

# 我教女儿 学数学



我的教育理念，通过创设情境，  
以历史为脉络，陶冶数学素养。用孩子愿意  
接受的形式  
来教授对孩子有益的内容。多难的知识孩子都可以学  
习关键是采用适宜的形式。

独狼◎著

*I Teach My Daughter Mathematics*

地震出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

我教女儿学数学 / 独狼著. —北京:地震出版社, 2006.3

ISBN 7-5028-2808-7

.我... .独... .数学课 - 小学 - 教学参考资料 .G624.503

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第002811号

地震版 XT200500238

我教女儿学数学

独狼 著

责任编辑:程仁泉

责任校对:李珺

---

出版发行:地震出版社

北京民族学院南路9号

邮编:100081

发行部:68423031 68467993

传真:88421706

门市部:68467991

传真:68467991

总编室:68462709 68423029

传真:68467972

E-mail:seis@ht.rol.cn.net

经销:全国各地新华书店

印刷:北京梨园印刷厂

---

版(印)次:2006年3月第一版 2006年3月第一次印刷

开本:710 × 1000 1/16

字数:214千字

印张:13.875

印数:00001 ~ 10000

书号:ISBN 7-5028-2808-7/G·289(3457)

定价:29.80元

版权所有 翻印必究

(图书出现印装问题,本社负责调换)

献给：  
关注孩子数学学习的家长们

## 前言——孩子不管不行

很多家长都为孩子的数学成绩发愁，我也是其中的一个。不理想的成绩单像催命的锣鼓，叮咚作响，搅得人心神不宁。

我用了一年多的时间扭转这种局面，效果还不错，孩子的数学成绩直线上升，这在北京人大附小这样的重点小学里非常不容易，看看周边那些出类拔萃的孩子，就能知道这种“蹿升”的分量。

《孩子是管出来的》这本书出版以来，作为译著者，我收到了近千封家长的来信，其中很多是询问如何把孩子的数学成绩提上去的，其实，这也是我给自己提的问题。我给自己订的标准是要让孩子从数学的学习中得到快乐。

在《孩子是管出来的》这本书里说过，“我的女儿8岁之前和老人呆在千里之外的另一个城市，对于她的了解真是少得不能再少了，不过，我观察过很多其他的孩子，这可能是出于对女儿的想念，所以，对别的孩子就格外的留意。”

你有没有做过这样的观察：当孩子第一次笔尖向下拿起笔来时，他会干什么？

他会重重的向下一戳——结果，不论是桌面、墙面，或者是一张纸，一个“点”出现了，你应该高兴，他创造了一个空间，尽管那是一个很小的空间。

随后，他信手横着一挥，从他创造的那个很小的空间的“点”开始出现了一条直线——于是，欧几里得著名的5条公理中间的2条就出来了。

就这样，随着年龄的增长，他或她，开始认识二维空间，这是孩子在三年级之前努力要弄明白的；三维空间是四年级开始的，以后不断地增加，一直到多维空间。他们努力搞明白在这个多维空间里事物之间的联系，并且引申到数学之外，学着用数学来描述各种关系，这就是他或她的整个学习过程，直到大学甚至更长——



我相信，对于孩子来说，数学素质是最重要的素质之一。

如同柏拉图所相信的：数学永恒地存在，只不过期待着人们去发现。这句话，不是一种带有哲学意味的描述，而是一把钥匙，持有它，你可以在任何一个领域毫无顾忌地行走，而不用担心误入歧途。所以，远在 2000 多年前的柏拉图学园的门口就赫然立着这样一块牌子：不懂几何者不得入内。在古希腊，几何就意味着数学。

数学是人类的一种文化，它的内容、思想、方法和语言是现代文明的重要组成部分。

最近看了一些报道，美国、以色列等教育非常发达的国家正在引进新加坡的数学教育思想和方法，甚至，直接引进他们的教材。那么，新加坡的数学教育究竟有什么独到之处？分析之后，我发现他们非常重视数学知识的背景教育、数学思想的无形熏陶和数学研究方法的分析运用，他们把数学史和课堂教学非常有机地结合在一起，收到了异常突出的效果。有一篇重庆师范大学老师撰写的文章做了很好的分析，我本想把它收录在本书的后面供大家参考，由于联系不到作者，所以只好把那篇文章的网址记录在这里——<http://www.pep.com.cn/200503/ca647807.htm>。我欣喜地看到，新加坡的做法和我教女儿学数学的方法是完全一致的，这使我认识到，我女儿的进步不是特例。

