

小学数学奥林匹克

同 步 教 程

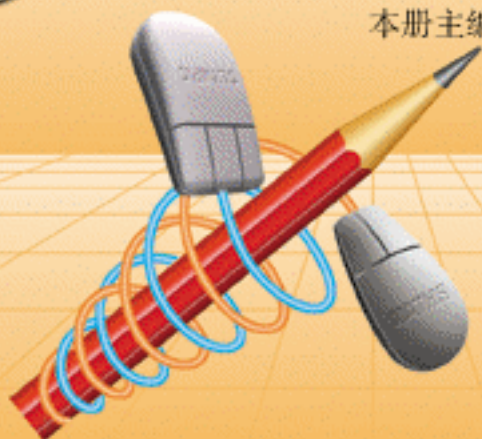


OLYMPIC

主 编 / 陈传理

本册主编 / 陈传敏

汪敬清



奥林匹克出版社

小学数学奥林匹克同步教程

三年级

主 编	陈传理		
本册主编	陈传敏	汪敬清	
编 者	佘厚友	徐耀忠	陈传敏
	李伟林	曹祥林	

奥林匹克出版社

第一章 算术谜

同学们是否知道我国古代有关“洛书”的神话传说？传说在大禹治水的年代，陕西的洛水常常大肆泛滥，无论人们怎样去祭祀河神也无济于事。每年，当人们摆好祭品后，河中就会爬出一只大乌龟来，乌龟壳有 9 大块，横着数是 3 行，竖着数是 3 列，每块乌龟壳上都有几个点点，正好凑成从 1 至 9 的数字，可谁也弄不懂这些小点点是什么意思。一次，大乌龟又从河里爬上来，一个看热闹的小孩惊叫了起来：“瞧，多有趣啊，这些点点不论横着加、竖着加还是斜着加，结果都是 15！”于是人们赶紧将 15 份祭品献给河神。说来也怪，河水果然从此不再泛滥了。这个神奇的图案叫做“幻方”，由于它有 3 行 3 列，所以叫三阶幻方。

4	9	2
3	5	7
8	1	6

三阶幻方

幻方是算术谜的一种。算术谜大致可分为三类：一是填数字，二是填运算符号，三是幻方和数阵。

算术谜是一类非常有趣的数学问题，它是由数字和运算符号巧妙结合而成的谜。它的结构展现出数学的美，它的内容渗透着数学规律，它不仅在智力游戏中备受青睐，而且也越来越频繁地出现在各类数学竞赛中。

算术谜是一片具有强大引力的世界，古往今来吸引了无数的数学爱好者投身其中。谜底像一扇扇大门被不断地打开，呈现在人们眼前的是更加博大深邃的数学迷宫。少年朋友们，让我们携手探究这个世界的奥秘吧！

1.1 简单加减竖式填空题

在“庆元旦”晚会上,主持人小丽出了这样一道题目:

$$\begin{array}{r} 1 \quad \square \quad 6 \\ + \quad 9 \quad 7 \quad \square \\ \hline 1 \quad \square \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

请大家想一想,被纸片盖住的是什么数字?爱动脑筋的小明看了看题目之后,想了想笑着说:“我能猜出被纸片盖住的是什么数字!”同学们,你们能猜出来吗?

其实,这是一道含有一些用方格表示的待定数字的加法竖式.这类题目不仅具有较强的趣味性,更能培养学生的逻辑思维能力和推理能力.

本节主要针对某些含有用方格表示的待定的数字的加减竖式,学习如何根据运算法则、竖式中数字之间的关系和特征进行适当的推理,把方格中的数字确定出来,把竖式补充完整.

下面我们共同分析一下,被纸片盖住的是什么数字.把上面的问题归结为下面的例题.

例 1. 在下面竖式中的方格内,各填上一个合适的数字,使算式成立.

$$\begin{array}{r} 1 \quad \square \quad 6 \\ + \quad 9 \quad 7 \quad \square \\ \hline 1 \quad \square \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

解题关键:这是一道三位数加三位数,和是四位数的加法.每个数位上都已给出两个数,并且每位数字相加后都向前一位进 1. 根据这个关系,从第二个加数的个位开始填.

