◇目录◇

猿亘载·数学解题思维方法与训练

第一部分

猿亘载·数学解题思维培养与训练

第二部分

猿园载·数学解题思维方法

第一部分

3猿垣X载·数学解题思维培养与训练

摇摇 □数学思维的含义和结构

人在学习数学的认识活动中,思维占有重要的地位。数学思维作为结果,指数学知识本身。数学思维作为过程指的是获取数学知识和解决数学问题时的思维过程。数学思维过程是人脑和数学对象相互作用的过程。学生在获取数学知识的思维过程中,以已有的数学概念和事实为基础,通过数学判断和推理等形式来认识数学对象,掌握新知识。学生在解决数学问题的思维过程中,运用已有的数学知识和经验,灵活地处理在新的具体情境下或各种不同的抽象水平上的新问题。

数学思维的对象,可以看作是一个数学概念、规律、方法及其综合形成的知识块所组成的包括横向组合形式和纵向层次发展的知识结构。数学思维结构是个体在数学活动中,以数学知识结构为基础在头脑中建构、形成的具有数学特点的信息操作系统。

数学思维结构是数学思维研究的主体。研究数学思维结构,探讨知识在思维能力形成过程中所起的作用,探讨内容的选择与形成和发展学生数学思维的关系,有助于选择适宜的数学内容,合理编排和处理知识系统以形成完善的教学结构。研究数学思维结构,弄清学生原有的基础,揭示其思维发展规律,有助于运用恰当的教学方法及灵活的教学组织形式开展教学活动,使学生掌握科学的知识结构,形成合理的思维结构。

研究数学思维结构,应着眼于数学思维的主要方面及其相互关系。湖南张天孝老师认为,数学思维包括数学思维方式(内容),数学思维品质,数学思维能力和数学思维方法四个主要方面。

数学思维方式(内容)是对数学思维结果的总结。从这个意义上说数学思维方式是指数学思维过程中知识和信息的吸收、运用、转化和组合的原理,它是学习者在数学活动中学习数学知识和掌握方法的基础上形成的,是数学知识与主体的认识长期相互作用的结果。对数学教学来说,学生的数学思维方式主要是指对应思维、函数思维、可逆思维、空间思维、程序化思维和结构化思维。

员援对应思维

对应是数学中的重要思维方式,即使在一年级课本中出现的也不少。在计数中每个集合都被它元素的个数对应,在序列中每件东西被它的序号对应。对应对两个集合的等值提供了最简单最直接的计量方法。如果两个集合的各个元素之间能够一对一的对应,它的量是等值的,如果不做一对一的对应,就产生了“多”和“少”的观念。因此,对应的过程是整数结构的基础。在分数问题中量和率的对应,在比例问题中抽象的份数与具体量的对应,在 葬再遭越糟这一基本数量关系中,行程问题中的速度、时间、路程,分别对应于商品问题中的单价、数量、总价,工作问题中的工效、时间和总量。对应的思维方式在小学数学学习中有着广泛的应用。

圆援函数思维

函数思维就是人的思维对两个集合间联系的把握。它反映了数学自身的内在联系,是对事物及其关系的变化性、相互联系和相互转化的认识,它要求从联系中去发现数学结论与解题方法。这种思维方式的基本过程是:从运动和变化中提出数学对象,运用因果、相似关系解决数学问题;将解决结果返回到原来的问题情境中,重视说明数学对象的丰富内容。

猿援可逆思维

数学的许多概念都是成对的,运算也是互逆的。这种相反相成的对立统一关系,反映在人的头脑中就形成了一种可逆思维。思维的可逆性,意味着心理过程中思维方向的转变,即从正向思维转为逆向思维。皮亚杰把可逆思维能力作为儿童智慧发展的重要标志。原苏联心理学家克鲁捷茨的研究也证明凡是数学能力强的学生,在一个方向上形成了联系,就意味着相反的方向上建立了联系,因而他们能迅速地辩认或理解逆向问题,数学能力差的学生则往往感到困难。

