

# 小学生轻松学奥数

五年级

主 编 陈钱君



# 目 录

第一讲	周期问题 .....	(1)
第二讲	小数加减巧算 .....	(8)
第三讲	小数四则混合运算 .....	(14)
第四讲	数列巧算 .....	(21)
第五讲	流水问题 .....	(28)
第六讲	解方程 .....	(36)
第七讲	列方程解应用题 .....	(44)
第八讲	定义新运算 .....	(54)
第九讲	重叠问题 .....	(62)
第十讲	图形面积 .....	(71)
第十一讲	数的整除性 .....	(80)
第十二讲	奇数与偶数 .....	(88)
第十三讲	质数与合数 .....	(95)
第十四讲	分解质因数 .....	(102)
第十五讲	同余问题 .....	(109)
综合训练	.....	(116)
第五届小学“希望杯”全国数学邀请赛初赛	.....	(120)
参考答案	.....	(123)

## 第一讲 周期问题



## 学练提要

客观世界中,存在着一些数、图形和事物的变化是周而复始循环出现的,我们把具有这种规律性的问题称为周期问题。

研究周期问题,关键是通过观察发现问题的内在规律,确定周期,利用余数的知识解决有关问题。



## 例题精选

例1 今天是星期六,再过100天是星期几?

解:再过1天是星期日,再过2天是星期一……再过7天又是星期六,一个星期是7天,因此以7天为一个周期, $100 \div 7 = 14 \cdots 2$ ,由于余数为2,也就是14个周期再过2天,所以再过100天是星期一。



## 试一试

2002年1月20日是星期日,问2003年1月20日是星期几?

例2  $17 \div 70$  的小数点后面第2002位上的数字是几?这2002个数字的总和是多少?

解:解决这个问题的方法首先是试除,再发现规律,找到周期,试除后得到: $17 \div 70 = 0.242857142857142857142 \cdots$  我们观察便可发现其中的规律:从小数第二位起,依次是4、2、8、5、7、1,反复出现,也就是说以这6个数字为一个周期, $(2002-1) \div 6 = 333 \cdots 3$ ,说明反复出现333次后还有3个数字,那么小数点后2002位上的数字是8。(想一想为什么先减去1?)

接下来,我们不难发现这2002个数字的和可以这样去算: $2 + (4+2+8+5+7+1) \times 333 + 4+2+8 = 9007$ 。



## 试一试

$5 \div 13$  的小数点后第500个数字是几?这500个数字的总和是多少?



例3 按照下面排列规律,数 2002 应在第几行,第几列?

一	二	三	四	五
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	...	...	

解:观察发现,这个表中的数字以 5 为一个周期,第一列下面的一排数被 5 除余数为 1,第二列下面的一排数被 5 除余数为 2……

又因为每行有 5 个数,由于  $2002 \div 5 = 400 \cdots 2$ ,所以 2002 在第 401 行,第 2 列。



试一试

按照下面排列规律,数 2002 应在第几行,第几列?

一	二	三	四
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	...	...

2



例4 下表的第一行的文字和第二行的字母都有各自的周期,那么第 100 列的文字和字母分别是什么?

奥	林	匹	克	奥	林	匹	克	奥	林	……
A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	……

解:先看上面一行,都是以“奥林匹克”重复出现,所以周期是 4,由于  $100 \div 4 = 25$ ,所以第 100 个文字为“克”;再看下面一行,都是以“A、B、C”重复出现,周期为 3,由于  $100 \div 3 = 33 \cdots 1$ ,所以第 100 个字母为“A”。



试一试

下表的第一行的文字和第二行的字母都有各自的周期,那么第 150 列的文字和字母分别是什么?

轻	松	学	奥	数	轻	松	学	奥	数	……
A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	……

例 5 有一串数字 2134……从第三个数码起, 每一个数码都是它前面两个数码的和的个位数。问在这串数字中, 第 1000 个数码是多少?

