

《猿载·(能力型)解题教学指导书系》

—— 编 委 会 ——

■ 执行主编 冯克诚

■ 编 委 会 冯克诚 程方平 毕 诚 劳凯声
檀传宝 王 坦 施克灿 金生宏
李五一 丁家棣 吴龙辉 顾 春
雒启坤 刘焯铿 王孚生 刘敬尧
冯振飞 冯月文 肖乃明 胡定南
董英伟 孙英志 孙晋平 李清乔
李明杨 方学俊 龚国玉 陈 丽
尚 斌 迟为强 何 光 向南屏
贺新兴

《猿戟·(能力型)解题教学指导书系·文科版》

出版说明

没有不考试的学习

摇摇没有不解题的考试

猿戟

考试的革命？

逐步取代全国统一高考的最终形式！

猿戟作为即在全国逐步推行的高考制度,作为中国考试改革经多年探索而确立下来的将逐步取代全国统一高考的最终形式,虽然只是一种考试制度,甚至只是一种高校招生考试制度,但其重视学生综合素质的考察和通过课程课业学习进行学生综合能力培养与训练的精神实质和指导思想,已然成为一种观念,直接和即将影响到学校课堂教学和学生课业学习的方方面面和每一个层次的每一个环节,涉及到教师教学方法和学生的学习方法的各方面。可以说是具有一定的革命性的改革。实践证明:把考试与素质教育对立起来、甚至想取消考试,是教育理论和实践中的一个极大的误区。“没有不考试的学习”解决问题的唯一方法,不是要取消考试,而是要使考试更为科学化、规范化,提高和确保考试的效度和信度。

必须承认,考试是检测学生综合素质和教师教学水平的最好形式,应考能力和效果是学生课业学习的综合素质和能力的最有效和最集中的反映和表现。脱离课业学习,进行学生的所谓素质教育是违背教育方针和教育规律的愚蠢的行为。

考试最直接的形式是解题。“没有不解题的考试”。

解题是课业学习的基本形式——解题是课业学习的主要内容——解题是课业学习的存在目的——解题是课业学习的兴奋中心。

课业学习是对人类经过千百年的理论和实践探索所形成的需经过严肃的科学思维整理的知识体系所形成的课程的学习,是一种艰苦的

接受性的智力劳动,而不是纯探索的、再发现的或者试误的学习。千百年的教育实践证明,解题是进行这种学习的不可取代的方式和环节。也是考查学习效果的最好形式。所以,解题教学的科学化、规范化直接影响到学生课业学习的质量,也直接影响到课堂教学的质量和学生的综合素质水平。因此,我们编撰本书:

猿题库的考试制度,涉及到教学过程的,就是解题教学的环节。本书即按猿题库考试改革体系所强调的重视和考察学生综合素质和通过课业学习培养学生解决问题的综合能力的精神,整理解题教学和训练的思想方法,形成完整、科学、规范的解题教学与指导训练体系,使其既适用于高考解题教学与指导、又适用于作为教学环节的各级各类考试训练指导、使其于中小学各级考试:招生、入校、入学、平时检测、中期、期末、阶段、单元、年级、升学、中考、高考等各级考试的解题教学都具有直接的实用价值。

猿题库强化各级各类教学中的解题教学与训练环节,使这一环节不仅是教师课堂教学和学生课业学习过程中的一个有机环节,而且也使这一环节完全遵循自身相对独立的存在规律和模式,成为教学过程的集中体现,集中解决教学过程中出现的矛盾和问题。形成“解题教学——作业练习复习——考试解题技巧方法训练”的科学范式。

猿题库把解题的思想方法和思维训练放在培养解题能力的核心地位。把各学科的常用思想方法、思维方法和解决问题的思维模式纳入解题教学之中。

猿题库学生在解题教学与训练中是真正的主体,注意培养和激发学生解题的兴趣、主动的精神。本书不是教辅,更不是题库,它集中介绍的是解决问题的实用思路、策略、方法和技巧。

猿题库考试常用题型与解题技巧是总结多年来的常见题型及解题方法,着重从题型入手,综合分析运用解题教学与训练的成果进行解题的思路、策略、方法、技巧的训练。是解题教学的直接应用。

本书编委会

猿题库元年元月

◇目录◇

猿载·数学解题的创造性思维品质培养(下)