源援空间思维

空间关系是数学的基本内容之一，它与数量关系是有机地联系在一起的，空间思维是头脑中构成物体的空间形状、大小及其位置关系的简略结构，并能将实物的一些操作在头脑中进行相应的思考。

缘援程序化思维

程序化的思维方式是按一定步骤的有序思考。在思考问题时，把任务分解化小为能被清晰感知的组成部分 把过程分解成小步子，找出各步间的逻辑关系。

远援结构化思维

结构化的思维方式表现为用统一的观点处理数学内容，从相互联系相互作用的内在规律上揭示数学知识。它具有三个显著的特点，即整体性、转换性和自我调节性。研究数量关系的结构形式，可以运用迁移规律解决同构异素问题。某些问题，尽管在具体内容上不同，但实际上都具有相似的结构形式，教学时可以使形式超脱内容，把不同题材中共同的结构形式分离出来，进一步抽象化，并把它符号化，只研究结构形式之间的关系。通过合理的结构去掌握知识，从思维过程上说是简单的，在时间上是经济的，可以减轻学生记忆的负担，提高思维的敏捷性。

由于数学思维方式是数学思维结果（数学内容）的总结，而数学内容是互相融洽的，所以数学思维方式也是融合的，在思维过程中综合起作用。

数学思维品质是数学思维发生和发展中所表现出来的个性差异。在小学数学教学活动中，经常可以发现有的学生思维敏捷，思路宽，有独创性 而有的学生思维呆板，思路狭窄，这就是思维品质的差异。数学思维是数学认识活动的高级阶段，完成这种活动必须而且直接影响活动效率的是数学思维品质。学生数学思维品质的好坏，虽然与遗传因素有一些关系，但主要还是靠学习数学知识和解决数学问题的思维活动的实践中得到锻炼和发展。在小学数学教学中，需要着重培养和训练的思维品质有 数学思维的深刻性、灵活性、独创性、批判性和敏捷性。

思维能力是在一定的思维品质基础上形成的分析问题和解决问题的能力，数学思维能力是数学思维品质在解决问题实践中的具体化。

在小学数学教学活动中，经常可以见到有的学生善于思考，领悟力强，思维敏捷、灵活；而有的学生遇到难题一筹莫展，抓不住问题的本质和关键找不到解决门路。这就是思维能力的差异。如果数学思维能力不强，那以即使思维再灵活，再有批判性，到了面对实际问题时也束手无策。在小学数学教学中，需要着重培养和训练的思维能力主要有：数学形象思维能力，数学抽象思维能力，数学收敛思维能力和数学发散思维能力。

思维方法是比思维能力更具体的东西，它是人们思维中处理各种问题的基本方法。思维方法大体上可分为两个层次，一个层次是各科都要用到的逻辑思维方法，如演绎、归纳、分析、综合、类比等等；另一个层次是每个学科自身所特有的基本方法，如数学中的化归方法，模型方法，公理化方法等等。数学思维能力的训练，就是通过数学材料进行智力活动方法的训练。换句话说，数学的学习过程是数学知识内容与数学思维方法的结合。归纳、类比、化归、假设是小学生学习数学常用的方法。

综合上所述，数学思维方式、数学思维品质、数学思维能力和数学思维方法构成了数学思维结构的基本框架。数学思维结构是数学认知结构的最重要的方面，数学认知结构的建构与发展主要是数学思维结构的建构与发展。

摇摇□数学思维的模式

数学的载体是数、式、图，但数、式、图并不是数学所独有。李白的诗就善用数，他的“飞流直下三千尺，疑是银河落九天”、“白发三千丈，缘愁似个长”，脍炙人口。但作为理性与逻辑的考察却十分荒谬：头发再长也不会是庐山瀑布的十倍。因为他是文学的形象思维的模式，而不能用数学的思维模式去理解。即使是与数学有密切联系的物理、化学等自然科学，主要是观察与实验的思维模式，与数学思维也有所区别。我们有理由说，数学是有它突出特点的思维模式。数学思维反映在数学的概念、法则、定理甚至符号之中，反映在数学内容之中，也反映在教与学之中，数学知识错综复杂，千差万别，作为数学思维的模式却很有限，但确是数学的精髓：纵观知识，横看数学，安徽省铜陵县一中朱