解:① 填个位 已知 $6 + \square$ 的个位为 1, 所以 $\square = 5$, 且个位向十位进 1.

② 填十位 由于个位向十位进1,十位上数 $\square + 7 + 1$ 的个位数为1,所以十位数 \square 应填3,且十位向百位进1.

③ 填百位 由十位进1,可知百位 \square 填1.

此题的答案是:

$$\begin{array}{r} 1 \quad \square \quad 6 \\ + \quad 9 \quad 7 \quad \square \\ \hline 1 \quad \square \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

由上面的解题过程可以看到,解这种题应按三个步骤分析思考:

① 审题 审题就是找出算式中数字之间的关系和特征,挖掘题目中的隐含条件,它是确定各空格内应该填什么数字的主要依据.

② 选择解题突破口 在审题的基础上,认真思考找出算式中容易填出或关键性的空格,作为解题的突破口.这一步是填空的关键.

③ 确定各空格填什么数字 从突破口开始,依据竖式的已知条件,逐个填出各空格中的数字.

例2. 在下面算式的空格内,各填上一个合适的数字,使算式成立.

$$\begin{array}{r} \quad 1 \quad \square \\ + \quad \square \quad \square \quad 6 \\ \hline \square \quad \square \quad \square \quad 5 \end{array}$$

解题关键:在算式中,个位上已经给出了两个数字,因此选择个位上的空格作为解题突破口.

解:① 填个位 因为 $\square + 6$ 的个位数字是5,所以第一个加数个位上的空格填9.

② 填千位 千位数字只能是百位上数字之和向前进的数,因此只能是1.

③ 填百位 第二个加数的百位数字最大是 9, 而和是四位数, 因此算式中十位上数字之和必须向百位进 1, 所以第二个加数的百位上填 9, 和的百位上填 0.

④ 填十位 由于两加数个位上数之和向十位进 1, 十位上的数相加后又向百位进 1, 因此第二个加数十位上的空格应填 8 或 9. 于是此题有两个答案, 即

$$\begin{array}{r} \\ \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \\ \\ \hline 1 \end{array}$$

例 3. 用 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 这十个数字组成下面的加法算式, 每个数字只许用一次, 现已写出 3 个数字, 请把这个算式补齐.

$$\begin{array}{r} \square \square 4 \\ + 2 \square \\ \hline \square \square \square \square \end{array}$$

解题关键: 由算式知, 和的千位数字只能是百位上数字之和向前进的数, 因此把确定千位数字作为突破口.

解: ① 填千位 据上分析, 千位上只能填 1.

② 确定百位 为了能使百位向千位进 1, 所以第一个加数的百位可能是 9 或 7. (因为 8 已用过)

试验: 若百位上填 9, 则和的百位只可能是 1 或 2, 而 1 和 2 都已用过, 因此百位上不能填 9, 只能填 7. 则和的百位为 0, 且十位向百位进 1, 这时竖式为:

$$\begin{array}{r} \square 7 \square 4 \\ + 2 \square \\ \hline 1 \square \square \end{array}$$

③ 确定剩下的 4 个空格 现在只剩下四个数字没有用, 它们

是 9、6、5、3。

试验：若第二个加数的个位填 5，和的个位为 9，剩下的数字 6、3 不能满足十位上的要求。

若第二个加数的个位填 9，和的个位为 3，剩下的数字 5、6 正好满足十位上的要求，即第一个加数的十位填 6，和的十位填 5。

此题的答案为：

$$\begin{array}{r} \boxed{7} \boxed{6} 4 \\ + 2 \quad 8 \boxed{9} \\ \hline \boxed{1} \boxed{0} \boxed{5} \boxed{3} \end{array}$$

例 4. 在下面算式的空格内，各填入一个合适的数字，使算式成立。

$$\begin{array}{r} \square \square \square 8 \\ - \quad \square 1 \square \\ \hline \quad \square 9 \end{array}$$

解题关键：这是一道四位数减去三位数差为两位数的减法，所以选择被减数的千位作为解题突破口。又由于个位上已知两个数字，因此先从个位入手填。

解：① 填个位 由于个位这一列只有一个待定的数，减数的个位应为 9，且个位向十位借 1。

② 填千位 四位数减去三位数差为两位数，所以被减数的千位数字是 1，且百位向千位借 1。

③ 填百位 由于差是两位数，所以被减数的百位数字为 0，十位也向百位借 1。这样百位向千位借 1 当 10，十位又向百位借 1，还剩 9， $9 - 9 = 0$ ，因此减数的百位应填 9。