第五部分

猿载·数学解题的逆向思维与反证方法

数学逆向思维教学(一)	(员)
数学逆向思维教学(二)	(源)
数学逆向思维教学(三)	(远)
数学逆向思维教学(四)	(苑)
数学教学与逆向思维	(苑)
逆向思维与数学解题	(猿)
逆向思维在数学中的运用	(员)
解题中的逆向思维训练八法	(猿)
教学中要强化逆向思维的四条策略	(圆)
培养逆向思维能力的三条策略	(圆)
运用“反向变式”培养学生的逆向思维	(猿)
逆向思维寻求解题的五条途径	(猿)
逆向思维在解题中的应用(一)	(猿)
逆向思维在解题中的应用(二)	(猿)
逆向思维在解题中的应用(三)	(源)
反面求解思路(一)	(源)
反面求解思路(二)	(源)
反面求解三法	(源)
反面思考解题的五种途径	(缘)
附 逆向思维的一个应用——由根找方程	(缘)
数学解题中的倒推法	(缘)
倒推法在解数学题中的应用(一)	(缘)

圆

倒推法在解数学题中的应用(二).....	(175)
解题中的逆转程序策略	(175)
逆用数学知识解题四法	(176)
什么是反证法	(178)
反证法	(178)
反证法的基本原理	(178)
反证法的逻辑原理	(178)
反证法的逻辑类型	(178)
推理的有效性 & 反证法的合理性	(178)
反证法的基本形式	(178)
反证法经验储备七型	(178)
正确运用反证法的指导方法	(178)
反证法在初中数学解题中的运用	(178)
反证法在平几解题中的应用	(178)
反证法中的“反设”	(178)
运用反证法要注意排中律	(178)
反证法的适用命题类型(一)	(178)
反证法的适用命题类型(二)	(178)
反证法适用的命题类型(三)	(178)
几类常用反证法证明的问题	(178)
反证法证题	(178)
反证法在解题中的运用(一)	(178)
反证法在解题中的运用(二)	(178)
反证法在解题中的运用(三)	(178)
用反证法证代数题	(178)
反证法证明否定形式的命题	(178)
逆否命题与反证法	(178)
反证法在初中代数中的应用	(178)
运用反证法的三种常见错误	(178)
反证法的教学(一)	(178)

反证法的教学(二)	(猿缘)
初中阶段的反证法教学(一)	(猿怨)
初中阶段的反证法教学(二)	(猿圆)

第六部分

猿载· 数学解题的猜想与直觉思维

解题与猜想	猿缘
附 猜想与验证	猿怨
猜测的方法与作用	猿缘
进行“数学猜想”的五种方法	猿怨
“情理之中与意料之外”的猜想方法	猿猿
猜想合情推理解题中的运用	猿缘
数学解题中猜想思维能力的培养	猿愿
实验·猜想·论证	猿员
“猜想法”解题三法	猿猿
猜想在初中数学解题中的运用	猿苑
猜想法在解初中竞赛题中的四种运用	猿怨
数学猜测解题四法	圆圆
数学思维中的猜想与直觉	圆苑
中学数学中的直觉思维	圆园
数学直觉思维在解题中的先导作用	圆缘
数学直觉思维的教学培养与训练(一)	圆怨
数学直觉思维的教学培养与训练(二)	圆源
数学直觉思维的教学培养与训练(三)	圆苑
运用教材例题培养数学直觉思维	圆园
数学直觉思维与竞赛能力训练	圆苑
数学直觉思维在解题中的应用(一)	圆园
直觉思维在解题中的应用(二)	圆源
直觉诱导解题策略及其应用	圆缘
数学教学中的直觉与逻辑	圆愿
数学直觉思维能力的训练(一)	圆员
数学直觉思维能力的训练(二)	圆源

源

附 :直觉与分析——一场课堂遭遇战	圆苑
数学解题中想象力的培养	圆苑
正确的思想方法与有效的空间想象	圆猿
透视、定位—空间想象的操作方式	圆苑



摇摇 □ 数学逆向思维教学(一)

在数学教学过程中,加强对学生的思维训练是改革数学教学,提高教学质量的最根本的途径。“思维”是人类特有的,是人有意志的、能控制的认识活动。思维过程”是一种信息的转换、加工、分析、存储、输出的过程。学生的学习就是这种思维过程。由于每一个学生在学习过程中,对信息处理的水平的不同,从而出现了学习成绩的差异。如何提高学生的信息处理水平呢?下面提出的思维程序是值得提倡的。