解: 试写下去 213471897639213471897…我们发现从第 13 个数起都是 213471897639, 周期为 12,  $1000 \div 12 = 83 \cdots 4$ , 余数为 4, 那么第 1000 个数码为第四个数码是 4。



试一试

有一串数字 4268……从第三个数码起, 第一个数码都是它前面两个数码的和的个位数。问在这串数码中, 第 1000 个数码是多少?

例 6  $\underbrace{7 \times 7 \times 7 \times \cdots \times 7}_{2001 \text{ 个}}$  所得积末位数是\_\_\_\_\_。

解: 根据每四个“7”连乘后所得的积的尾数是 1。  $2001 \div 4 = 500$  (尾数是“1”的数, 它们相乘后的尾数仍是“1”)……1; 即最后是一个尾数是 1 的数与“7”相乘, 尾数是 7。



试一试

$\underbrace{124 \times 124 \times 124 \times \cdots \times 124}_{37 \text{ 个}}$  所得积的个位数字是( )。

## 练习题

### A 组

1. 今天是星期二, 再过 200 天是星期几?



2. 把分数  $\frac{4}{7}$  化成小数后, 小数点后第 150 位上的数字是几?

3. 国庆节挂彩灯, 按“红, 黄, 蓝, 绿”四种顺序挂彩灯, 一共挂了 50 只彩灯, 问: 第 50 只彩灯是什么颜色呢? 红色彩灯一共有多少只?

4. 老师把编号为 1-40 号的图片, 依次发放给小明、小军、小宁、小燕, 问: 第 29 张卡片应该发给谁?

5. 在下面的空格中填上数字(数字可重复使用), 使任何三个相邻格子里的数字和是 15。

	3					8	
--	---	--	--	--	--	---	--

6. 流水线上生产小木珠涂色的次序是: 先 5 个红, 再 4 个黄, 再 3 个绿, 再 2 个黑, 再 1 个白, 然后再依次是 5 红, 4 黄, 3 绿, 2 黑, 1 白, ……继续下去第 2001 个小珠的颜色是什么颜色?

7. 有一列数 23688……从第 4 个数码起, 每一个数码是它前面 2 个数码积的个位数, 这列数中第 120 个数码是几?

8. 紧接着 1989 后面一串数字, 写下的每个数字都是它前面两个数字的乘积的个位数。例如  $8 \times 9 = 72$ , 在 9 后面写 2,  $9 \times 2 = 18$ , 在 2 后面写 8, ……得到一串数字:

1 9 8 9 2 8 6 ……

这串数字从 1 开始往右数, 第 2002 个数字是什么?

9. 有一列好长好长的数字 13579135791357913579……, 问前面 48 个数字之和是多少?

## B 组

1.  $\underbrace{7 \times 7 \times 7 \times \cdots \times 7}_{1992 \text{个}}$  表示 1992 个“7”相乘, 它的个位数字是多少?

2.

共产党好共产党好共产党好……
社会主义好社会主义好社会主义好……

上表中, 将每列上下两个字组成一组, 例如第一组为(共社), 第二组为(产会), 那么第 250 组是多少?

3.  $9 \div 14$  的小数点后面第 2001 位上的数字是几? 这 2001 个数字的总和是多少?

4. 节日的公园内挂起了一盏盏小电灯, 小华看出每两个白灯之间有红、蓝、绿各一盏彩灯。也就是说, 从第一盏白灯起, 每一盏白灯后面都紧接着有 3 盏彩灯, 小华想第 100 盏灯是什么颜色的?

5. 1992 年 1 月 18 日是星期六, 再过两年的 1 月 18 日是星期几?

6. 黑珠、白珠共 108 颗, 穿成一串, 排列如下图:

○●○○○●○○○●○○○……

这串珠子中, 最后一颗珠子应该是\_\_\_\_\_色的, 这种颜色的珠子在这串中共有\_\_\_\_\_颗。

7. 将奇数如下图排列, 各列分别用 ABCD 作为代表, 问 2009 所在的列以哪个字母为代表?

