第一章
小学数学教育的性质和任务

数学是什么？它究竟有哪些性质和特征？而作为学校课程的数学（或称作为学科的数学）又有哪些性质和特征？数学教育，尤其是小学数学教育的本质又是什么？这些问题都是构成数学课程与教学的基本的认识问题。

第一节　数学及其数学学科

一、数学的本质及其特征

1. 数学是什么

数学(Mathematic) 是什么？多少年来，人们一直试图从哲学层面思考这个问题。追溯到公元前 4 世纪，柏拉图（Plato）及其学生亚里士多德(Aristotle) 等就认为，数学的对象就是存在于思想之外的客观世界。一直到了 19 世纪的中叶，非欧几何的确立，促使人们开始认识到，数学除了存在于客观的外部世界之外，还存在于人类的头脑中，因为人类的头脑具有构造新的数学的能力。于是,数学开始逐渐摆脱对现实世界(实验的或感觉的)的依赖,走向对逻辑体系的依赖。

厄尔内斯特(P. Ernest) 指出[①]，对数学知识本质的认识，2000 多年来，我们一直是从知识的哲学的角度来这样考量的，认为知识可以依照对其进行论证的依据来分类,分为‘ 先验知识 ’和‘ 后验知识 ”。所谓先验知识，就是“ 由仅仅根据推理而断定的那些命题所组成,而不依赖对现实世界的观察 ”,而‘ 这里的推理由逻辑演绎及词语的涵义构成 ”。所谓后验知识，是指“ 由依据经验确定的命题组成 ”,它‘ 依赖对世界的观察 ’[②]。从而推断出，“ 数学知识归属于先验知识，因为它只由基于推理而断定的命题而构成。推理包括演绎逻辑和所用的定义，连同我们所假定的数学公理或公设，构成了推断数学知识的基础。由此，数学知识的基础，即确定数学命题

① 参阅 Paul Ernest:《数学教育哲学》,上海教育出版社,1998 年版,第 4 页。

② 同① ,第 5 页。

真理性的依据，是由演绎证明所组成的”。

而一些建构主义者认为，虽然人类的知识、规则和约定对数学真理的确定和判定起着关键的作用，但是数学知识和概念本身是发展和变化的，是在猜想和反驳中得到发展的。他们认为，从数学知识的生成角度看，可能一个新的数学知识从主观知识（个体创造的知识)开始,在生成过程中,个体可能是先去‘再建构’那些客观知识,同时,在某些方面的制约下(如个体的理解力、深层的判断以及推理等），使知识的呈现具有一定独特性的主观表征，并再对这些具有主观表征的知识进行某些“再创造”，从而建构具有自己独特性的数学知识。这些知识通过发布与共享，在更多群体间的审视、修正等活动后再形成并被接受，就成为客观知识。而在数学学习中，这种新的客观知识又被个体内化和建构，成为个体的主观知识，为个体的数学再创造和新的建构提供条件。

弗兰登塔尔(H. Freudenthal)认为：“普通常识的经验被结合成为规律，并且这些规律再次成为普通的常识，即较高层次的常识,作为更高层次数学的基础。’[①]赫什(P. B. Hirsch) 也认为②,数学的对象虽然是由人类发明和创造的，但是它们不是任意被创造的，而是在已经存在着的数学对象的活动中以及从科学或日常生活的需要中产生的。数学知识一旦被创造，其所具有的性质的确定性就是明确的，虽然有时可能我们难以发现这些性质，但它们却是独立于我们的知识而存在的。可见，从数学由其发生（即生成）的角度看,它的体系实际上是由‘发现性知识’和‘构造性知识’两部分所构成的。前者是指存在于现实世界中的具有确定性的“事实”，而后者则是指通过一定的逻辑规则“创造”的具有确定性的

① 参阅弗兰登塔尔:《数学教育再探》,上海教育出版社,1998 年版,第 14页。

② 参阅 D. A. 格劳斯：《数学教与学研究手册》，上海教育出版社，1998 年版,第 87 页。

“性质”。

实际上，只要我们考察一下数学的历史，就可以看到它的发展存在着两个起点：

一个是以实际问题为起点，即是为了了解客观存在的内部性质的需要，用以解决实践上的问题。例如，力学中要研究抛物体的运动轨迹，需要用图形来描述，从而帮助分析，但如何作出这些曲线图形呢？笛卡尔用代数方法来研究这些曲线的特点，于是解析几何就产生了。