秀山老师总结数学思维的模式有如下几种：

员援操作模式的数学思维 数学方法、法则

数学思维的最初级的模式是法则和方法以及公式等的直接运用。如加减乘除的法则，幂的运算法则，整式的乘除法则，等等。表现为“有章可循”可以操作的一种程度。这里讲操作，当然是思维，它们往往并不简单、单纯，常常是多种法则的联合运用，即便是最简单的自然数的加法，也有进位问题，只不过这种思维有相对固定的程式而已。

重要法则的反复操练，不仅可以熟悉数学知识，形成技能，也是练就数学基本功的重要手段。

法则的灵活运用就是技巧，较常用的技巧就是一种方法。方法和技巧是操作模式的数学思维中的较高层次，有理性的参与。方法的运用，提高了法则的效率，方法的发现和运用既要有运用法则的基本功，也需要有必要的变式的训练，还需要教师的指点，更需要学生对法则方法的渐进深刻的理解。仅会法则的刻板运用，至多只不过是一台计算器，至多只感受到数学大海浪花撞击的一点水珠。我国人民历来讲究法则的操练和方法的运用。“熟能生巧”的成语就是这个意思的概括。我国古代的数学经典《九章算术》就包括了圆圆圆个“术”。这个“术”事实上就是方法。

外国的小高斯，在计算员园园以内的自然数和时，就成功地运用了“凑整”方法。

在这种模式下，初中的换元法、待定系数法、消元法、十字相乘法等都应属于这个范畴，这个思维模式的直接结果是熟悉数学知识与形成数学技能。

圆援机理模式的数学思维 数学原理

机理模式的数学思维，表现为一种适应范围广、高层次的方法，充满了理性与逻辑性，常以数学原理的形式出现。有时虽然也需“操作”，但是从属地位，且不一定有固定的程度。它与操作模式的重要区别是：前者突出“为什么是这样”，而后者常表现为“一定要这样”。

中学的数学原理主要有：分析原理、综合原理、反证原理、同一原理、构造原理、等价原理、数学归纳原理、对称原理、分类原理、分解原理、抽屉原理，等等。

我们特别指出的是“反证”和“数学归纳”。这些被称为“数学家最

精良的武器”常被认为是“方法”。不错,“反证”和“数学归纳”的运用,常有固定的“程序”一面,但更重要的是它的“机理”。优秀教师在讲述反证法时,都不在“程序”上大做文章,而首先讲叙“林肯当辨护律师”的故事。讲“数学归纳法”时讲多米诺现象,讲成排自行车倒下等问题,就是讲这里的核心“理”,而程序只不过是外壳。“反证”实质上是逻辑学中排中律在数学中的运用。“数学归纳”实质上是利用自然数的有序性和传递性进行数学思维。

如果没有经过法则和方法的认真操练,难得扎实的数学基本功,但如果不能上升到数学原理上去思维,思考法则和方法,势必是机械的数学。反过来,如果仅仅是从原理上学习数学,而不是从法则训练的基础上去提炼,则数学原理成为无源之水,无本之木。美国的“新数”运动的失败就在于此。因此,法则的操练和原理的领悟二者不可偏废。

著名学者杨振宁曾将高斯计算 员园园以内自然数和的故事讲给他的孩子们听。大家都懂,也很欣赏,但一年之后都忘了。陈省身教授在谈及此事时,感慨地说:“不同的是,我们了解这个推论的美,听过之后,永远不忘。具有数学意识的人还会举一反三。我们的数学教育就是要培养听过不忘和举一反三的人。”这大概就是杨振宁之所以杨振宁,陈省身之所以陈省身吧!

