



教育部师范教育司组织评审

# 小学儿童如何学数学

孔企平摇摇编著

华东师范大学出版社

## 前摇摇言

全面推进素质教育,是当前我国现代化建设的一项紧迫任务,是我国教育事业的一场深刻变革,是教育思想和人才培养模式的重大进步。实施“中小学教师继续教育工程”,提高教师素质,是全面推进素质教育的根本保证。

开展中小学教师继续教育,课程教材建设是关键。当务之急是设计一系列适合中小学各学科教师继续教育急需的示范性课程,编写一批继续教育教材。在教材编写方面,我们采取了以下几种做法:

我们组织专家对全国各省(区、市)推荐的中小学教师继续教育教材进行评审,筛选出了 1000 余种可供教师学习使用的优秀教材和学习参考书。

我们组织专门的编写队伍,编写了 20 余种教材,包括中小学思想政治、教育法规、教育理论、教育技术等公共必修课教材;中小学语文、数学、中学英语、物理、化学、生物、小学社会、自然等学科专业课教材。上述教材,已经在 1999 年底以《全国中小学教师继续教育 1999 年推荐用书目录》(教师司[1999]14 号)的形式向全国推荐。

我们向全国 1000 余家出版社进行招标,组织有关专家对出版社投标的教材编写大纲进行认真的评审和筛选,初步确定了 1000 余种中小学教师继续教育教材。这批教材,目前正在编写过程中,将于 2000 年上半年陆续出版。我们将陆续向全国教师进修院校、教师培训基地和中小学教师推荐,供开设中小学教师继续教育相关课程时选用。

在选择、设计和编写中小学教师继续教育教材过程中,我们遵循了以下原则:

员要从教师可持续发展和终身学习的战略高度,在课程体系中,加强了反映现代教育思想、现代科学技术发展和应用的课程。

圆爰将教育理论和教师教育实践经验密切结合,用现代教育理论和方法、优秀课堂教学范例,从理论和实践两个方面,总结教学经验,帮助教师提高实施素质教育的能力和水平。

猿爰强调教材内容的科学性、先进性、针对性和实效性,并兼顾几方面的高度统一。从教师的实际需要出发,提高培训质量。

源爰注意反映基础教育课程改革的新思想和新要求,以使教师尽快适应改革的需要。

中小学教师继续教育教材建设是一项系统工程,尚处在起步阶段,缺乏足够的经验,肯定存在许多问题。各地在使用教材的过程中,有什么问题和建议,请及时告诉我们,以便改进工作,不断加强和完善中小学教师继续教育教材体系建设。

教育部师范教育司

二〇〇〇年十一月一日

# 目摇摇录

第一章摇序论.....	员
摇一、为什么小学数学教师要了解小学生如何学数学 .....	员
摇二、儿童怎样学习数学的主要理论 .....	猿
摇三、小学生如何学数学 .....	园
第二章摇小学数学学习概述 .....	圆
摇一、建构主义的学习观与小学数学学习 .....	圆
摇二、“经验”、“活动”、“思考”和“再创造” .....	缘
摇三、小学生的数学思维 .....	苑
摇四、小学数学学习的分类 .....	怨
摇五、数学学习的层次 .....	圆
第三章摇小学数学学习的基本问题 .....	缘
摇一、为发展而学 .....	缘
摇二、为形成学生的数学素养(灶宅囊糟)而学 .....	苑
摇三、对小学数学学科的再认识 .....	猿
第四章摇小学生如何参与课堂教学 .....	源
摇一、学生参与的含义 .....	源
摇二、行为表现、情感体验和认知策略的关系 .....	缘
摇三、学生参与对学习结果的影响 .....	缘