④ 填十位 由于十位向百位借 1，所以被减数的十位数字不得超过减数的十位数字，即被减数的十位数字是 0 或 1，那么差的十位数字为 8 或 9。

此题有两个答案,分别是:

$$\begin{array}{r} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} 8 \\ - \quad \boxed{9} \boxed{1} \boxed{9} \\ \hline \quad \boxed{8} 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{1} 8 \\ - \quad \boxed{9} \boxed{1} \boxed{9} \\ \hline \quad \boxed{9} 9 \end{array}$$

例 5. 把数字 1 ~ 5 分别填写在下面算式中的 \square 里.

$$\begin{array}{r} 9 \square 7 \\ - \square \square 6 \\ \hline \square 8 \square \end{array}$$

(1997 年吉林省金翅杯小学生数学竞赛三年级试题)

解题关键: 这题限制了所需要填的五个数字, 且个位这一列只有一个空格, 因此把确定个位数字作为解题突破口.

解: ① 填个位 显然, 差的个位上填 1.

② 填百位 由差的十位数字 8 知, 十位上数相减时, 要向被减数的百位借 1, 这样百位上有 $9 - 1 - \square = \square$ 知, 减数的百位填 3 或 5, 相应的差的百位上填 5 或 3.

③ 填十位 现在只剩下 2、4 两个数, 分别填在被减数和减数的十位上, 正好满足题目要求. 此题的答案为:

$$\begin{array}{r} 9 \boxed{2} 7 \\ - \boxed{3} \boxed{4} 6 \\ \hline \boxed{5} 8 \boxed{1} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \boxed{2} 7 \\ - \boxed{5} \boxed{4} 6 \\ \hline \boxed{3} 8 \boxed{1} \end{array}$$

例 6. 在下面算式的空格内, 各填入一个合适的数字, 使算式成立.

$$\begin{array}{r}
 \square 1 \\
 + \square 9 \square \\
 \hline
 \square \square 9 \square \\
 - \square \square \square \\
 \hline
 \square 4
 \end{array}$$

解题关键：这是一道加减法混合运算的填空题，我们把加法、减法分开考虑，使问题简化。

解：1. 加法

① 填十位 从算式可以看出，第二个加数与和的十位上都是9，所以个位上数字之和一定向十位进了1，十位数字之和也向百位进了1，因此算式中十位上应是 $\square + 9 + 1 = 19$ ，故第一个加数的十位上填9。

② 填个位 由于个位上 $1 + \square$ 的和向十位进1，所以 \square 中只能填9，和的个位就为0。

③ 填百位和千位 由于是两位数加三位数，和是四位数，所以百位上数相加后必向千位进1。这样第二个加数的百位应填9，和的千位填1，和的百位填0，这样加法部分就变成：

$$\begin{array}{r}
 \square 9 1 \\
 + \square 9 \square \\
 \hline
 \square \square 9 \square \\
 \hline
 \square 0 9 0
 \end{array}$$

2. 减法

① 填个位 由于被减数的个位是0，差的个位是4，因此减数的个位应填6，这样减法部分的算式变成：

$$\begin{array}{r}
 \square 0 9 0 \\
 - \square \square 6 \\
 \hline
 \square 4
 \end{array}$$

② 填十位、百位 由于被减数是四位数，减数是三位数，差是

两位数,所以减数的百位必须是9,同时十位相减时必须向百位借1,这样减数与差的十位也只能填9.

此题的答案是:

$$\begin{array}{r}
 \\
 + \\
 \hline
 \\
 - \\
 \hline

 \end{array}$$

例7. 下面的算式里四个小纸片各盖住一个数字,问被盖住的四个数字的和是多少?

$$\begin{array}{r}
 \square \square \\
 + \square \square \\
 \hline
 1 \quad 4 \quad 9
 \end{array}$$

(首届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛试题)

解题关键:这道题是求被盖住的四个数字的和,对于这四个数具体是几并不十分重要. 而和149的个位是9,所以个位数相加没有进位,即个位上两个数的和是9. 十位上两个数的和是14. 因此,被盖住的四个数字的和是 $14 + 9 = 23$.