数学中的许多概念往往是数学原理的反映,它们常常是在不能让学生作较多操作训练的情况下而让学生接受的,所以概念往往成为学生接受的难点。大多数的概念是“分类”的产物。至于象什么是“排列”什么是“组合”也实在是“构造”的结果。

数学的原理是能够让学生接受的。但用数学原理去思维,去进行数学思维并不是一件简单的事。只有在牢固掌握法则的基础上去揭示、去分析、去领悟。

猿援动态模式的数学思维 数学思想

学习数学的最基本的要求是理解,依赖背诵来学习数学是行不通的。如果你要问数学爱好者爱好数学的原因,他们的回答除了“成功”和“有趣”之外,必就是学习数学不需要“死背”,而“辛辛苦苦的数学中差生”中的大多数都是企图通过“背诵”得到高分。优生的“有趣”就是数学的魅力,不死背就是要理解。不仅是局部的而且是广泛的融汇贯通,这就是动态模式的数学思维 数学思想。表现为一种辨证性,运动

性的和总体形的思维形式。

中学的数学思维有转化思想、运动思想、数形结合思想、优化思想、类比思想、化归思想、极限思想、集合与对应思想、理论联系实际思想、普遍性与特殊性思想,等等。

作为这种模式的数学思维的数学思想,是沟通数学知识与数学知识之间、数学知识与实践之间那种辩证、运动和活化的内在联系的思维形式,具有更深刻的、居高临下的理解知识的思维模式。例如,平面几何里的圆周角、弦切角、圆内角和圆外角,认为都是角的边在运动而得的不同结果,没有必要一一记住这些定义、定理和公式。射影定理、相交弦定理、切线定理、割线定理、切割线定理的关系也是如此。正如我国著名数学家华罗庚教授所说:“学习知识就是一个不断地由薄到厚,和由厚到薄的过程。”这里由厚到薄的薄,不是知识少了,而是精了,就是理解的上升、就是知识的融汇贯通。作为思维,就是通过这种动态模式的数学思维。没有这种思维,就无法学习数学。一个小孩子即使到远–苑岁才会数到员园园个,没有人担心他数到员园园园个时要到员园–员源岁。人类掌握数学知识也是如此。三、四千年前的古埃及、巴比伦的数学文献中,就把一万(即员园源)称为“黑暗”,即这在当时已经模糊不清,不可想象了。员园愿是“黑暗的黑暗”,被认为是人的智慧所不及的了,公元七世纪,欧洲最有学问的英国修士倍达说:“世界上有很多难做的事情,但是没有比算术四则再难的了。”直到十八世纪,人们对分数的运算仍十分畏惧。员苑缘怨年,英国一本算术教科书的作者说:“为了照顾学生们……,我们把通常称为分数的破碎数的运算单独叙述。部分学生在看到这些分数时,灰心到就此停止学习,他们嚷声说‘不要再往下了’!”可见畏惧到何等程度!现在,被人们称为“信息时代”和“知识爆炸”,于是有人说人类的大脑将“不堪重负”,既然,人类已经如此轻松地认识了“黑暗”和算术四则及分数运算,人类也必能同样轻松地处理“爆炸”。人类有动态的思维模式,那种“不堪重负”的担心必是杞人忧天。

源援工具模式的数学思维 数学意识

许多优秀学生在领受数学之美,感叹数学之精妙之余,常不由自主地问 数学家如何创造了数学?数学家在处理似乎与数学无关的问题时,他的技法为何如此高超?这种创造,这种处理,就是工具模式的数学思维 数学的意识。的确,不可通约量的出现,无穷小量的矛盾,几个

简单悖论的提出和解决,把数学一次又一次推向新的高度。欧拉研究“七桥问题”揭开了近代图论的第一页。集合控制论的创立,更把人类引向电脑时代。

数学意识是人类用数学思维处理问题的方式。数学意识有抽象化意识、量化意识、模型化意识、符号化意识和利用工具意识,等等。数学意识具有数学再生与创造的品格,具有用来解决挑战性问题的能力的品格。

数学意识是一个工作母机,它不仅解决数学问题的本身,而且开辟新的数学领域。正因为如此,数学才如此枝繁叶茂,并且深入社会的每一个角落。当今西方提出“问题解决”正是培养数学意识的做法。