这本书记录的是我教女儿学数学的大致脉络，其中有一些是我的具体做法，还有一些当时场景的描述。读者看过之后会发现，这本书，除了第一部分之外，是循着数学史的路径展开的，是的，好在数学史的发展历程恰好和孩子们数学学习的展开方向基本一致。

这也使我想起了著名数学家陈省身的一句话：了解历史的变化是了解这门科学的一个步骤。

在这里，我要特意感谢那些在《孩子是管出来的》出版之后给我写邮件的家长，没有他们的问询和督促，这本书可能永远不会问世。

下面您要看到的就是我领着女儿，循着数学这门科学的历史，如何正在蹒跚前行的。



# 目录

- 1
- 第一部分 学数学要从非数学开始 11
- 当女儿凝视夜空的时候 12
  - 教女儿数学可以从这里开始吗 13
  - 孩子小时候就要把宇宙给他 17
  - 告诉孩子什么都不可能孤立地存在 20
  - 让孩子尝试算算地球有多大 22
  - 孩子是什么时候知道地球形状的 26
  - 板块学说能够让孩子熟悉宏观运动 27
  - 一定要给孩子买一份世界地形图 32
  - 让孩子知道脚底下是什么 35
  - 不但要知道天气，还要让孩子知道气候 36
  - 让孩子学会画生命树 39
  - 与孩子一起画地球与生命年表 42
  - 这一部分可以结束了 45
- 2
- 第二部分 认识数量的时代 49
- 不知道起点的故事 50
  - 尼罗河与河边的莎草 53
  - 让女儿尽早地熟悉数学名词 61



## 3

## 第三部分 探索图形规律的时代 71

孩子一生都会与图形打交道 72

孩子可以从古希腊学到很多东西 73

泰勒斯惩罚骡子 79

急刹车引出来的故事 82

要经常和孩子模拟戏剧场景 88

上中学之前一定要让孩子知道《几何原本》 90

让孩子知道中国古代的数学成就和缺陷 100

我们的大学建得太晚，而且太少 105

孩子从哪儿获得解题思路 107

孩子喜欢优美的曲线 111

奇特的墓志铭 113

## 4

## 第四部分 让孩子学习东方数学的精髓 119

孩子从印度数学中能学到什么 120

相对于结果，更应该让孩子知道原因 126

通过《一千零一夜》让孩子知道阿拉伯数学 129

让孩子对欧洲有个更全面的认识 136

## 5

## 第五部分 欧洲数学崛起 139

中世纪临近结束之前主要是数学的传播 140

斐波那契和让女儿退出“奥数” 141

孩子明白爆发之前总会有沉寂 143

广泛而坚实的基础在哪里都是适用的 144



孩子的自信与西方最早印刷的算术书 147

让孩子知道符号也有“系统” 148

数学史上的一段公案 150

如果你的孩子是个天才 153

十六世纪的其他数学家 156

# 6

## 第六部分 变量数学的时代 159

阿兹特克帝国灭亡了 160

化繁为简是重要的数学方法 164

让孩子有点“骄傲”的理由 169

你有没有看出孩子的运动轨迹 174

让孩子从绘画中感悟数学 178

幸好，我的孩子不是天才 180

让孩子早日挣脱第一象限 184

孩子的脑海里一定要有一个坐标系 190

女儿是一个“素数” 197

我们每天做的事情不是“微分”就是“积分” 200

牛顿也有前辈 205

上帝说：生出牛顿来，一切都变得明朗 207

具有极好数学素质的莱布尼兹 212

后记——永远不会谢幕的故事 217

附录 221



我教女儿学数学

# 第一部分 学数学要从非数学开始

从卫星上看，小毛头的家就在这些楼房一扇窗户的后面，从那里出发，她要先去看看宇宙苍穹。



## 当女儿凝视夜空的时候

此刻，已经快到晚上10点了。

女儿房间里静悄悄的，没有拉窗帘，这是北京难得一见的晴朗夜空，银白色的月光透过纱窗洒落在女儿的小床上，海信变频空调吹出一阵阵清凉的微风将暑热挡在窗外。这时，我想看看女儿睡着了没有，轻轻地走到女儿跟前。

