、宁德市、南平市、莆田市,2000)某物体运动的路程 s(千米)与运动时间 t(小时)成正比例关系,它的图象如图所示,则当 $t=3$ 小时时,物体运动所经过的路程为_____千米.



第 1(18)题



第 1(19)题

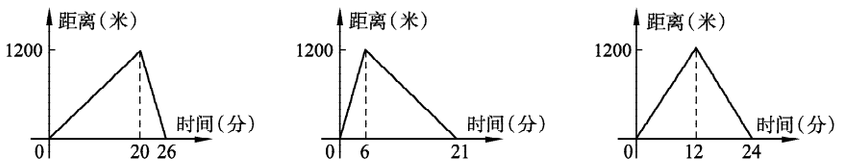


第 1(20)题

(19)(连云港市,2000)A,B 两地相距 50 千米,甲于某日下午 1 时骑自行车从 A 地出发驶往 B 地,乙也于同日下午骑摩托车从 A 地出发驶往 B 地.图中的折线 PQR 和线段 MN 分别表示甲和乙所行驶的里程 s 与该日下午时间 t 之间的关系.试根据图形填空:① 甲出发_____小时,乙才开始出发;② 乙行驶_____小时就追上甲,这时两人离 B 地还有_____千米.

(20)(南昌市,2001)假定甲、乙两人在一次赛跑中,路程 s 与时间 t 的关系如图所示,那么可以知道:① 这是一次_____米赛跑;② 甲、乙两人先到达终点的是_____;③ 乙在这次赛跑中的速度为_____米/秒.

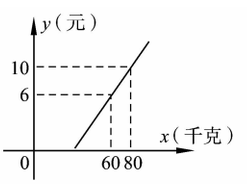
(21)(吉林省,2001)小刚、爸爸、爷爷同时从家中出发到达同一目的地后都立即返回.小刚去时骑自行车,返回时步行;爷爷去时是步行,返回时骑自行车;爸爸往返都步行.三个人步行的速度不等.小刚与爷爷骑车的速度相等.每个人的行走路程与时间的关系分别是下面三个图象中的一个.走完一个往返,小刚用_____分钟.爸爸用_____分钟,爷爷用_____分钟.



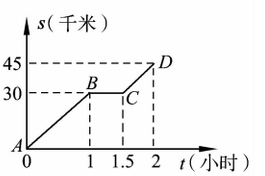
第 1(21)题

(22)(甘肃省,2001)长途汽车客运公司规定旅客可随身携带一定重量的行李,如果超过规定,则需要购买行李票,行李费用 y(元)是行李重量 x(千克)的一次函数,其图象如图所示,则 y 与 x 之间的函数关系式是_____,自变量 x 的取值范围是_____.

(23)(无锡市,2001)某人从甲地出发,骑摩托车去乙地,途中因车出现故障而停车修理,到达乙地时正好用了 2 小时.已知摩托车行驶的路程 s(千米)与行驶的时间 t(小时)之间的函数关系由如图的图象 $ABCD$ 给出.若这辆摩托车平均每行驶 100 千米的耗油量为 2 升,根据图中给出的信息,从甲地到乙地,这辆摩托车共耗油_____升.



第 1(22)题



第 1(23)题

(24)(玉林市,2004)某电信公司推出手机两种收费方式:A 种方式是月租 20 元,B 种方式是月租 0 元.一

需要全本请访问 www.ertongbook.com