A	B	C	D
1	3	5	7
15	13	11	9
17	19	21	23
31	29	27	25



## C 组

1. 有一串数排成一行,其中第一个数是 3,第二数是 10,从第三个数开始,每一个数恰好是前两个数的和,那么第 1001 个数被 3 除所得的余数是( )。(想:多写几个,看被 3 除的余数有什么规律。)

2. 一串数:1,9,9,1,4,1,4,1,9,9,1,4,1,4,1,9,9,1,4,……共有 300 个数。

(1)其中共有 \_\_\_\_\_ 个 1, \_\_\_\_\_ 个 9, \_\_\_\_\_ 个 4;

(2)这些数字的总和是 \_\_\_\_\_。

(想:这些数的规律是什么? 周期是几?)

3. 时针现在表示的时间是 13 时整,那么分针旋转 250 周后,时针表示的时间是几时?(想:分针转几周是一天?)

4. 将数列 1,4,7,10,13……依次如图排列成 6 行,如果把最左边的一列叫做第一列,从左到右依次编号,那么数列中的数 130 应排在第几行第几列?

1	4	7	10	13
28	25	22	19	16
31	34	37	40	43
58	55	52	49	46
.....				
.....				

(想:130 是第几个数? 排列的规律是什么?)

5.  $555\cdots5$  (100 个 5) 除以 6, 当商是整数时, 余数是多少? (想: 一个 5 除以 6 余数是几, 两个 5 除以 6 余数是几, 周期是几?)

## 竞赛题精选

1. 在校门上安装 200 盏彩灯, 每 6 盏一组按照红、黄、绿、紫、白、蓝的顺序排列, 那么最后一盏灯的颜色是( )。(1999 年吉林省金翅杯数学竞赛五年级试题)



2. 某部 84 集的电视连续剧在某星期日开播,从星期一到星期五以及星期日每天都要播出 1 集,星期六停播。问:最后一集在星期几播出?(第五届华罗庚金杯少年数学邀请赛初赛试题)

3. 若今天是星期六,从今天起  $10^{2001}$  天后的那一天是星期\_\_\_\_\_。(2001 年小学数学奥林匹克试题决赛(B)卷第三题)

4. 6 月 9 日是星期五,那么再过 19951995 天是星期( )。(1999 年吉林省金翅杯数学竞赛五年级试题)



## 第二讲 小数加减巧算



## 学练提要

## 1. 运算定律:

(1) 加法交换律:  $A+B=B+A$ ;(2) 加法结合律:  $(A+B)+C=A+(B+C)$ ;

## 2. 运算性质和规律:

(1) 和不变的规律:

如果一个加数增加一个数,另一个加数减少相同的数,那么它们的和不变。

(2) 差不变的规律

如果被减数和减数同时增加(或减少)相同的数,那么它们的差不变。

小数的加减运算,有时可以利用运算定律和运算性质,把复杂的计算转化为简便的、迅速的计算,有时也可用数本身的特点,采用一些技巧,使计算简便化。



## 例题精选

例1 计算:  $5.32+2.07+19.6+1.93+4.68$ 

解析:这是一道小数连加计算题,如果从左往右依次相加,就比较麻烦,注意到5.32和4.68刚好能凑成整数,2.07和1.93也能凑成整数,因此可用加法交换律和结合律进行计算。

$$\begin{aligned} \text{解: } & 5.32+2.07+19.6+1.93+4.68 \\ & = (5.32+4.68)+(2.07+1.93)+19.6 \\ & = 10+4+19.6 \\ & = 14+19.6 \\ & = 33.6 \end{aligned}$$



## 试一试

$$3.24+5.85+4.63+6.76+3.37$$

例2  $1-0.1-0.01-0.001-0.0001-0.00001$ 

解析:这是一道小数连减计算题,如果从左往右依次相减显然繁琐,根据减法运算性质,用被减数1减去所有减数的和,那么计算起来就非常方便。



$$\begin{aligned}
 \text{解: } & 1-0.1-0.01-0.001-0.0001-0.00001 \\
 & =1-(0.1+0.01+0.001+0.0001+0.00001) \\
 & =1-0.11111 \\
 & =0.88889
 \end{aligned}$$