“爸爸。”女儿轻轻地叫了我一声，声音很轻，却吓了我一跳。我已经习惯了孩子大着嗓子喊我，这么轻柔，尤其在这么安静地流淌着月光的夜晚还真是第一次呢。我低头看看女儿，女儿睁着晶润的眼睛定定地看着窗外的夜空，似乎不再理会我的到来。我斜靠在孩子的床头，顺着女儿的目光看去，星星点点的光亮正点缀在月夜幽深的苍穹。

这是我第一次看见女儿这么痴迷地凝视这圣洁而浩瀚的夜空，“她在想什么呢？”

女儿从生下来就生活在老人身边，8岁回到我的身边，转眼又一年过去了。记忆里，孩子从来没有问过我关于星星或者有关宇宙的任何问题，也从来没有关心过地球之外的任何事情……我突然感到心里一震，似乎意识到一个问题，一个迫切需要解决的问题。

女儿的数学一直不好，刚回到我身边的时候，8岁三年级的孩子居然不能够顺畅地完成个位数的加法，比如8加6等于几之类的题目也会使孩子困惑不解，看着我嗔怒的脸色，女儿的眼角衔着泪花，使我几次压抑住冲到头顶的恼怒，那种失望或者近乎绝望的心情真是难以描述。虽然后来，我用卡尔威特的方法——《孩子是管出来的》这本书中主人公使用的数学游戏启蒙教育的方法——很快地解决了这个问题，使孩子赶上了同龄人的数学进度，但是，怎么能够使她对数学有更好的理解和兴趣仍然是我一直担心的事情。“从哪里开始呢？”我不止一次地问自己。

当从这个夏夜孩子的小床边回到书房的时候，我感觉已经找到了答案。我要从对孩子来讲最神秘也是正好刚刚燃起探究欲望的宇宙开始，这个舞台足够大，足以容得下以后随着年龄增长继续增加的几乎所有的知



识，那些知识在这个浩瀚的宇宙中都会找到自己相应的位置，而不会造成任何混乱。当然，最主要的是，儿童，无一例外地，对于他所不熟悉的世界怀有让人惊异的兴趣。

想到这些让我兴奋不已。“女儿的数学有希望了”，我想。

这是一个星期五的晚上。

可是，问题又来了，明天我要具体从哪里入手呢？从宇宙的诞生开始吗？

我们所在的地球，地球所在的宇宙，或者，我们身边一棵随风摇摆的树，或许，一只正费力地向树上爬的小虫子，所有这一切都循着一套既定的规律干着他们各自的事情。这些规律被人——只是被人——给“挖”了出来，不仅如此，他们还给它起了一个名字，这个名字就叫数学。

这样说，你就会明白，我为什么决定要从表面看来和数学没什么关系的宇宙开始给女儿讲述后面的故事。

好，那就这样开始吧！

## 教女儿数学可以从这里开始吗

13

首先，我们可以提出这样一个假设：在宇宙大爆炸之前，曾经经历过一个漫长的瘫缩过程。

对这个过程，人类至今还只是假设，人们并没有真正想明白在宇宙大爆炸之前究竟发生了什么，即使是“宇宙大爆炸”这个“词儿”在几十年前都还没有。在几千年，甚至几万年里，人们都一直以为宇宙，还有地球从来就非常单调地呆在那里，无始无终，人们对单调的事情从来就没有什么兴趣。

可是，有一天人们突然发现，其实宇宙并不单调，它们五光十色非常灿烂，于是，改变了最初的想法。



说宇宙起源于一次大爆炸，似乎是在说一个神话。而孩子喜欢神话。不管你相信不相信，现在，大多数人都已经接受这样一种看法：宇宙是由一次大爆炸产生的。

你一定会感到奇怪，人类已经在地球上生活了大约 100 多万年，但是关于我们这个地球和这个地球的家——宇宙的历史，我们竟然知之甚少。关于宇宙的产生比较科学的看法不过是最近的事情，而对于地球产生的了解比之对宇宙产生的了解早不了多久。如果你想知道，那么，我们需要先返回到 1965 年看看。