只有提高了数学意识,“工具的数学”才能作为“数学的工具”服务于生产生活与社会活动中。

在数学思维与数学知识的关系上,方法是知识的积累,原理是知识的消化,思想是知识的掌握,而意识是知识的运用。

数学意识是学习者在走出校门若干年后,什么法则都忘记了、什么概念都淡化了,什么公式都模糊了而保留下来的东西,并且是终生受益的东西。

几种思维模式是伴随知识的深入而滚动发展、循环上升的。低层次的数学知识,无论是数学原理或是数学思想,都只能提供一个狭小的阵地。随着数学知识领域的扩大,也为数学思维提供了广阔的空间。也正因为如此,人类才不断地化难为易,化神奇为浅显。

如果一个人仅仅是解决了问题,并不一定表明他思维的高超。除了他知识水平外,还应看他用什么模式的思维去解决的。我们斩头去尾,从中间说起:如果一个初中生,他没有学过“排列与组合”问题,要解决“十个人开会,每人互相握手,一共握手多少次的问题”可能有多种方法。第一种,他在纸上汎了张、王、李……等十人的姓名,然后两两配对,一一数之,可得结果;第二种,他把设想中的十人列成一个表,如同比赛的场次表,分类而得,不难得到解决;第三种,他先分析两人开会,三人、四人开会的握手次数,找出人数增加和握手次数的增多的关系,而得到解决;第四种,他把人抽象成点,握手是两点连线,握手次数是十边形的边数与对角线条数的和,从而解决问题。可以说,第一种是握手法则的操作思维,第二种主要是分类或分解原理的机理思维,第三

种是运动思想的动态思维,第四种是用抽象化,模型意识的工具思维。一种比一种具有更高的档次。这四种思维模式可概括为：

摇摇方法有章可循,原理依理则明,

摇摇思想动态联系,意识化为利刃。

也应注意到,即使较低层次的数学知识,也蕴藏着大量较高层次的数学思维模式。但是,如果没有较高模式的数学思维的领悟,必然难以承受较深数学知识的压力。正因为如此,数学思维的引导,具有比数学知识的学习更重要的地位。

摇摇 □数学的四种基本思维模式与教学

关于提高学生运算能力的研究成果累累,但是太多且细反而有在庐山云雾中之感,甚至会迷入唯技巧的歧途。所以江苏省南京市江宁县秣陵中学周素华老师提出在解题中以强化思维训练,理出整体控制、顺向探源、逆向思考、发散创新作为四个基本的框架思维模式。

员整体控制思维是“三论”(控制论、系统论、信息论)的核心

要实现熟练的整体控制思维就应以牢固的数学基础知识和基本的技能技巧为基础、为标准,注意整体衡量问题所处的主干位置以及可能涉及的知识范围,要避免零枝碎节的纠缠。这样可以大大提高运算的成功率。

例 员已知 :扎$_{贠}$越员原槡猿 垣 圆蚤,扎$_{圆}$越员 垣 圆蚤,求 葬则 扎$_{贠}$ 垣 葬则 扎$_{圆}$。

通过计算 葬则 扎$_{贠}$ 与 葬则 扎$_{圆}$ 进行解答,弯子多而繁琐,如果引导学生在复数与三角函数的诸多性质及其联系中定位,从整体上加以控制,就会注意到：

(员 求得 葬则 扎$_{贠}$ 与 葬则 扎$_{圆}$ 对于求 葬则 扎$_{贠}$ 垣 葬则 扎$_{圆}$ 只是充分的并非必要的。

(圆 扎$_{贠}$ 与 扎$_{圆}$ 的辐角之和等于 扎$_{贠}$ · 扎$_{圆}$ 的辐角。

由此,便可以发现简便的解题途径。

略解 :疫扎$_{贠}$ · 扎$_{圆}$ 越圆 垣 圆蚤,

当 泽 ≥ 园时,砸 ≥ 园 陨扎 ≥ 园 蚤越员,圆 ,所以 葬则 扎$_{贠}$ 垣 葬则 扎$_{圆}$ 越$\frac{\pi}{圆}$。

当 泽 约 园时,砸 ≥ 园 陨扎 约 园 蚤越员,圆 ,

所以 葬则 扎$_{贠}$ 垣 葬则 扎$_{圆}$ 越$\frac{苑\pi}{圆}$。

例 圆摇若 葬遭糟为实数,粤越葬 原圆遭 垣$\frac{\pi}{圆}$,月越遭 原圆糟 垣$\frac{\pi}{猿}$,悦越糟 原圆葬 垣$\frac{\pi}{远}$,证