第五章 小学生如何理解数概念 .....	远
摇一、数学概念学习概述 .....	远
摇二、幼小儿童是如何计数的 .....	远
摇三、小学生理解计数系统 .....	远
摇四、小学生如何发展他们的“数感” .....	远
第六章 小学生如何学习加减法 .....	苑
摇一、情境是学生理解加减法的基础 .....	苑
摇二、学生如何形成运算技能 .....	苑
摇三、学生数学思维策略发展 .....	苑
第七章 小学生如何学习乘除法 .....	苑
摇一、乘除法和新的数学情境 .....	苑
摇二、小学生对乘除法问题的理解 乘法推理 .....	苑
摇三、与乘除法有关的数学思想的发展 .....	苑
摇四、学生运算和解决问题策略的发展 .....	苑
第八章 空间观念的发展 .....	苑
摇一、“经验几何”的概念 .....	苑
摇二、学生几何思维的发展 .....	苑
摇三、学生发展空间观念的基本途径 .....	苑
摇四、空间观念发展的几个心理特点 .....	苑
摇五、影响空间能力发展的知觉障碍 .....	苑
摇六、改善小学几何教学的思考 .....	苑
第九章 问题解决的学习 .....	苑
摇一、问题解决的含义 .....	苑
摇二、问题解决的过程 .....	苑
摇三、小学生问题解决策略性知识的发展 .....	苑

第十章 摇改善小学生数学学习方式 .....	员圆园
摇一、“做数学”的理念 .....	员圆园
摇二、学习形式多样化的几种探索 .....	员圆员
摇三、实践案例 .....	员圆苑
第十一章 摇对小学数学教学的思考 .....	员圆苑
摇一、对教学观念的思考 .....	员圆苑
摇二、对教学策略改革的思考 .....	员圆苑
参考文献 .....	员圆苑
后记 .....	员圆苑

# 第一章 摇摇序摇摇论

摇摇在以素质教育为主题的教育改革背景下,关注学生学习过程已经成为教育研究一个重要动向。研究学生如何学习数学,是小学数学学科教育改革的重要基础。

## 摇摇一、为什么小学数学教师要了解小学生如何学数学

“小学生如何学习数学”是小学数学教学中的一个基本问题。我国广大教师和科研人员在教学和研究的实践中,对这一问题给予了充分的关注,积累了许多重要的成果和经验。在目前的国外小学数学研究中,对小学数学教学的研究不再是一般心理学理论加上数学例子了。研究者对学生如何学会加减法、乘除法、测量等具体数学活动,进行了大量的个案研究,在许多方面取得了进展。特别是在“做数学(Constructing Mathematics)”理论思潮影响下,研究者以建构主义理论为基础,着力反映小学生自己建构数学知识的认识过程。大量的数学活动(不是重复解题操练)成为学生学习的基本内容。具体地说,小学数学教师学习这一方面内容,有以下几方面的意义。

首先,是小学数学教师专业发展的需要。一个优秀的小学数学教师不但要对数学学科有一定的知识,对教学目的和课程内容都相当清楚,而且应该对学生怎样学习数学的过程有所认识。一位优秀的小学数学教师曾经说过:“我不是一个数学家,但我很了解学生学习上的困难,我很关心学生学习过程,平时多设计一些活动和多用一些不同的方法去引导他们学习。”由此可见,认识学生学习过程是重要的。对于一个数学教师而言,主动地去理解和关心学生学习数学的活动,是做一个合格教师的必要条件。

小学数学教师从事的教育工作,决定了他必须掌握教育科学与心理科学的知识。教学过程的安排必须以学生学习数学的规律为依据。教师掌握一些有关学生学习的知识,有利于为学生主动积极地学习提供适当的学习情境。但是,小学数学教师掌握的教育科学知识,并不等于一般的心理科学知识加上一些数学的例子,而是要理解学生在具体的课堂教学中是如何投入学习活动的,掌握学生是如何理解小学数学知识的,以及学生数学思维和创新意识是如何发展的。这一方面内容,在目前小学数学教师的知识结构中显得比较薄弱。小学数学教师通过对这一课题的学习,能够对教学观念和教学方法有新的反思和理解,会寻找到新的方法以求改善课堂教学,提高实施素质教育的能力。