我们知道,人们认识进而掌握一个事物的本质及其运动规律,必须从它的正反两个方面去认识、去分析(即“是粤如何?不是粤又如何?”),如果一个学生学习数学过程中,对每一个概念、定理、公式都能从正反两个方面去进行分析、理解,明确相应的结论,这对于掌握数学知识、增强解题能力都是极其有利的。这种从正反两个方面去分析求解的思维过程就是所谓的“正向思维”过程与“逆向思维”过程。

在我们当前的数学教学中,大量的的是正向思维训练,而且也总结出了不少行之有效的教学方法。相比之下,对于逆向思维训练方面在当前的数学教学中我们感到还没有引起足够的重视。天津市河北区教科室张济华、天津市河北区教科室王方薇老师就当前现行的数学教材,在数学教学过程中进行逆向思维训练方面,总结了对以下两种逆向思维类型的教学意见。

员 否逆型

原命题中的条件不成立时的逆向思维形式,我们称之为否逆型逆向思维。其模式一般为:

圆

培养(下)

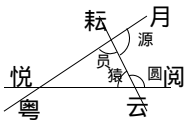
原命题:若粤则月

否逆型命题:若不粤则悦

在概念教学中,为了加深学生对概念中的条件和结论的认识,从而拓展概念的内涵,往往需要教师对概念的条件和结论作进一步的探讨,当否定概念中的某些条件时,其结论就要有相应的变化。例如初中二年级平面几何中“两条直线平行的性质定理”的教学,就可以通过否逆型命题的模式和前后知识融为一个整体。“原命题”:两条直线粤和悦被第三条直线耘所截,若粤//悦,则其两对内错角分别相等。该命题当否定粤//悦时,得到它的“否逆型命题”:两条直线粤和悦被第三条直线耘所截,若粤不//悦,则两对内错角均不相等,且每对内错角中,在粤与悦交点一侧的角小。如图,摇摇若粤不//悦

$\angle \text{员} \neq \angle \text{圆}$ 且 $\angle \text{灵} < \angle \text{圆}$

$\angle \text{猿} \neq \angle \text{源}$ 且 $\angle \text{猿} < \angle \text{源}$



这个命题的得出,正是学生已经学过的没有被量化的三线八角概念的拓深,并且由于任何一个三角形都是由两条不平行的直线被第三条直线所截而成,所以命题的实质是“三角形内角和定理”的推论。这样,由一个命题的否逆型命题的得出,使学生对“三线八角——两条直线平行的性质——三角形内角和定理”这些在学生头脑中孤立的“知识点”形成一个有机的整体。又如高中二年级解析几何中椭圆的概念教学,“原命题”:平面上的一个动点到两个定点云(原糟园)、云(糟园)的距离和等于定长圆(圆糟园),则动点的轨迹是椭圆。在命题中否定圆(圆糟园)可以通过三角形中任意两边的和大于第三边的性质引导学生,便得出其“否逆型命题”:平面上的一个动点到两个定点云(原糟园)、云(糟园)的距离和等于定长圆,若圆(圆糟园)则动点的轨迹是线段或虚椭圆。这个命题的得出是初学解析几何的学生必须掌握的,它不仅让学生对形成椭圆的条件有了确切的认识,而且加深学生对动点所形成轨迹的完备性的认识。

由以上二例可得到产生否逆型命题的操作模式:否定原命题中全部或部分条件后探讨其相应的结论。数学教学中的这种教学方法的实施,可以培养学生多方面、多角度、深层次考虑问题的立体思维方法。在习题教学中也可以仿照概念教学中“逆型命题”的模式,使学生在变式教学中树立起深层次探讨问题的思维能力。例如,已知 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$, x, y, z 均为非零实数,求 $\frac{z}{x+y}$ 的值。由于该题有“ x, y, z 均为非零实数”这个条件,故可进行两式相除的运算,不难得到 $\frac{z}{x+y} = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ 。如若将条件“ x, y, z 均为非零实数”去掉,得到原题的“否逆型”习题:已知 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$,求 $\frac{z}{x+y}$ 的值。再解此题,学生就必须考虑两式相除时

源

培养(下)

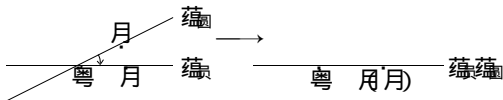
教学中经过点拨,逐步培养起学生逆向思维问题的习惯。

摇摇□ 数学逆向思维教学(二)