另一个是以理论问题为起点，即是为了了解思想存在的内部性质的需要，用以解决理论上的问题。例如，5 世纪的普多克罗斯（Pudkyols)注意到,一个圆的直径可以将整个圆分成两半,但由于圆的直径有无限多，因此，必定存在着两倍于直径的半圆。而伽利略却注意到，每个正整数与它的平方能建立一一对应的关系，而这些正整数的平方的集合应是正整数集合的真子集，这样就构成了一个整体和它的部分相等的悖论（史称伽利略悖论）。为了解决这个悖论，康托(Kant，I.）等作了研究，创立了集合论，并创造性地提出了‘超越数’的概念。

当然，数学的最终起点还是现实世界，它更多地来自于人类的问题提出和问题解决，是人类力图对现实世界的最本质的和最一般的反映。超越现实世界的数学的产生，其目的还是为了获得对现实世界更合理、更准确的最一般的反映。那么，这个最一般的反映又是什么呢？

恩格斯曾对数学的这种性质作过如下的描述[①]“数学就是研究现实世界的空间形式和数量关系的一种科学。”而近来，人们逐渐开始发现，数学不仅仅是研究空间形式，也研究空间关系。同时，数学也不仅仅是研究数量关系，也研究数量形式。

①参阅恩格斯：《反杜林论》，人民出版社，1970 年版,第 3 页。

综合各种观点，不妨借鉴前苏联的《哲学百科全书》中关于数学本质的描述①，对什么是数学作这么一个回答：数学是一门撇开内容而只研究形式和关系的科学，而且首先主要是研究数量的和空间的关系及其形式。一般说来，数学的研究对象可以是客观现实中的任何形式或关系，只要这些关系和形式在客观上能完全独立于它们的具体内容，而又能精确地表达它们的概念。因此，数学就可以定义为：是关于逻辑上是可能的、纯粹的（即抽去了具体内容的）形式科学，或者说是关于关系系统的科学。

为此，我们似乎就可能获得这么一个简单的结论：数学是研究存在的(或称客观的、现实的)的形式或关系的科学,即是对现实世界的研究。同时,数学还是研究思想的(或称主观的、先验的)的形式或关系的科学，即是对数学世界的研究。数学还具有这样几个性质② 第一,数学的对象是由人类发明或创造的 第二,数学的创造源于对现实世界和数学世界研究的需要；第三，数学性质具有客观存在的确定性；第四，数学是一个发展的动态体系。

2. 数学有哪些特征

一般认为，数学具有抽象性、逻辑严谨性和运用的广泛性这三个特征。

2.1 抽象性

我们知道，任何一门科学都不是直接处理现实对象，而是用一定的方法去处理其抽象的反映，这些方法就是我们通常所说的“模型”。而数学则是处理所有这些模型的抽象，是这些模型的一般模式。数学抽象性的最显著的特征，就是往往用模型来概括同类对

① 参阅张永春:《数学课程论》,广西教育出版社,1999 年版,第 16～17 页。

② 参阅唐瑞芬主编：《数学教学理论选讲》，华东师范大学出版社,2001 年版,第 6 页。

象或同类对象关系。显然，数学是抽去了具体内容的一种形式，是作为一个独立的客体而存在的，它是用形式化、符号化和精确化的语言来表现的一种‘ 抽象的抽象 ’或‘ 概括性的抽象 ”,它是以‘ 一切存在的抽象的模型的模型 [①] ”而呈现的，是一种不具有任何物质的和能量特征的抽象。例如，数学研究的“ 直线 ”，是一种没有长短、粗细、轻重和颜色等任何能量特征的‘ 理想化 ’的对象。