长期以来,教师被看成是“教书”的,我们认为这样的提法并不全面。教师工作首先是“育人”的工作,教书是为了育人。在课堂教学中要做到“目中有人”,实施有的放矢的教育以促进学生的发展。因此,了解学生如何学数学,对于小学数学教师的专业发展有重要的关系。

第二,教师要了解学生如何学习数学也是教育改革形势发展的需要。目前,我国教育界正在进行以素质教育为核心的课程与教学改革,对小学数学教师提出了新的要求。以教师、课堂和书本为中心的模式不符合素质教育的要求,广大教师应该努力倡导学生主动参与、探究发现、合作交流的学习方式,改变课堂教学中过于依赖教材、过于强调接受学习、死记硬背、机械操练的现象。

教师是实施素质教育的关键,也是推动教育改革的主力军,一个优秀的教师不仅会贯彻课程的意图,而且也会根据实际情况补充课程的不足,克服教学中出现的困难。要在课堂中推进素质教育,教师就面临着一个教学观念和教学方法转变的过程。实现这一转变的基础之一就是正确理解学生学习的过程。一个教师如果忽视学生的主体作用,忽视学生在教室中的生动活泼的学习过程,不可能真正培养学生高层次思考能力和创新精神。要实施有效的教学,就要求把学生学习过程作为课堂教学的基础之一。教学不仅是教师向学生传授

知识的过程,而且是学生主动参与其中的过程。在课堂教学中,学生只有积极地投入才能形成高层次的数学素养。应该把教学看作一个教师和学生双向互动的过程,教师应该把激发学生的主动投入作为教学的基础,而要做到这些,了解学生如何学数学就成为关键。

第三,教师了解学生的学习特点,也是促进学生全面发展,特别是培养学生的创新意识和实践能力的需要。近年来,数学教育的观念发生了变化,“大众数学”的观点被大多数数学教师所接受。数学不再仅仅是未来的科学家和工程师的需要,而是21世纪每一个公民的基本素质之一。在这种转变中,学校数学教育的目的也有了变化。世界各国除了重视基础知识和基本能力以外,还特别强调发展学生的高层次思维能力。这些高层次的能力包括了推理、交流、概括和解决问题等方面的能力。我国1999年颁布的《九年义务教育全日制小学数学大纲(试用修订本)》,也把发展学生的创新意识和实践能力放在重要的位置。在小学数学教学中,如何促进学生的全面发展,特别是促进学生的创新意识和实践能力的发展,是一个十分迫切需要研究的课题。教师对小学生如何学数学的了解,可以成为改善数学课堂教学和提高学生学习质量的切入点,也是培养学生的创新意识和实践能力的基础。

## 摇摇二、儿童怎样学习数学的主要理论

最近几十年来,小学数学学习理论纷纷出现,比较突出的有以皮亚杰(援引[1])、加涅(援引[2])、史邓(援引[3])、布鲁纳(援引[4])和迪恩斯(援引[5])等为代表的理论。这些理论不仅对于小学数学的教学与课程发展具有很大影响,而且构成了对学生如何学习数学的基本描述。从下面的这些观点中,我们也可以看到认知心理学理论与建构主义学说是构成小学数学学习理论的重要基础。下面,我们仅介绍一些有代表性的理论与观点。

### 员援皮亚杰的发展阶段理论

皮亚杰是瑞士颇负盛名的儿童心理学家。皮亚杰创立了发生认识论的理论体系,他认为儿童通过活动(主体与客体的相互作用),

逐步建立起新的认知结构。他认为儿童的思维发展,可分为以下四个阶段:第一阶段是感觉运动阶段,从初生到二岁间的儿童处于这一阶段。这一阶段的儿童能够以简单的动作探测周围的环境,他们并不懂得推理。第二阶段是前运算阶段,二岁到七岁之间的小孩属于这一阶段。这一阶段的儿童除了“牙牙学语”外,也开始了解到简单的符号象征真实世界的事物。第三阶段是具体运算阶段,这个阶段的儿童大约从七岁开始,一直到十二三岁左右。儿童在这一阶段的思维一般还不能离开具体事物的支持。第四阶段是形式运算阶段,这个阶段发生在十二岁或十二岁以后。在这一阶段,学生可以在一定程度上进行形式思维,根据假设进行逻辑推演的思维等。