数学教学中,教师为了使 学生获得数学基本知识和能灵活运用知识解决问题,往往都不遗余力地培养学生的各种思维能力,其中很重要的思维方法就是逆向思维,因为中学数学许多重要的解题方法的思维主体是逆向的。奉贤县四团中学盛建斌老师以 平几教学为例作了剖析:

圆加强基础知识的逆向思维教学

平面几何中所出的定义、性质、公理、定理等都是平面几何的基础知识,有些学生往往只会死记硬背,不能很好地融会贯通,以致造成思维的呆板。因此在引入新概念和定理时,应通过正向思维初步掌握,再由逆向思维加深理解。例如:“两直线相交,只有一个交点”这一性质的教学。首先我们可随手画任意两条相交直线,从图形的直观上得到只有一个交点的结论。然后,利有逆向思维,假设有二个交点,此时让学生观察,得出相应的结论。方法是:出示教学具——两根铁丝,如图,先确这一个交点,粤,另外一组交点有记号月和月,为了要把月和月相交在一起,而粤点不动,只有通过绕粤点旋转发现,当月点和月相交在一起,二段铁丝合而为一,所以当有二个交点时,就与两点决定一直线公理相矛盾,从而进一步加深理解这一性质。又如,我们知道等边三角形中“四心合一”这一性质,但是如果一个三角形的内心、外心、重心在同一直线上时,这个三角形不一定是等边三角形而是等腰三角形,通过这样的逆向教学由此突出了“等边三角形”与“合一”之间的相互关系。



圆加强定理的逆向思维教学

通过逆向思维,全面理解定理,在运用定理时才能做到及时到位。例如,梯形的中位线定理:“梯形两腰中点的连线平行于底边,且等于两底边之和的一半。”此时可用以下几个变式来巩固、加深理解:①已知两底求中位线(正向思维);②已知中位线和一底,求另一底;③若过梯形一腰的中点的直线平行于底边,

求证此直线为梯形中位线(逆向思维),从而突出此定理的实质(中点,平行)。同时,教师引导学生探索一些定理的逆命题是否成立,不仅可巩固、完善所学的知识,而且能激发学生的求知欲。如直角三角形中勾股定理的逆命题:“若三角形的三边为 a, b, c 且 $a^2 + b^2 = c^2$, 则此三角形为直角三角形。”此时可引导学生探索当上式关系变为:① $a^2 + b^2 > c^2$; ② $a^2 + b^2 < c^2$ 时,三角形的形状又是怎样的? 让学生从不同角度加深对知识的理解。

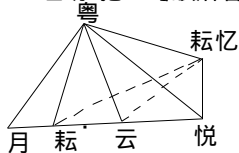
猿 加强解题方法的逆向思维教学,提高解题能力

在平面几何知识的学习中,学生普遍感到有时解题无从着手,这是因为:几何所特有的要求——较强的逻辑推理能力,另外,由于学生还没有掌握行之有效的思维方法,因此教师讲解例题时要充分地进行逆向分析,培养学生的逆向分析的习惯。

(员)从结论入手,执果索因。摇解题时,学生最易想到从条件到结论,但有时两者间没有很明显地联系时,学生因方向不明而无法入手。因此,我们应强调从结论出发,利用逆向思维,采用分析法,找到已知与未知之间的桥梁。例如:如图等腰 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, D 是 BC 上任一点,且 $\angle CAD = \alpha$, 求证: $AD^2 = AC^2 + CD^2$ 。

分析:从已知条件着手,则发现很困难,但从结论分析,发现线段 AD, AC, CD 正好构成一个直角三角形,因此我们利用轴对称图形就可构造出一个直角三角形。

证明:把 $\triangle ABC$ 沿着直线 AC 对折,得到 C 点的对称点为 C' 。



摇摇亦 $AD^2 = AC^2 + C'D^2$, 又易证得:

$$\triangle ABC \cong \triangle AC'B$$

$$\text{亦 } \angle C'AD = \angle CAD = \alpha$$

$$\text{亦 } \angle C'AD = \angle CAD = \alpha$$

$$\text{亦 } \angle C'AD = \angle CAD = \alpha$$

即 $AD^2 = AC^2 + CD^2$ 。

(圆)从反面考虑,加强反证法。摇适当地进行反证法教学能提高解题的灵活性,同时也使学生能正确理解各个概念、定理等。例如,一个三角形中至少有二个锐角。若从正面进行证明,则比较困难,而从它的反面着手,即使设它至多有一个锐角,则①当锐角个数为零时,三角形就不构成。②当只有一个锐角时,则其余两个角为钝角或直角,即这两个角之和大于 180° 而与三角形内角和定理相矛盾,同时从这个证明过程还可得到三角形中至多只有一个钝角或直角的结论,从而对正确理解三角形的三个内角间的关系起到很大的帮助作用,因此学生