2.2 逻辑严谨性

数学具有严密的逻辑严谨性，即数学的结果是从一些基本概念（或公理）出发并采用严格的逻辑推论而得到的。这种推论（推理）对于每一个懂得这样的规则并拥有一定数学基础的人来说，都是无需争辩的和确信无疑的。在这里，经验能起到一定的作用，但经验本身却不是获得数学推论的依据。数学的逻辑严谨性还带来了数学的精确性，也就是说，数学的表述具有相当严密的惟一性。而且数学语言常常反映在其他学科（尤其是自然学科）之中，用来准确地表述概念或由经验所获得的发现。

数学的逻辑严谨性还表现在它的系统性。数学体系本身是一个精确的自然结构，而且是所有自然结构中最具有完美模型特征的。它是以最简洁、最精确、最稳定的模型来揭示最本质、最抽象的关系系统的理论。通常认为，科学的逻辑结构要素是原则、法则、基本概念、理论、思想等,而数学尤为注重法则(规则)。从算术的角度看，其知识的主要逻辑结构的要素是概念、性质、定理、法则、公式、基本方法、基本思想等等。

正如弗兰登塔尔所说[②],数学与其他思维相比,有一个最大的特点，那就是对任何一个陈述都可以确定其对或错。因为只有数

① 参阅弗利德曼：《中小学数学教学心理学原理》, 北京师范大学出版社，1987 年版 ,第 49 页。

②参阅弗兰登塔尔：《作为教育任务的数学》，上海教育出版社,1999 年版 ,第 136 页。

学可以加上一个强有力的演绎结构。这就是所谓数学的逻辑严谨性。当然，当数学科学变得很严谨的时候，它就表现出一种不可忽视的人为的特性，以至于它忘掉了自己的历史起源，如常常只显示出问题是如何解决的，却没有显示出问题是如何提出的，以及是为什么提出的,等等。

2.3 运用的广泛性

数学的对象领域涉及到整个客观世界。数学是解决我们生活和生产中所碰到的问题的主要工具。因为没有一个物质的领域不呈现出数学可以研究的现象或规律，尤其是科学技术发展到今天，数学已经渗透到人们的所有生活之中，所以，数学可以运用到各个方面。同时，数学还在其他的科学中占有特殊的地位，因为无论是自然科学、社会科学还是思维科学，都可借用数学的逻辑严密性和抽象性来做更为精确的研究或描述。

二、数学学科

“学科”是一个教育学的概念，是学校课程内容中的一定科学领域的总称。当数学成为学校的教育教学对象时，就被称之为“数学学科”。它源于数学科学，又有一定的独特性。

1. 数学学科的特定性

数学学科自然是由数学知识构成的，因此它也具有明显的结构性和层次性。构成数学学科的知识，有的属于构造性知识，如一些公理性知识,像几何系统中的‘点’‘线’这样的知识,往往是构成知识系统的基础，是一些基本的元素；有的属于常规性知识，如“十进位制计数法”“除法运算法则”等,这些知识往往是构成数学推理或数学语言的基础，使得某些逻辑运算有可能按一个同一的规则来进行;有的属于特构性知识,如‘等势’等,用来解释或描述一些关系；更多的是属于发现性知识。所谓构造性知识，即非依赖

于对观察自然界而客观存在的知识。所谓发现性知识，即是一种客观性事实或规律，数学的任务是将这些客观性事实或规律抽象成一个个的模型。

2. 数学学科的逻辑性

数学学科的课程从产生开始，就显示出知识内容之间很强的逻辑性。因为数学学科的课程是在研究人类数学科学的基础上逐步演化而来，而数学科学的形成与发展又是在严密的逻辑推理上建立的，所以说，数学学科课程秉承了数学科学的固有特征。同时，由于数学学科所面对的人群的特定性的不同，这种逻辑性体现在数学学科的内容上就有两个明显的特征，即显示数学科学内在的逻辑性和适应学生心理发展的逻辑性。

2.1 显示数学科学内在的逻辑性

对数学学科的内容来说，它与数学科学一样，其内在知识的逻辑联系是十分紧密、层层相连、缺一不可的。往往前面阶段学习的知识是后面学习的基础，而后面学习的知识又是前面知识的发展。例如，小学数学中的加法交换律，学生从一年级起在认识 10 以内的数时，教材就开始渗透两个数位置交换，它们的值不变的意识；在二年级学习两位数加法时，又渗透这种意识；直至三年级教材才安排讲解这一定律概念。而在五、六年级的教材编排中，又安排了用小数和分数来进一步强化认识加法的交换律。这前后之间具有很强的逻辑关系，如果没有低年级的具体数据的渗透，那么高年级学生就不能理解抽象的定律。