学生在这些不同的阶段中,对数概念的认识具有不同的特点。在前运算阶段,数对这个时期的小孩开始发生意义,儿童一般学会了简单认数,然而概念仍很模糊。这一阶段的小孩对数量的判断全凭直觉。在具体运算阶段,儿童的思维出现了守恒和可逆性。学生可以理解数的运算过程中的一些基本性质。如(员)传递性(如粤约月,月约悦,则粤约悦)(圆)可逆性(如粤垣月越悦,则悦原月越粤)(猿)结合性[(粤垣月)垣悦越粤垣(月垣悦)]等等。在这一阶段,儿童的数、图形和推理等概念都获得很快的发展。

儿童的活动对于数与形的概念的发展具有重要意义。例如,购物活动对于发展儿童的数概念有重要意义。一旦儿童知道如何用钱购买糖果等,数对他们来说便有了崭新的意义。父母亲给小孩一些零用钱,小孩从商店购买零食或者文具后,才真正了解数的用途和价值。儿童从钱币的运用,能够学到判断各种具体数字的大小,进而初步建立了推理的思想。在形式运算阶段,儿童开始运用较为抽象的形式,讨论问题、寻求答案。

皮亚杰的学说在世界上影响很大,但是也有较大争论。许多学者认为,儿童发展的差异很大,发展阶段并不那么绝对,许多儿童可能较早地进入了较高的发展阶段,而也有许多儿童可能会滞后。国际上一些心理学家对儿童“守恒”发展的研究,比皮亚杰提出的年龄要早。另外,有的学者还指出皮亚杰的研究没有强调社会和教育对

儿童发展的作用。

### 柯普兰的《儿童怎样学习数学》

美国一位数学教育教授柯普兰(柯普兰)是皮亚杰理论的倡导者之一,他写了《儿童怎样学习数学》<sup>①</sup>,进一步说明了皮亚杰的认知理论,对儿童学习各个部分数学知识的一般情况进行了讨论。

根据皮亚杰的理论,柯普兰认为教师必须了解儿童在各个阶段的认知发展特点,才能按照儿童实际水平施教。他列出了不同的年龄阶段的儿童所能掌握的数学概念(见表 1)。与皮亚杰的发展阶段的理论一样,柯普兰的分法也不是绝对的。我们把此表和我国 1999 年颁布的《九年义务教育全日制小学数学大纲(试用修订本)》作一比较,可以看到我国大纲各单元内容的编排,大致与表 1 是一致的。在学习过程方面,柯普兰重视数学概念性知识的作用,认为数学学习是一种概念及概念之间关系的学习,教师应鼓励儿童理解数学概念及其关系,要给学生独立思考的机会和发现数学知识的乐趣。

摇摇摇摇

表 1 儿童数学认知发展表

概念	掌握相关概念的大致年龄	概念	掌握相关概念的大致年龄
简易分类	3—7岁	结合性质	7—10岁
系统次序	3—10岁	分配性质	10—13岁
数目守恒	3—7岁	欧几里得几何图形	3—10岁
度量衡守恒	3—10岁	时空间	7—10岁
加算法	7—10岁	面积	10—13岁
乘算法	7—10岁	体积	13—15岁
倍数	7—10岁	比例	7—15岁
交换性质	7—10岁	概算率	10—15岁

摇摇根据皮亚杰的理论,他提出儿童对数概念的理解必须由儿童自

① 柯普兰《儿童怎样学习数学》李其维译上海教育出版社 1983 年





察中,了解积木的组合性质,进而了解有关的数学意义。

### 缘·利贝克的四个基本环节

英国一位数学教育家利贝克(孕益着肆)于晟愿原也写了一本《儿童怎样学习数学》。她先阐述了一些有关学习数学的问题和原则,然后逐个单元介绍学习活动。利贝克基本赞同皮亚杰的理论,但她指出皮亚杰的认知发展理论也有不足之处。她认为以年龄划分的认知发展阶段,并非适用于每个儿童,而且教育可以加速儿童的发展,同时她怀疑皮亚杰低估了儿童的推理能力。