第二天的早上，我给孩子讲述的故事就是从那里开始的。

“1965 年，”我向坐在餐桌对面的女儿说，“在美国新泽西州的贝尔实验室，两个初出茅庐的美国射电天文学家阿诺·阿伦·彭齐亚斯和罗伯特·伍德罗·威尔逊正在被一件烦心事弄得寝食不安。”

早餐时的天气延续了昨晚的晴朗，我想，我们有一个不错的开始，于是，我继续说：“他们想要使用一根大型通讯天线，可是不断受到一个噪声的干扰。”

“爸爸，什么噪声呀？”女儿停下正往嘴里送的汤勺好奇地问。

“那是一种连续不断的‘嘶嘶’声，他来自天空的四面八方，日日夜夜，一年四季，从不间断。”看着女儿在认真地听，我高兴地继续讲，“这使得两位年轻的科学家十分恼火，因为，他们的工作无法正常进行下去。他们想尽各种办法要把这个噪声赶走。他们重新测试系统，重新组装仪器，重新检查线路，甚至擦掉了所有插座上的灰尘。他们还像猴子一样爬进巨大的抛物面天线里，他们甚至小心翼翼地擦掉了上面所有的鸟粪。但是，他们的努力丝毫不起作用。”

“讨厌的噪声。”女儿表情严肃地发出抗议。

“就在他们忙上忙下的时候，他们并不知道，就在五十公里开外的普林斯顿大学，一个由罗伯特·迪克率领的科学家小组正在紧张地寻找被彭齐亚斯和威尔逊他们挥之不去的噪声。”

“他们干吗要找这些噪声，难道是噪声去错了地方？”女儿更加不解，这激发了她的好奇心。

“那个时候，普林斯顿大学的科学家正在研究乔治·伽莫夫在 20



世纪 40 年代提出的假设：要是你看到空间深处，你就会发现大爆炸残留下来的某种宇宙背景辐射。伽莫夫估计，那种辐射穿过茫茫的宇宙以后，便会以微波的形式抵达地球。在后来发表的一篇论文中，他甚至提出可以用一种仪器达到这个目的，而这种仪器就是彭齐亚斯和威尔逊他们使用的贝尔天线。”

“噢——我明白了，只有用贝尔天线才能发现这些噪声。”

“对，彭齐亚斯他们因为使用了贝尔天线，所以发现了噪声。不幸的是，不论是彭齐亚斯还是普林斯顿的科学家都没有看到伽莫夫这篇论文，所以，他们不知道这些噪声意味着什么。这也难怪他们，论文太多了，即使是同一学科的论文也是浩如烟海，你既不知道它们什么时候发表，也不知道他们会发表在什么地方。”

“彭齐亚斯找不到噪声的原因，”我马上意识到不能把孩子的注意力引导到科学论文上面，我应该继续我的故事，“于是，他打电话找普林斯顿大学的迪克，征求他解决这个问题的办法。迪克立即意识到两位年轻人发现了什么。他一边放下电话，一边向同事们大声喊道：好家伙，人家抢在我们前面了——

“此后不久，《天体物理学》杂志刊登了两篇文章：一篇是彭齐亚斯和威尔逊的，描述了听到‘嘶嘶’声的经历；另一篇是迪克那个科学家小组的，解释了‘嘶嘶’声的性质。”

“噢——”女儿似乎明白了什么。

“尽管彭齐亚斯和威尔逊并不是在寻找宇宙的本底辐射，也不知道‘嘶嘶’声是什么东西，也没有随即发表任何论文来解释它的性质，但他们还是由于共同发现宇宙微波背景辐射而双双获得了 1978 年诺贝尔物理学奖；很遗憾，普林斯顿大学的科学家迪克他们只获得了同情。”