解: $14 + 9 = 23$

答:被盖住的四个数字的和是23.

习题 1.1

A 热身练习

1. 在下列加法竖式的空格内,各填入一个合适的数,使竖式成立.

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad \square \quad 8 \quad 1 \\ + \quad \square \quad 5 \quad \square \\ \hline \square \quad 9 \quad 4 \quad \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \quad 4 \quad \square \quad 5 \quad 9 \quad \square \\ + \quad \quad 8 \quad \square \quad \square \quad 7 \\ \hline \square \quad 1 \quad 8 \quad 3 \quad 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{3} \quad \square \quad 6 \quad 3 \\ \quad 7 \quad \square \quad 2 \\ + \quad 5 \quad 8 \quad \square \\ \hline \square \quad 0 \quad 4 \quad 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{4} \quad \square \quad \square \quad 2 \\ + \quad \quad 1 \quad \square \\ \hline \square \quad \square \quad \square \quad 1 \end{array}$$

2. 在下列减法竖式的空格内,各填入一个合适的数,使竖式成立.

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad 3 \quad 9 \quad \square \\ - \quad \square \quad \square \quad 7 \\ \hline \square \quad 7 \quad 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \quad \square \quad \square \quad 2 \quad \square \\ - \quad 7 \quad 6 \quad \square \quad 4 \\ \hline \square \quad 4 \quad 3 \quad 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{3} \quad \square \quad \square \quad 4 \\ - \quad \quad \square \quad \square \\ \hline \quad \quad \quad 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{4} \quad \square \quad 4 \quad \square \\ - \quad \square \quad \square \quad 6 \\ \hline \quad 6 \quad 5 \quad 8 \end{array}$$

3. 在下列竖式的空格内,各填入一个合适的数字,使竖式成立.

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad \quad \square \quad 1 \quad 1 \\ + \quad \quad \square \quad 9 \quad \square \\ \hline \quad \square \quad 9 \quad 1 \quad \square \\ - \quad \square \quad \square \quad 8 \quad \square \\ \hline \quad \quad \square \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \quad \square \quad 2 \quad \square \\ - \quad \square \quad \square \quad 5 \\ \hline \quad 7 \quad 3 \quad 7 \\ + \quad \square \quad 8 \quad \square \\ \hline 1 \quad 0 \quad 1 \quad 9 \end{array}$$

4. 下边的加法算式中, \square 内的数字之和是多少?

$$\begin{array}{r}
 \square \quad \square \\
 + \quad \square \\
 \hline
 1 \quad 1 \quad 1
 \end{array}$$

B 跳台阶

1. 用 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 这十个数字组成一个加法竖式。

$$\begin{array}{r}
 \square \quad \square \quad \square \\
 + \quad \square \quad \square \quad \square \\
 \hline
 \square \quad \square \quad \square \quad \square
 \end{array}$$

2. 用 0、2、3、4、5、6、7、8、9 这九个数字组成三个三位数，使它们的和等于 1997。

$$(\quad) + (\quad) + (\quad) = 1997$$

(1997 年吉林省金翅杯小学生数学竞赛三年级试题)

3. 下面的算式里，每个方框代表一个数字，问：这 6 个方框中数字的总和是多少？

$$\begin{array}{r}
 \square \quad \square \quad \square \\
 + \quad \square \quad \square \quad \square \\
 \hline
 1 \quad 9 \quad 9 \quad 1
 \end{array}$$

(第三届“华罗庚金杯”少年数学竞赛试题)

4. 有 A 、 B 两个整数， A 的各位数字之和为 35， B 的各位数字之和为 26，两数相加时进位三次，那么 $A + B$ 的各位数字之和是_____。

(1996 年全国小学数学奥林匹克竞赛初赛试题)

1.2 简单乘除竖式填空

上一节向同学们介绍了简单加减竖式填空的方法，这种填空的解题方法，对于简单乘除竖式填空同样适用。

例 1. 在每个方格里填上适当的数,使竖式成立.

$$\begin{array}{r} \square \square 6 \\ \times \quad \quad \square \\ \hline 3 \quad 3 \quad \square \quad 8 \end{array}$$

(1997 年南通市小学生数学通讯赛三年级组试题)

解题关键:因为乘数是一位数,当乘数确定后,根据乘法法则,竖式中的其他空格就可以依次填出,因此确定乘数是关键.