利贝克接受布鲁纳的思想,认为学生的数学学习可以概括为经验、语言、图像和符号四个基本环节。这四个环节可以构成学生学习数学的基本过程。经验(溇决覆控)就是学生自己的活动,或者他们接触客观事物的体验。语言(遵早弄)就是学生自己对经验的概括,学生用一定语言对经验进行刻画,比如说出物件的名称。图像(贵概)学生在头脑中形成表象,这些图像能引起和帮助他们理解数学概念,为进一步概括提供基础。符号(溇自遭)经过一定抽象概括,学生认识和写出代表概念的符号,掌握的数学概念的概括程度进一步提高,有助于数学知识的迁移。利贝克认为,这是小学生学习数学基本的认知序列。

在上述认知过程中,学生学习还有自己的特点。对此,利贝克进一步提出,学生数学学习中存在下面几个差异。第一是学习速度,每个学生有自己的学习速度,学生的学习速度存在着一定的差异,特别是有些学生学习比较缓慢。第二是学习情绪体验,在学习活动中学生必然有情感上的反映,例如有些学生学习动机较强,有一些则缺乏学习动机,有些对学习数学感到心情紧张。第三是理解能力,利贝克认为学生的理解能力和学生的认知策略有关,有些学生具有比较合理的认知策略,而有些学生只会强记苦练,不注重理解,甚至概念模糊。学生的这些方面的差异,会产生不同的学习结果。注意这些差异,也为教师改善课堂教学提供了重要线索。

### 远·比格斯的数学学习要点

英国学者比格斯(耘援月)是英国小学数学教师职后培训的



助于理解题意的一般词。例如“比较”、“大于”、“小于”等。学习这些语言时,教师应该帮助学生结合生活实际情境逐步加深理解。

美国学者柯尔(悦翻悦课)归纳出数学阅读理论的以下几个要点:第一,数学阅读能力,指的是保存数字、数量、长度、容量和重量等概念的能力,也是指建立数学概念之间联系以及发展逻辑推理的能力。数学阅读能力是一种重要的数学能力。数学阅读能力是数学思维的基础。第二,数学阅读对于解决问题具有重要作用。学生解答数学问题时,需具备相当程度的阅读技巧。柯尔指出了三种必要的阅读技巧:解释词汇、解析问题字面的意义以及对问题情境的理解能力。第三,学生理解数学语言是一个逐步发展的过程。

### 摇摇三、小学生如何学数学

小学数学学习是小学生建构自己的数学知识的活动。我们把这一认识作为我们讨论问题的基本出发点。围绕着这一基本出发点,我们从学生参与教学过程的学生理解数学知识两个方面加以讨论。本书介绍的小学生如何学数学是以数学课堂教学为背景的,而不是对在自然状态下的小学生如何学习数学的描述,因此首先涉及学生如何参与课堂教学活动。从这个意义上说,我们是从学生学习的角度来看小学数学课堂教学的。从这一意义出发,对学生如何学习数学问题,可以从两个基本方面进一步作出回答。

第一方面是较为宏观的方面,它回答的是学生如何参与课堂教学活动的问题。教学活动中是师生双方面互动的活动。教师的工作在很大程度上不是去教会学生什么,而是创设良好课堂环境,引导学生参与课堂教学活动,让学生在活动中学到知识,获得发展。在这一点上各个学生有很大的不同。我们的研究表明,学生投入于数学课堂活动并不仅仅是单一的行为表现,而且包括他们的情感体验和认知方式。学生在学习活动中的情感与认知投入具有重要的作用。学生在课堂中的行为、认知和情感的表现组成了学生基本的课堂学习的方式,这种方式对学生的思维发展具有重大影响。

第二个方面是较为微观的方面,它回答的是学生如何理解和探