2.2 适应学生心理发展的逻辑性

虽然数学科学是不依附于任何人而独立存在的，但是数学学科是依附于受教育者而存在的。因此，数学学科的知识除了遵循其自身的内在逻辑之外，还必须遵循学生的心理发展的逻辑性，要按学生心理发展的规律来组织学习内容。这种逻辑性体现在其内

容体系上，一般都是按由易到难、循序渐进的程序排列的，这种排列可以有序地发展学生的心智技能。

如上面所说的加法交换律，课程之所以安排三年级学生才正式学习加法交换律概念，就是根据儿童心理发展的规律来设计的。通常，儿童在三年级的年龄阶段，思维发展水平才逐步从形象思维过渡到抽象思维，守恒概念才开始真正建立。只有在这一阶段他们才有能力来理解、接受抽象的数学定律。而如果将加法交换律放在一年级阶段直接向学生讲解，那么就不符合小学生的心理发展规律，儿童也就无法理解，更不可能发展他们的心智技能。

当然也应该看到，当数学学科的课程过于依赖数学科学固有的注重逻辑性和惟一性特征时，在课堂学习过程中，就容易对儿童思维品质的形成产生一定的负面影响，特别是对培养他们的创造性思维影响更大。“可以想象，当一门学科经过专家、学者的专门整理，成为一种最经济的继承科学知识的学习框架时，它就有可能转化为一种难以完全按照学习者的需求，以及学习者现有的经验和认知水平的发展规律来思考的课程策略。”①学生在课堂中，他们的思考方向、学习过程和结果，很容易被专家们精选组织的教材内容和形式所左右，学生们往往很难按照自己观察到的方式去解释自然现象和社会现象，很难按照自己思考的方式去获得发现。当我们“让儿童面对的是那些大量的、由成人自上而下地从文化中选择或编造出来的，而往往又仅是社会的数学精英们谙熟的，却与儿童的生活相割裂的，以生疏的符号、概念、命题或公式为主要呈现方式的那些数学主题、语言和材料②”时，我们就把学习者的学

① 参阅孔企平等：《小学数学教学原理与方法》，华东师范大学出版社，2002 年版,第 12 页。

② 参阅杨庆余：小学数学教育中 hands-on 的一些断想与尝试,《2001 海峡两岸小学教育学术研讨会文集》，高雄复文图书出版社。

习活动与认识世界的过程割裂开了。

第二节　对小学数学的再认识

作为教育的数学和作为科学的数学是不完全相同的。首先，从知识体系看，作为科学的数学，是一个完整的、独立于任何人的任何知识结构而存在的特定的知识和思想体系。而作为教育的数学，则是一个经过人为的加工和提炼的，依据某一特殊人群（作为获得基础的人类文化遗产的学生）的特殊需要（即数学教育的目标）和经验、知识与能力结构而设计的知识和思想体系。第二，从数学活动看，作为科学的数学，是一类专门的人(可以称之为‘数学家”的那些人）的一个完全独立的探索、发现与创造的活动过程。而作为教育的数学，则是一类专门的人(可以称之为‘学生’的那些人)在某些专门的人(可以称之为‘教师’的那些人)的引导和帮助下的一个模仿探索、发现与创造的活动过程。第三，从对象看，作为科学的数学，其对象是一个完全由符号、概念和规则等构成的和完全开放的逻辑结构系统。而作为教育的数学，其对象则是含有经验、直观的和几乎是封闭的逻辑结构系统。最后，从活动的目的看，作为科学的数学活动，是为了获得发现和创造数学。而作为教育的数学活动，是为了‘接受’已经发现和创造的数学。

一、生活数学观

长期以来，我们一直认为，作为教育的数学，就是指存在于数学科学体系中的，并经专业人士或专家加工和重新组织的一部分——被精简了的和形象化了的最基础的那一部分。正像厄尔内斯特描述的那样，我们一直认为，“数学是由人造就并惟一地存在于人的大脑，因此，学习数学的人的大脑造就或再造就数学就是必