解:由乘积的个位数是 8 知乘数为 3 或 8. 当乘数是 3 时,即使被乘数的百位和十位上都填 9,经试算,积的前二位数还不到 33,说明乘数不是 3. 则乘数是 8,从而推出被乘数的百位数字是 4,十位数字是 1,得到此题的解.

$$\begin{array}{r} \square 4 \quad \square 1 \quad 6 \\ \times \quad \quad \quad \square 8 \\ \hline 3 \quad 3 \quad \square 2 \quad 8 \end{array}$$

例 2. 在下面乘法竖式的空格内,各填入一个合适的数字,使竖式成立.

$$\begin{array}{r} 4 \quad \square \quad 2 \\ \times \quad \quad \quad \square \\ \hline 3 \quad \square \quad 5 \quad \square \end{array}$$

解题关键:因为乘数是一位数,因此确定乘数是关键. 又由于乘积的个位是空格,从乘积的个位不易分析出乘数是什么数,所以我们从乘积的最高位开始分析.

解:由被乘数百位上的数字 4 与积的千位数字 3,可确定出乘数的范围是 7、8、9.

试验:①当乘数为 7 时,则积的个位填 4,且向十位进 1,这样被乘数的十位应填 2,且向百位进 1. 竖式变为:

$$\begin{array}{r} 4 \quad \boxed{2} \quad 2 \\ \times 1 \quad 1 \quad \boxed{7} \\ \hline 3 \quad \square \quad 5 \quad \boxed{4} \end{array}$$

这时被乘数首位 4 和 7 相乘,再加上十位向百位进的 1,积的千位还不到 3,说明乘数不是 7.

② 当乘数为 8 时,则积的个位填 6,且个位向十位进 1,这样被乘数的十位填 3 或 8.当十位填 3 时,十位向百位进 2,则积的百位填 4,竖式成为:

$$\begin{array}{r} 4 \quad \boxed{3} \quad 2 \\ \times 2 \quad 1 \quad \boxed{8} \\ \hline 3 \quad \boxed{4} \quad 5 \quad \boxed{6} \end{array}$$

当十位填 8 时,十位向百位进 6,则积的百位填 8,竖式成为:

$$\begin{array}{r} 4 \quad \boxed{8} \quad 2 \\ \times 6 \quad 1 \quad \boxed{8} \\ \hline 3 \quad \boxed{8} \quad 5 \quad \boxed{6} \end{array}$$

于是得到两个解.

③ 当乘数为 9 时,算式变成下边的形式:

$$\begin{array}{r} 4 \quad \boxed{6} \quad 2 \\ \times 5 \quad 1 \quad \boxed{9} \\ \hline 3 \quad \square \quad 5 \quad \boxed{8} \end{array}$$

这样被乘数的十位只能填 6,得到的乘积最高位是 4,而不是 3,不符合题意.所以乘数不是 9.

因此本题有两个解:

$$\begin{array}{r} 4 \quad \boxed{3} \quad 2 \\ \times \quad \quad \quad \boxed{8} \\ \hline 3 \quad \boxed{4} \quad 5 \quad \boxed{6} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad \boxed{8} \quad 2 \\ \times \quad \quad \quad \boxed{8} \\ \hline 3 \quad \boxed{8} \quad 5 \quad \boxed{6} \end{array}$$

通过前面的例题可以看出,填乘法算式和填加法算式的分析方法相同.只是在确定各空格中的数字时,有时需要根据已知条件分析出关键数字的范围.乘法竖式中关键位置是乘数,然后采用试验法一一讨论,在估计要填的数字范围时,直接影响试验的次数.同学们在解题过程中,对已给出数字的特征及相互之间的关系,应进行细致的分析,还要注意进位情况.