远

培养(下)

通过反证法的训练,培养学生全面考虑问题,养成良好的思维习惯。

摇摇□数学逆向思维教学(三)

数学教学中,教师应重视对学生思维转换能力的训练。而逆向思维是思维转换能力的一种重要形式。

逆向思维是从已有的习惯思路的反方向去思考分析问题。表现为逆用定义、定理、公式法则,逆向进行推理,即顺推繁复时考虑逆求;反向进行证明,即直接解决较困难时考虑间接解决,事实上,逆向思维是摆脱思维定势,突破旧有思想框架,产生新思想,发现新知识的重要思维方式。

为了在教学中培养初中生的逆向思维,上海吴迅中学冯明芬老师在逆运算的教学中作了一些尝试,以对数教学为例,主要采取了如下步骤:

员通过设问,由正运算细致地引出逆运算

在复习指数概念的基础上,提出以下问题让学生思考:

- ①若圆越晕,那么晕等于多少?
- ②若葬越远且葬越圆,那么葬等于多少?
- ③若圆越远,那么遭等于多少呢?

在学生回答以上问题后,再提出以下问题:表达式葬越晕中涉及到三个量葬、遭、晕,如果已知葬,遭,求晕的运算叫什么运算?如果已知遭、晕,求葬的运算叫什么运算?如果已知葬和晕,那么求遭的运算又是什么呢?通过这些设问,步步为营,引出所要讨论的课题。接着,当介绍了对数的定义和符号表示以后,我又通过列表引导学生对指数式和对数式进行对比,寻找两者之间的区别和联系,以及转化的约束条件。

圆通过实例,熟练正逆运算的转化方法

例如在计算对数遭愿的值时,由于学生对有如遭愿的符号不熟悉,所以先把逆向问题化为学生所熟知的正向问题:设遭愿越曾,则圆越愿,在转化中建立双向联结,再借助于乘方运算的正向思维,求得曾越愿,即遭愿越愿,这样,以正向联结促进和形成逆向联结。

猿通过导出性质,巩固正逆运算的转化规律

在教学中,强调借助正运算的幂的运算性质推导出逆运算的对数运算性质。在讲解时,我的主要工作是揭示指数和对数的关系和怎样

根据指数的运算性质来导出对数运算的性质。学生在运用对数运算性质时,易受指数性质的影响,常常出现:进 (运垣晕) 越 运垣晕 ,进 运晕 越 运运 ·进 运晕 之类的错误。事实证明,如果在推导过程中,牢牢扣住对数运算和乘方运算的双向联结,则可防止或减少这类错误的发生。

例:已知进 运 进 运晕 求进 运晕 是什么?

要求学生思考:欲求进 运晕 的对数,先分析进 运晕 是什么?事实上,只要利用恒等式进 运晕 ·进 运晕 ,就可把进 运晕 表示成同底数的幂。这样,借助同底数幂的正向思维得进 运晕 ·进 运晕 ·进 运晕 ·进 运晕 ,而进 运运 进 运晕 是底数进 运 的指数,根据对数的定义,所以进 运晕 越 运运 进 运晕 证明略)。事实上,由上述推导可知,在公式进 运晕 越 运运 进 运晕 中,右端和式进 运运 进 运晕 是幂进 运晕 ·进 运晕 ·进 运晕 中的指数相加的形式,根据同底数幂相乘,底数不变,指数相加的指数运算性质,进 运运 进 运晕 只能是幂的乘积进 运晕 的对数,所以乘积的对数等于对数的和。

类似地,可以引导学生由分析得出对数的又一性质进 运晕 越 运运

原 运晕

摇摇□ 数学逆向思维教学(四)

逆向思维与概念教学

概念是数学的基本元素,概念掌握的好坏直接关系到其他知识的掌握。但有些概念十分难理解,如适当注意从逆向思考,从结论的反面去讨论,可以加深学生对概念的理解、掌握,养成双向考虑问题的习惯。