试一试

$$9.42-3.68-4.32$$

$$\text{例 3 } 0.9+0.99+0.999+0.9999+0.99999$$

解析:观察发现这些小数与1相接近,利用分解的方法进行计算。

$$\begin{aligned}
 \text{解: } & 0.9+0.99+0.999+0.9999+0.99999 \\
 & =1-0.1+1-0.01+1-0.001+1-0.0001+1-0.00001 \\
 & =1+1+1+1+1-0.1-0.01-0.001-0.0001-0.00001 \\
 & =5-0.11111 \\
 & =4.88889
 \end{aligned}$$



试一试

$$2+2.1+2.11+2.111+2.1111$$

$$\text{例 4 } 3.54+14.79+15.32-2.54-6.32$$

解析:根据加法交换律和结合律,可以把加数任意交换位置,而运算结果不变,这种运算方法在减法或加减混合运算中同样适用,但交换位置时必须带符号“搬家”,带符号“搬家”不改变运算结果。

$$\begin{aligned}
 \text{解: } & 3.54+14.79+15.32-2.54-6.32 \\
 & =(3.54-2.54)+(15.32-6.32)+14.79 \\
 & =1+9+14.79 \\
 & =24.79
 \end{aligned}$$



试一试

$$13.5+4.42-10.5-3.42+6.72$$



例5  $35.14+6.48+24.86-11.38-5.48-0.62$

解析:注意到 35.14 和 24.86 可以凑成整数,11.38 和 0.62 也可以凑成整数,所以应用交换律和结合律及减法运算性质可以得到:

$$\begin{aligned} \text{解: } & 35.14+6.48+24.86-11.38-5.48-0.62 \\ & = (35.14+24.86)-(11.38+0.62)+(6.48-5.48) \\ & = 60-12+1 \\ & = 49 \end{aligned}$$



试一试

$$14.72+13.54+4.28-7.32-3.54-2.68$$

例6  $1.2+1.1-1.0+0.9+0.8-0.7+0.6+0.5-0.4+0.3+0.2-0.1$

解析:根据这 12 个小数的特点,从左往右看,每 3 个数为一组,可分为 4 组,用分组的方法进行计算。

$$\begin{aligned} \text{原式} & = (1.2+1.1-1.0)+(0.9+0.8-0.7)+(0.6+0.5-0.4)+(0.3+0.2-0.1) \\ & = 1.3+1+0.7+0.4 \\ & = 3.4 \end{aligned}$$

注:最后一步也可用等差数列求和公式计算: $(1.3+0.4) \times 4 \div 2 = 3.4$



试一试

$$1.1+2.2-3.3+4.4+5.5-6.6+7.7+8.8-9.9$$



## 练习题

### A 组

1.  $3.54+34.62+4.46+35.38$

2.  $123.4+567.8+876.6+432.2$

3.  $14.63+3.68+10.2+35.37+29.8$

4.  $13.72-4.57-5.43$

5.  $14.31-3.82-4.31$

6.  $15.43-2.56+4.57$

7.  $0.8+9.8+99.8$

8.  $5.4+3.72+6.6+4.28-3.7$

9.  $24.39-(4.39-10)$



10.  $35.4+(3.75-5.4)$

B 组

1.  $10-0.1-0.2-0.3-0.4-\cdots-0.9$

2.  $4.23+5.48-3.23-4.48+3.1$

3.  $13.74-(5.74+2.99)$

4.  $23.57-4.71-3.82-3.29-4.18$

5.  $11.56+0.48-1.36+1.52$

6.  $72.18+6.48-1.38+27.82-5.48-1.62$



7.  $4.75-9.64+8.25-1.36$

8.  $3.17-2.74+4.7+5.29-0.26+6.3$

## C 组

1.  $20.36-7.98-4.02-5.36$

2.  $14.73-(6.73-5.47)-7.47$

3.  $10.9+4.28-1.56+17.1-0.44$

4.  $1+0.99+0.98-0.97-0.96+0.95+0.94+0.93-0.92-0.91+0.90+0.89+0.88-0.87-0.86+$   
 $\cdots+0.10+0.09+0.08-0.07-0.06+0.05+0.04+0.03-0.02-0.01$