明 :粤月 悦中至少有一个值大于零。

由于 葬遭糟的任意性,很难直接判断 粤月 悦值的符号,不妨引导学生进行整体思维,如将 粤月 悦相加,则可得 粤垣月垣悦越(葬原员)圆 垣(遭原员)圆 垣(糟原员)圆 垣π 原猿跃园 于是由上式知道,粤月 悦至少有一个值大于零。

这样即使枝节问题也可能在整体控制下得到顺利解决,或者可避免忽视问题的存在性而造成失误。

圆援顺向思维在解答数学问题中是经常运用的,引导得当,能收到奇巧的效果

例 猿摇设 枣(曾)在[园,员]上定义如下:

枣(曾)越 { 员/圆摇摇当 曾越园;
√圆/圆摇当 曾是(园,员)内的有理数,
员摇摇摇当 曾是(园,员)内的无理数,
园摇摇摇当 曾越员 }

若已知 枣{枣[枣(曾)]} 越 员/圆,那么 曾是怎样的数?

分析及简解 :枣{枣[枣(曾)]}⇒ 员/圆 ⇒枣[枣(曾)] 越园⇒

枣(曾) 越员⇒ 曾是(园,员)内的无理数。

本题解题的过程就显示了从外至内层层脱去所有 枣的过程,这是一种典型的顺向的程序化模式。有时在使用穷举法、类比法、结构代换等时,往往都可进行顺向思维。

猿援逆向思维在解题过程中同样具有举足轻重的作用

一般地说,顺向思维受阻或头绪繁琐的情况下,就应该迅速向逆向思维转换。

例 源摇如果二次函数 赠越皂曾圆 垣(皂原猿)曾垣员的图象与 曾交点至少有一个在原点的右侧,试求 皂的取值范围。

若从正面求解,要分别就“两交点均在原点右侧”,“一个交点在原点右侧”等情况一一解答,这样做虽然能行得通,但运算繁琐,为此可引导学生从反面思考。

解 :当函数图象与 曾轴的交点均不在原点的右侧时,由一元二次方程有两非正实数根的条件,得:

{ Δ 越(皂原猿)圆 原源皂≥园
猿原皂/皂 ≤园
员/皂 ≥园 } ⇒ { 皂≥怨或 皂≤员
皂约园或 皂≥猿
皂跃园 }

因此得 皂≥怨 其对立面为 皂约怨但因为是二次函数,所以 皂≠园且与 曾轴有交点,故 ♦≥园即 皂≥怨或 皂≤员 于是,二次函数图象与 曾轴的交点至少有一个在原点右侧的条件是 皂≤员且 皂≠园