“科学发现有时候也很简单吗！”女儿如释重负地往嘴里送了两勺粥。

科学研究并不总是非常地艰难，我们对孩子过早和过多地渲染往往使孩子在科学探索面前望而却步。

“其实，这种宇宙本底辐射的干扰我们并不陌生，如果电视机处于一个没有信号的频道，在那一大片‘雪花’里面大约有 1% 是由这种古



老的大爆炸残留物造成的。”我转身打开电视机，调到一个没有节目的频道，一片片“雪花”充斥着屏幕，女儿看着那嘶嘶作响的荧光屏，表现出一副若有所思的样子。

“就是这些吗？”

“你是要问：彭齐亚斯他们发现了什么？”

“对呀——”

“要回答这个问题，我们就要回到宇宙的起点。就是你昨天晚上看的那个夜空的起点。”

“起点！您是说它们有起点？”这又一次引起了孩子的兴趣。

“有，起点，就是宇宙的开始。无论你多么富于想像，你也不会想到宇宙起源于一个‘点’。一个即使放在你的手心里你也看不到的‘点’。宇宙学家管它叫‘奇点’，也有的宇宙学家管它叫‘孕点’——那就是起点，宇宙的起点。”

“总之，你可以使劲地去想像，想像那个‘奇点’是那么的小，无论你想像它是多么小，也不会比它实际小。”看着女儿追问的目光，我继续说：“好了，突然有一天这个小得不能再小的‘奇点’爆炸了。刹那间，一个灿烂的时刻来到了，在第一时间的第一秒钟，产生了引力和现在物理学研究的其他各种力，紧接着，宇宙就长成直径有1600万亿公里的一个大家伙，而且还在迅速长大。随着这一声爆炸，产生了大量的热量，温度高达1000万摄氏度，这足以使最初的原子产生各种各样的反应，形成各种各样新的元素。很快，这个过程就基本完成了。”

“于是，我们有了一个宇宙——真是神奇。”女儿不失时机地赞叹。

“彭齐亚斯和威尔逊他们听到的‘嘶嘶’声就是宇宙爆炸时发出的‘光’，在经过漫长的时间和遥远的路程之后——它们变成了微波。或者说，彭齐亚斯和威尔逊他们找到的是宇宙的边缘，至少是150亿光年以外的可见部分，那是宇宙的第一批‘质子’留下的痕迹。”

“那么你一定会问，这个大爆炸是什么时间发生的？”

“是呀，我正要问呢。”

“这个时间是一个存在争议的问题，”我略微思索了一下，“一些



人认为是在距今 100 亿年前发生，另外一些人认为是在距今 200 亿年前发生的，这个问题宇宙学家已经面红耳赤地争论了很长时间，到现在，有更多的人赞成大约 137 亿年这个数字。总之，那是一个很遥远的过去。”

“那——后来呢？”

## 孩子小时候就要把宇宙给他

“后来——嗯——地球出生了。”

我用这句话结束了我和女儿的早饭，我不认为继续讲下去是一件明智的事情，就像吃饭一样，孩子需要一段消化的时间。

在随后的几天里，我和女儿经常围绕这方面的主题聊天。我找来几个大小不同的球在客厅的地板上摆来摆去；有时候我当“太阳”，女儿当“地球”，邻居的一个小孩当“月亮”，他们都沿着一条椭圆形的轨道旋转，而我则看着孩子高兴地转着，我们轮流当裁判，当我们三个人连成一条线的时候就要停下来，因为要有日食或者月食发生了，我还要不时地提醒他们不要转晕了，而他们总是要到笑得前仰后合直不起腰来才会停下脚步。

这使我想到了《孩子是管出来的》一书的作者卡尔威特说的话，“我一直认为，从小就能享受真理滋味的孩子，是最幸福的。”

我还告诫孩子：如果有人问你一个问题，宇宙和地球是同时产生的吗？你可千万不要说“是”。因为地球的产生比宇宙的产生晚了 90 多亿年，精确的数字谁也说不清，事实上也不用那么清楚，在宇宙和地球年龄这个问题上，误差数亿年并不稀奇，这就像说到我们的出生日期不用精确到毫秒是一个意思。你可以大概地认为，如果宇宙从产生到现在分成三段的话，地球到现在的历史只有最后的一段这么长。