然的。在这个意义上，学习数学的人正是造就数学的人”[①],即学习数学就是为了在大脑中“再造就”系统的和严密的数学知识。因此，我们往往将学校数学和科学的数学一样，也看作是一种形式数学。

而生活数学，是一种存在于生活实践活动中的非形式数学，是人们在社会生活实践活动中获得交流和理解的数学。长期以来，人们一直将生活数学排斥在数学科学之外，认为它是一种纯经验的、非精确化了的、没有一个自然结构和严密逻辑体系的知识群。于是,人们就认为,作为科学的数学,是一种抽象符号的数学,更多运用的是逻辑和推理；而作为生活的数学，则是一种经验符号的数学，更多运用的是语言和直觉。

正因如此，长期以来，我们是将儿童在学校的数学学习活动与他们在生活中的经验活动割裂开的。实际上，儿童在日常的生活实践中，也有许多的有意识的经验活动（被认为是形成“日常科学”的途径），并通过这种活动形成了许多的“日常概念”(也称为前科学概念——一种由经验而形成的非精确化的概念）。如果儿童的数学学习成为“日常概念”与科学概念交互作用的过程，那么这种学习是将儿童日常的生活或经验与数学科学结合起来的最好的桥梁。可惜，在数学教学中，我们常常不是去利用儿童已有的生活经验，而是可能会去用规范的数学概念将他们已有的生活经验与数学科学割裂开来。

长期的研究已经表明，儿童常常是通过探索他们自己的生活世界和精神世界来了解并获得学习的，是通过自己的大量的实践活动来获得数学知识的，是通过许许多多的问题解决过程来发展自己的数学认知能力的。儿童认识数学的起点并不是符号所组成的逻辑公理，而是他们自己的生活实践所形成的经验。儿童的数

① 参阅 Paul Ernest:《数学教育哲学》,上海教育出版社,1998 年版,第 244 页。

学活动也不是从观察符号开始，用逻辑推理来进行的，而是从观察现象，用特征归纳来进行的。

例如,一个儿童,两只手上都有几块糖果,他想知道有多少,就会用数数的方式，从一只手上的糖果开始数起，依次数到第二只手上的最后一块糖果。这样的活动进行了几次以后，他突然会将两只手上的糖果一起倒在桌上，然后再来数。于是，他就构建了基本的‘ 加法 ’思想。

事实上，在儿童的生活中处处有着数学，数学就在他们所有碰到的现象中，在他们所有遇到的问题中，在他们所有采取的行为方式中。因此，“ 应该使数学成为儿童生活中的一个部分。我们要让儿童认识到，数学知识就是源于他们普通的社会生活的常识，他们当中的每一个人都有可能在一定的指导下，通过自己的实践活动来获得这些知识。要让儿童在接触属于他们自己的物质世界和接触其他儿童的过程中发现问题，并能用数学的思想和方法去解决问题，从而有可能去建立数学概念，形成数学结构，发展数学素养。这就是儿童学习数学的实践价值所在 ”①。

尼斯(Niss)指出“数学教育的目的应该使学生能够认识、理解、判断、运用数学,并能经常在社会中运用数学,特别要在对学生的个人、社会及职业生活有实际意义的背景中运用数学。 ”②厄尔内斯特也认为③：“ 数学是社会的建构，它的发展来自人的创造和人的决断，因此，中小学数学不应是外在的知识，让学生感到陌生，而要处于学生的文化和生活现实中。 ”正如杜威(Dewey)所说④,必须填平儿童兴趣和经验与科学之间的鸿沟，儿童的经验和文化应

① 参阅杨庆余.我们应该怎样教数学,《学科教育》,2001 年第 12期。

② 转引自 Paul Ernest:《数学教育哲学》,上海教育出版社,1998 年版,第 245 页。

③ 同②,第 247 页。

④ 同②,第 240 页。

该成为学校学习的基础。显然，对于学校来说，可能数学就是教育课程中的一个部分，而对于儿童来说，可能数学就是他们社会实践中的一个部分。所以，作为学校课程的数学，所要解决的一个关键问题是，如何通过合理的组织来帮助儿童实现生活经验的“数学化”?