例 缘摇解不等式 √缘原源曾原曾圆 ≥ 曾援

本题如顺向求解,就得需要解两个不等式组再求并集,但右引导学生从反面求解,就能化难为易。

解 :设全集 陨越{曾|缘原源曾原曾圆≥园} 越{曾|原缘≤ 曾≤ 员}。

由 √缘原源曾原曾圆 约曾得：

{缘原源曾原曾圆≥园
缘原源曾原曾圆≤园⇒{曾| √员原原圆/圆 约曾≤ 员}。令其为 粤
曾≥园

据此即得原不等式的解集应是 粤的补集 粤̄

粤̄越{曾| 原缘≤ 曾 √员原原圆/圆}。

此外如用逆向猜想法、减元法、降次法、旋转变换等都可找到思维逆向的本质。

源援发散(多向)性思维具有独创品质

如在教学中引导学生多侧面、立体式的思维,可以简化运算过程。

例 远摇已知 葬遭∈ 砸

粤越{(曾,赠)| {曾越员垣糟燥泽θ
赠越泽蚤灶θ 葬≠园,θ∈ 砸},

月越{(曾,赠)| {曾越贼
赠越皂贼垣遭 皂,贼∈ 砸},

问是否存在实数 葬,遭使 粤∩月≠∅总成立？

初知 粤表示椭圆 (曾原员)圆/葬圆 垣赠圆越员上的点集,月表示直线 赠越皂曾垣遭的点集。要使 粤∩月≠∅,只须椭圆方程和直线方程联立的方程组恒有实数解。但这样运算量大,因此可以引导学生利用数形结合的思想方法,可知本题等价于过点(园,遭),斜率为 皂的直线 赠越皂曾垣遭与椭圆 (曾原员)圆/葬圆 垣赠圆越员恒有公共点,只须点(园,遭)落在椭圆内或椭圆上。

简解 :欲使 粤∩月≠∅总成立,由题设只须点(园,遭)落在椭圆内或其上。故 (园原员)圆/葬圆 垣遭圆≤员 所以当

原$\frac{\sqrt{葬原员}}{灢灢渣}$≤遭≤$\frac{\sqrt{葬原员}}{灢灢渣}$（灢灢渣≥员时总有粤∩月≠∅。

类似一题多解、添辅助线、结构代换等解题技巧，大都可以从发散思维派生出来。

摇摇□数学思维教育对提高人的素质的意义

数学是一门思维的科学，由于它的高度抽象、逻辑性强和不断创造新的精神产品的特征，深刻地影响着人们的思维习惯和思维抗议式。同时，数学思维不仅仅是一种数学现象，而且是一种深刻的文化现象。江西余干二中周鸿生老师总结数学教学中的思维教育对提高人的素质的作用是：

摇摇员数学思维教育可以促使人的先天素质得到发展，使人的生理、心理素质得以显化出来，即使人的固有的内在本性外化出来

人的遗传素质虽有差别，但它并不是人的发展中的决定因素。在不同环境特别是教育的影响下，人的遗传素质可以向肯定的方向或否定的方向发展。而数学思维教育则在人的先天素质的外化和发展的过程中起着独特的作用。

（员从数学学习的特点来看。摇数学是思维的科学，学生学习数学知识基本上是在演绎体系下展开的，数学学习中的“再创造”比其它学科要求更高，需要较强的逻辑推理能力；同时，数学是高度抽象概括的理论，比其它学科更抽象、更概括。其概括程度之高，使数学脱离了具体实物，仅考虑形式的数量关系和空间关系。有人把数学誉为“思维的体操”，“用符号表示的哲学”。数学的这些不同于其它学科的特点，使数学思维教育在外化和发展人的先天的素质的过程中起着其它学科、其它形式的教育所不能替代的作用。

（圆从数学思维教育的特点来看。摇探索是数学思维教育的生命线。数学必须注意揭示知识的发现过程，揭示知识从已知到未知的激烈而曲折的矛盾运动，注意点拨和引导学生的思维，真正把数学作为思维科学来教学，把数学知识作为砥砺学生智力的磨刀石，这必将对外化和发挥学生的先天素质起着难于估量的作用。

（猿从人的思维发展的特点来看。摇儿童从出生到成人，身心发

展是一个由低级到高级,由量变到质变的连续不断的发展过程。童年期的学生的思维特点具有较大的具体性和形象性,少年期的抽象思维已有很大的发展,青年期抽象思维则已居于主导地位。数学以抽象性和逻辑性的特点,顺应人的思维发展规律并为这种发展提供了最理想的强有力的工具,决定了它在促进人的思维素质发展过程中的独特作用。