我一直认为，在孩子小时候就要把宇宙给他，这样有助于孩子形成



一种宇宙观，使孩子习惯在一个更广阔的空间框架下考虑问题。可以做这样一个比喻，给孩子一个足够大的房间能够放得下他不断增加的东西，从而避免频繁的搬家，因为，搬家是需要付出成本的。

如同宇宙的产生一样，地球的产生也是一个奇迹。

前些年惹了不少麻烦的爆竹，最近，在一些城市又被有限度地放开了。爆竹是个很有意思的玩意儿，除了不懂事的孩子，几乎人人都喜欢，另外，它还可以比较形象地向孩子比喻宇宙大爆炸时候的场景。“砰”，随着一声巨响，爆竹被炸成了无数个大大小小的碎片，这些碎片裹挟着烟尘飞向四面八方。

“你可以把宇宙大爆炸看成是你点燃了一只爆竹，”我把手放在女儿的头上，“所不同的是，宇宙大爆炸要比你的爆竹的威力大多了。”

“那次宇宙大爆炸当中的极少部分形成了我们现在说的太阳系。事实上，在太阳系这个范围内所有的碎片烟尘加在一起的百分之九十九的物质都最后汇集在太阳那里。”我想强调地球并不是宇宙的中心这样的思想，于是，我又说，“地球不过是另外的百分之一里面的一小部分。”

关于太阳系最初的情形有着各种各样形象的描述，这些都是孩子非常喜欢听的话题。

据说，在大爆炸发生后的很长很长的时间里，宇宙中散落着大大小小的碎块和爆炸尘埃，后来，一些较小的碎片和尘埃逐渐被邻近的一些较大的碎块吸引过去，或者是它们在宇宙中横冲直撞的时候自投罗网，使得一些较大的碎块越来越大，这样就形成了一些星球，有一些我们现在管它们叫恒星，而按着一些固定的轨道围绕着恒星旋转的星星，我们管它们叫行星，围绕着行星旋转的更小一些的星星，我们管它们叫卫星。就像你现在知道的，太阳是恒星、地球是行星、月亮是卫星。

有人认为，很久很久以前大约是46亿年以前，有一颗像火星大小的星体，一不小心撞上了地球，把地球敲掉了一大块，结果，被撞碎的这一大块还有一些小碎块，又重新聚合在一起，就成了我们现在天天能看到的月亮。

据分析，组成月球的大部分材料来自地球的地壳，而不是地核。顺便说一句，这个理论总是被认为是最近提出的，而事实上，它最初由哈



佛大学的雷金纳德·戴利于20世纪40年代提出。关于这个理论，最近人们已经不大重视它了。

在之后的5亿年里，年轻的地球继续受到彗星、陨石和其他碎块的撞击。如果你看到月球表面那些大大小小、密密麻麻的环形山，你就知道地球也不会幸免于被其他星体、陨石或其他宇宙碎片敲敲打打的痛苦岁月。在这个过程中产生了蓄满海洋的水，还产生了成功形成生命所必不可少的其他成分。那段时间地球处于一个极不友好的环境之中，所幸的是，这个满天下着石头雨的过程逐渐减弱，以至慢慢平息了下来。

同样安静下来的不光是地球，还有整个太阳系。在漫长的过程中，那些大大小小的碎片和尘埃都逐渐地被他们周围比较大的天体吸引了过去，并最终形成了现在的样子。

我们现在所说的这一切都基于一种在1979年提出来被称为“宇宙膨胀”的理论。这主要归功于一位年轻的粒子物理学家，他的名字叫艾伦·古思。

古思当时在斯坦福大学工作，那年他三十二岁，他自己承认以前从没有作出过很大的成绩。要是他没有恰好去听那个关于大爆炸的讲座，很可能永远也提不出那个伟大的理论。而开那个讲座的不是别人，正是那个与诺贝尔奖擦肩而过，只赢得“同情”的罗伯特·迪克。

讲座对古思大有帮助，尤其是从那之后他就对宇宙的形成产生了兴趣。所以，你要记住，如果你想有所成就，你就要对任何科学的“新玩意儿”抱有兴趣。

对于一些“新鲜玩意儿”，孩子具有天生的兴趣，主要问题是大人缺乏正确的引导，这才是问题的关键。