例 3. 在 \square 里填上合适的数字.

$$\begin{array}{r}
 \square \quad 4 \quad \square \\
 \times \quad \square \quad 6 \\
 \hline
 1 \quad \square \quad \square \quad 0 \\
 \square \quad \square \quad 5 \\
 \hline
 8 \quad \square \quad \square \quad \square
 \end{array}$$

(安徽省马鞍山市 1998 年小学三年级数学竞赛试题)

解题关键:这是道两位数乘三位数的乘法,并且已知乘数的个位数字,把确定乘数的十位作为解题突破口.

解:观察算式,乘数的个位数 6 与被乘数相乘,积的首位是 1,知被乘数的百位上填 2;积的末位是 0,那么被乘数的个位可能是 0 或 5.

又因为乘数的十位数与被乘数相乘的积是三位数,且积的个位数是 5,而只有一个奇数与 5 相乘,积的末位数是 5,于是可确定被乘数的个位数是 5.乘数的十位数是 1 或 3.经推算,乘数的十位数是 3 符合题意.于是得到本题的解:

$$\begin{array}{r}
 \square \quad 2 \quad 4 \quad \square \\
 \times \quad \square \quad \square \quad 6 \\
 \hline
 1 \quad \square \quad \square \quad 0 \\
 \square \quad \square \quad 5 \\
 \hline
 8 \quad \square \quad \square \quad \square
 \end{array}$$

例 4. 在下面算式的空格内, 各填入一个数字, 使算式成立.

$$\begin{array}{r}
 \overline{) \square \square \square} \\
 \underline{\square \square} \\
 \square \square \\
 \underline{ \square \square} \\
 8
 \end{array}$$

(青岛市四方区小学生数学竞赛三年级组试题)

解题关键: 这是一道除数是一位数并且有余数的除法. 已知商是 36, 当除数确定后, 竖式中其他空格也依次填出, 因此确定除数是关键.

解: 由于余数是 8, 根据余数要比除数小这个原则, 可以确定除数为 9. 再按“被除数 = 商 × 除数 + 余数”求出被除数是 $(9 \times 36 + 8 = 332)$, 然后再做一次除法, 即可把所有 \square 里的数填上.

$$\begin{array}{r}
 \overline{) \square \square \square} \\
 \underline{\square \square} \\
 \square \square \\
 \underline{ \square \square} \\
 8
 \end{array}$$

从这个例题可以看出, 当除数与商确定之后, 除法竖式中其它空格都可填出, 因此, 一般选择除数和商数作为解题的突破口, 同时要记住余数要小于除数这个性质.

例 5. 在下面算式的空格中, 各填入一个合适的数字, 使算式成立.

$$\begin{array}{r}
 \square \quad 7 \quad \square \\
 \square \overline{) 2 \square \square 0} \\
 \underline{\square \quad \square} \\
 \square \quad \square \\
 \underline{2 \quad \square} \\
 \square \quad \square \\
 \underline{\square \quad \square} \\
 0
 \end{array}$$

解题关键：由于商的十位数字已给出，根据商的十位数字与除数相乘的积为 $2 \square$ ，把确定除数作为解题突破口。

解：商的十位数字与除数相乘的积为 $2 \square$ ，因此可以确定除数为 3 或 4。现逐一试验：

① 若除数为 3，而算式中余数为 0，又由于除数 3 与商的个位相乘的积不可能为 $\square 0$ ，因此除数不可能为 3。

② 为了叙述方便，先在算式中的一些空格中填入字母，并可将能直接确定的空格填上数，如下式：

$$\begin{array}{r}
 \square a \quad 7 \quad \square b \\
 \square 4 \overline{) 2 \square \square 0} \\
 \underline{\square c \quad \square d} \\
 \square \quad \square \quad \dots\dots \text{第一行} \\
 \underline{2 \quad \square 8} \\
 \square e \quad \square 0 \\
 \underline{\square \quad \square} \\
 0
 \end{array}$$

从算式可以看出，若除数为 4， $4 \times b = \overline{e0}$ ，所以 $b = 5$ ，相应地 $e = 2$ ，这样竖式中第一行两个空格依次填 3 和 0。

又由于 $4 \times a = \overline{cd}$ ，且 $2 \square - \overline{cd} = 3$ ，所以 a 可以取 5 或 6，此为试读，需要完整PDF请访问：www.crj15.org