摇摇圆援数学思维教育可以使人类在历史进程中所形成的固有本质转移于新生的个体中,即使人类的固有本质内化于个体

（员 从数学思维是一种人类文化现象来看。摇美国数学家克莱因说过“数学是人类最高超的智力成就,也是人类心灵最独特的创作。音乐能激发或抚慰情怀,绘画使人赏心悦目,诗歌能动人心弦,哲学使人获得智慧,科技可改善物质生活,但数学却能提供以上的一切”。数学是一个巨大思想的历史,它包括数学知识的演变,创造这些知识的人,产生这些人和这些知识的客观条件,还有这些知识的社会作用,与人类其它文化领域的相互影响,可见数学是一种历史的、社会的、文化的现象。要使学生认识到这一点并非易事。只有进行数学思维教育,在日常教学渗透这种文化观点和历史观点,不是把数学当作纯粹技巧的堆砌而是当作思维科学,不是把数学仅仅当作一种数学现象而是当作一种文化现象,我们才能培养出不但有才和学、而且有德和识的人才。这种教学的必然结果,是使历史长河中形成的人类的本质内化到人体上来。

（圆 从中华民族的素质来看。摇民族素质不仅取决于每个国民的素质,它还包括一个国家一个民族在长期的历史进程中所形成的民族特性。这些素质作为民族意识通过民族文化世代传递下来,形成自己的特色。整个民族的素质既依赖于个人的素质,而又构成个人素质发展的条件。中华民族勤劳、勇敢、坚韧不拔、敢于自立于民族之林而著称于世。数学思维教育所需要的非智力品质,如兴趣、情感、意志等,则恰恰是我们民族素质的重要组成部分。数学思维教育为这些素质内化到个体提供了肥沃的土壤。

摇摇猿援数学思维教育有利于我们按照一定社会的要求造就合格的社会成员,这是将外在特定的社会本质对象化于个体的过程,即个体社会化

社会主义教育的根本目的,是提高人的素质,即培养为社会主义现

代化建设服务的、德智体全面发展的合格人才，数学思维教育对提高社会主义现代化建设中的公民素质究竟有什么意义呢？

（员 从数学思维教育在德育中的作用来看。摇数学思维的逻辑性与组织性，是数学对于一般文化修养所提供的不可缺少的素养。它能潜移默化地培养青年人树立一系列具有道德色彩的特性。这些特性中包括正直、诚实、遵纪守法的习惯，尊重真理的习惯和严肃认真的工作态度 数学思维的深刻性、批判性、创造性则能培养人坚韧不拔的意志，敢于打破陈规陋习和勇于开拓的创造精神 数学思维中审美能力的培养，则能培养人们具有正确的审美观点、高尚的情操、文明的行为习惯以及朝气蓬勃的精神面貌。在数学教学中通过思维教育来进行德育，尽管是摆在我们面前的一个有待开拓的新课题，但它的前景是非常广阔的。

（圆 从数学思维影响人的思维方式来看。摇数学中的抽象思维，要求我们从本质上看问题，对于复杂的事物、现象，能有意识地区分主要因素与次要因素、本质与表面现象，从而抓住本质解决问题 数学思维中的整体意识，影响着人们由着重对事物单方面的研究，转向着重对事物多方面的整体研究，由着重对事物实体的研究，转向着重对事物的各种类型的联系和结构的研究 数学思维中的化归思想，意味着用联系、发展的运动变化观点观察问题、认识问题，要求人们有意识地对问题进行转化，变为已经解决和易于解决的问题。数学思维能力的意义，已经超越了数学的范围本身，它影响着人们运用科学的思维方式去考虑问题、处理问题。一个具备了数学思维能力的人，看问题时一定会从全局上把握，并注意整个问题的各个细节及它们之间的联系，善于抓住问题的实质，把不容易解决的问题分解、转化为易解决的问题，这正是现代社会公民所应具备的思维素质。它对于我们在改革开放中，破除陈腐的传统观念和落后的思维方式，形成适合新形势的新观念及思维方式，具有深刻的意义。

（猿 从数学具有方法论的意义来看。摇按照马克思的看法，一种科学只有成功地运用数学时，才算真正达到完善的地步。在当前科学日益数学化的时代，数学已经成为一种应用十分广泛的、横向联系的公共研究方法。数学在自然科学中的作用，自不待言。历史学引进数学方法，产生了计量史学 语言学引进数学方法，产生了数理语言学、计算