二、儿童数学观

我们所理解的数学，往往就是指作为科学的数学，一种成人的、纯粹形式化的数学，一种从公理体系开始，通过非常严格的逻辑演绎的发展而形成的数学，一种为了理解数学世界而学习的数学。而儿童的数学，受“数学学科就是数学科学的一部分”的观念的影响，也就常常被认作是“需要儿童接受的数学科学的一部分——如关于算术的逻辑体系”。实际上，所谓儿童的数学，就是作为儿童生活的数学，一种非完全形式化的、从日常经验开始，通过并不严密的归纳概括的发展而形成的数学，一种为了理解生活世界而学习的数学。

例如,在弗兰登塔尔看来,一个 6 岁的儿童用手指或计算器算出 8＋5＝13 ,对成人来说,可能那并不算是数学,但对这个年龄层次的儿童来说，这就是一个严格的数学证明。又如，儿童认识加法就是从已有的生活经验开始，在具体的数数的基础上概括形成的。可见，我们所理解的成人数学，与儿童的数学还是有一定的差异的，这种差异主要表现在以下几方面：

首先，表现在数学学习的层次上有差异。成人往往用的是逻辑演绎，而儿童往往用的是经验归纳。

其次，表现在数学活动的过程上有差异。成人更多的是抽象的符号操作，而儿童更多的是直观材料的操作。例如，对于“均分”，开始时，儿童可能会依照经验，为了保证每个人所得的同样多，就用一种类似于一群人围在一起打牌时发牌的方式，将物品轮

流地一个一个地分发（有时也会每一次先等量地分发给每一个人，然后再这样轮发），根据弗兰登塔尔的观点，这就是关于分配问题的‘横向数学化’。但是,当任务较大时(要分的物品或分配的对象等数额较大）时，他们就会开始去尝试获得另外一种分法，即用寻找尽可能大的份额来一次性地完成分配，最终形成了用“除法”的概念与算法。这就是弗兰登塔尔所说的“纵向数学化”——逐步的图式化。

最后，还表现在认识并构建数学知识的方式上有差异。例如，一群小朋友在做一个争夺红旗的游戏，有一面小红旗插在地上，然后让这些小朋友排列在红旗的正前方，等教师发出口令后，大家都奔上前去夺这面红旗，以夺到者为胜。学生们可能立刻就会提出异议，这样的游戏方法不公平，理由是，每一个人到达红旗的距离不相等。那么，怎样解决最合理呢？通过思考、讨论、尝试等一系列的探究活动，他们很快就逐渐形成一个手拉手的形状（一个圆），于是，一个“动点到定点是一个定长”的意识就开始形成了——尽管它并不是一个严格的数学概念。而对成人来说，就可能会是从空间的‘点集’的性质特征来构建‘圆’的概念的。

实际上，在儿童的生活中已经存在着许多有关数学的经验，只是这些经验常常是零散的、混沌的、表象的、粗糙的或者是无序的。最有效的学习组织就是积极地唤起儿童的这些经验，使他们能在教师有序引导下主动地去将这些经验“数学化”。

三、现实数学观

按‘科学结构主义’的观点,数学本身是一个有组织的、严密和封闭的演绎体系。这就是指理论的数学。而建构主义认为，在我们的现实世界中，无处不存在着数学的现象，虽然这些现象常常是局部的。这就是所说的现实的数学。

理论的数学是依靠公理体系来支撑的，是不依赖于人的经验

的，是存在于数学家头脑世界之中的，它可能有各种各样的问题，但这些问题是存在于完整的体系之中的。而现实的数学是依靠“局部组织”来支撑的,它往往是依赖于人的经验的,是存在于我们的现实生活之中的，它可能也有各种各样的疑问，但这些疑问常常是存在于没有完整的体系之中的。