## 第三讲 小数四则混合运算



## 学练提要

上讲我们学习了小数加减的巧算,这讲我们主要学习小数四则混合运算。小数四则混合运算与整数四则混合运算方法相同。整数四则混合运算的运算定律对小数四则混合运算同样适用。主要运算定律及性质:

1. 乘法对加法的分配律: $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$
2. 乘法对减法的分配律: $a \times (b-c) = a \times b - a \times c$
3. 积的变化规律:一个因数扩大(或缩小)若干倍,另一个因数缩小(或扩大)相同倍数,积不变。
4. 除法运算性质: $(a+b) \div c = a \div c + b \div c$ ,  $(a-b) \div c = a \div c - b \div c$
5. 商不变性质:被除数和除数同时扩大或缩小相同的倍数,商不变。



## 例题精选

例1 计算  $19 \times 5.1$

解析:根据数的特点,我们可把19拆成 $20-1$ 计算,也可把5.1拆成 $5+0.1$ 进行计算。

$$\text{方法一: } 19 \times 5.1 = (20-1) \times 5.1 = 20 \times 5.1 - 5.1 = 102 - 5.1 = 96.9$$

$$\text{方法二: } 19 \times 5.1 = 19 \times (5+0.1) = 19 \times 5 + 19 \times 0.1 = 95 + 1.9 = 96.9$$



## 试一试

$$17 \times 10.1$$

例2  $0.7 \times 1.5 + 0.7 \times 38.5$

解析:运用乘法分配律进行计算比较方便。

$$\begin{aligned} & 0.7 \times 1.5 + 0.7 \times 38.5 \\ &= 0.7 \times (1.5 + 38.5) \\ &= 0.7 \times 40 \\ &= 28 \end{aligned}$$



## 试一试

$$3.8 \times 5.4 - 5.4 \times 1.8$$

例3  $153.4 \times 0.57 - 15.34 \times 4.7$

解析:观察题目,发现 153.4 和 15.34 数字相同,但小数点位置不同,如果根据积的变化规律,把  $153.4 \times 0.57$  等积变形为  $15.34 \times 5.7$  就简便了。

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 15.34 \times 5.7 - 15.34 \times 4.7 \\ &= 15.34 \times (5.7 - 4.7) \\ &= 15.34 \times 1 \\ &= 15.34 \end{aligned}$$



试一试

$$17.84 \times 0.65 + 178.4 \times 0.035 + 1.784 \times 90$$

例4  $0.125 \times 0.25 \times 64 \times 0.3$

解析:这是一道连乘算式,注意到  $0.125 \times 8 = 1$ ,  $0.25 \times 8 = 2$ ,而 64 可以拆分为  $8 \times 8$ ,所以可以这样计算:

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 0.125 \times 0.25 \times 8 \times 8 \times 0.3 \\ &= (0.125 \times 8) \times (0.25 \times 8) \times 0.3 \\ &= 1 \times 2 \times 0.3 \\ &= 0.6 \end{aligned}$$



试一试

$$3 \times 1.25 \times 16 \times 25 \times 0.7 \times 2$$

例5  $4.6 \div 1.25 \times 0.5 \div 1.6$

解析:这题是乘除混合运算,我们发现把 1.25 和 0.5 交换位置后计算可以简便,同加减法一样,交换时要带符号“搬家”。

$$\begin{aligned} \text{解:} & 4.6 \times 0.5 \div 1.25 \div 1.6 \\ &= 4.6 \times 0.5 \div (1.25 \times 1.6) \\ &= 4.6 \times 0.5 \div 2 \\ &= 2.3 \div 2 \\ &= 1.15 \end{aligned}$$



试一试

$$1.8 \div 4.25 \times 17 \div 4$$