现实的数学实际上是由不同个体在不同的环境中的不同生活的经验所形成的，用以支持自己在社会生活中的行为决策和行为方式。虽然现实的数学并不存在于严密的结构和体系之中，但对于大多数的人来说，却是他们加强与外部世界进行沟通和交互，从而获得高质量生存并推动社会进步的一些必要的知识，同时也是他们进一步研究数学科学的重要基础。所以，与数学科学不同，小学数学学科的任务，主要是通过教师有效的教学组织，引导儿童将自己的经验不断地“数学化”,从而构建一些基础的、必要的和现实的数学。

四、一种结论

从“数学是属于所有的人”的观念之下的“大众数学”（mathematics for all)来看，作为小学数学课程的数学学科，至少应具有生活性、现实性和体验性这几个性质特征。

1. 生活性

倡导将数学学习回归于儿童的生活，这已经成为了当今转变小学数学教育观念的一个重大的命题。其基本的标志，就是我们开始关注到，儿童是从自己的生活实践开始认识数学的，所以，小学的数学学习应是儿童自己的实践活动。其基本的核心思想，就是要将儿童的数学学习真正地回归到儿童的生活中去，在学习中时时关注儿童关心什么？经历了什么？对什么感兴趣？在生活中发现了什么？让数学学习与儿童自己的生活充分地融合起来，将

数学学习纳入他们的生活背景之中，让他们自己寻找、发现、探究、认识和掌握数学。

2. 现实性

儿童的数学是他们的现实数学，因此，儿童的数学学习的组织，应源于他们的数学现实。这种现实存在于儿童与外部世界的沟通和交流的构成之中，存在于儿童社会生活的实践活动之中。这些“现实”是小学数学课程的起点，是儿童获得数学的学习活动与生活实践的节点。课程的任务是构建抽象与现实的连续体，因此，小学数学课程的一个重要特征就是，沟通抽象的数学与现实的实践的联系，强化数学的产生与运用真正回归儿童的生活现实。

3. 体验性

即学校的数学教育应当努力去改变相应的课程内容、教学方式、组织策略和评价模式。积极倡导努力探求解法，而不单是记忆步骤；积极倡导主动探索模式，而不单是记忆公式；积极倡导积极形成猜测，而不单是做些习题。可见，学校的数学教育应当成为让学生去亲身体验一下数学问题解决的一种活动，不要总是将详细整理好的证明（事实）材料提供给学生，而是要尽可能地让学生自己仔细地观察、粗略地发现和简单地证明，只有这样，才有可能使学生真正经历超越局部的、非单纯接受的问题解决的过程。

第三节　小学数学教育的基本任务

小学数学教育的最终目标就是发展人，就是发展人在快速变迁的社会中获得高质量生存所需要的基本素养、能力和情感。

一、以培养数学素养为基本追求

1. 数学教育价值取向的变革

如果我们简单地追溯一下数学教育价值取向的变革轨迹，就可以看到数学教育在其课程目标上是如何由成人化而逐渐回归儿童的本位的。

1.1 算法化—— 以功利为价值取向

在我国，成书约于公元 1 世纪的《九章算术》，是一本在世界数学史上具有划时代意义的数学问题集，它将当时社会生活中的各个方面的问题几乎都化归为数学问题。它通常是先人为地构造一个所谓的实例，然后通过解决这个实例而弄出一套算法。这种数学性质在哲学上的认识，就是将数学看作是一种“术”，而数学教育的价值取向就是解题功利。这种以功利为主要价值取向的数学教育，长期影响着我国的数学教育。

以功利为价值取向的数学教育，其思维的基本特点就是“归纳”，其学习行为的基本特点就是“背记”，其教育考量的基本特点就是“解题”。

1.2 公理化—— 以数学家为价值取向

《几何原本》是世界数学发展史上的又一个里程碑，它向人们呈现的是一个完整的和庞大的数学体系。它的问世，开始逐渐影响数学教育的价值取向——以培养数学家为数学教育的基本追求。其特点是：首先，注重的是数学的“逻辑性”，强调的是“惟一性”。学生都被要求按照数学科学本身的严密的逻辑体系来接受知识，并在解法和结果中被反复强化其惟一性。学生在课堂中的学习，就像数学家那样，要有严密的逻辑，要进行严格的证明，要会抽象的推理。其次，强调的是数学知识的“系统性”。由于经过人类几千年的探索和创造，数学学科已形成自己的理论框架和一整