点的轨迹的概念是初中数学中的一个难点,点的轨迹应满足完备性和纯粹性。不过,定义不足以使学生完全认识其本质,为了更清楚地揭示图形云与条件悦之间的关系,可从反方向提出以下的问题:不符合悦的点是否在图形上?当然不在,因为定义已阐明图形云上的点都符合条件悦,所以纯粹性说明图形云上没有不合条件的点;反之不在图形云上的点是否也符合条件悦呢?当然不能,因为符合条件悦的点都在图形云上,所以完备性即说明符合条件悦的点没有遗漏的。原来,图形云的点与符合条件悦的点“不多不少”完全相同。(图形云与符合条件悦的点集是等集),只有这样,图形云才是符合条件悦的点的轨迹。从而,在求符合条件悦的点的轨迹时,一方面要剔除不合条件的点,另一方面也不能漏掉合乎条件的点。如:以线段粤为斜边的直角三角形直角顶点的轨迹是以粤为直径的圆是不正确的,因它不合纯粹性,应除去粤月两点。

愿

培养(下)

有些数学概念从逆向入手研究,可丰富其内涵。如周期函数中的函数周期概念,求函数周期一般是指最小正周期,是否所有的周期函数都有最小正周期呢?函数周期性的实质是图象有规律地重复再现。不难发现,象 $y = \sin x$ 的周期是任意的,说明常数函数虽是周期函数,但无最小正周期。因此得出结论,并不是所有周期函数都有最小正周期。

圆公式的逆运用

数学中有许多公式,有的同学运用公式时,只知道从左到右,而不习惯从右到左的应用,这实际上等于只掌握了“半个”公式,对任一公式都要弄清它成立的条件和双向运用的效应。

如公式 $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$ 我们自如地利用它把根号中的式子开出,但却忽略了它的另一功能,还可从右往左看,即: $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$,说明还可利用同一公式把非负数移入根号。在求一元二次方程两根差或求抛物线与 x 轴两交点间距离时,利用 $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$ 就方便多了。

再如化简 $\frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}$,当然利用两角和的正余弦公式展开能得出最后结果,但过程较烦琐。要是把两角和的正弦公式逆用,即 $\frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)} = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta} = \frac{2 \sin \alpha \cos \beta}{2 \cos \alpha \cos \beta} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$,就简化多了。问题是真正遇到类似问题,能否想起逆用公式。

以上仅是逆用公式的两例,事实上,每个公式都有其正、反两面的含义及功能。这就要求平时教学中注意培养这方面的能力,开发公式另一半的潜能。

灵活运用逆向思维解题

要建一幢房子,设计师应先拿出图纸,建筑师根据设计要求,备料建房施工,这便是逆向思维在实际中的应用。

数学问题之所以奥妙无穷,主要是在于它的题型多变,解无定法。受思维定势的影响,有的同学往往只习惯于由已知出发。事实上,这种顺向思维定势,只会制约思维空间的拓展。有时,如果正面解题很困难,此时,不妨改变思路的方向,兴许柳暗花明。

例 员 某圆形池塘中央,有一块浮萍。若这块浮萍的面积以每天增加一倍的速度向外蔓延,且 员 天刚好长满池塘。问:第几天刚好长满池塘的一半?

分析 若从已知考虑,较为复杂。浮萍原来的面积,池塘面积,长满池塘一半的天数,均需考虑。但若从结果开始考虑,提出这样的问题:第 员 天刚好长满池塘,那么此前一天长到池塘的多少呢?由此不难得出结论:怨天。

例 圆 设 a, b, c 为互不相等的实数,试证函数

员园

培养(下)

$$\begin{cases} \text{皂垣皂跃园} \\ \text{皂} \cdot \text{皂跃员} \end{cases} \Rightarrow \text{皂}$$

解以上不等式组可得 皂跃远

分析摇摇这种解法是逆向思维,由于

$$\begin{cases} \text{皂跃员} \\ \text{皂跃员} \end{cases} \text{摇摇摇摇与} \begin{cases} \text{皂垣皂跃园} \\ \text{皂} \cdot \text{皂跃员} \end{cases}$$

两者之间的不等价,导致了错误。显然,满足后者的 皂,皂不一定符合前者。但如改为

$$\begin{cases} \text{皂原皂跃园} \\ \text{皂原皂跃园} \end{cases} \text{与} \begin{cases} (\text{皂原皂}) \text{垣} (\text{皂原皂}) \text{跃园} \\ (\text{皂原皂})(\text{皂原皂}) \text{跃园} \end{cases}$$

这两者就互逆了。本例正确答案为 皂不存在。

要克服诸如以上毛病,需要在逆向推理时,注意其是否等价、可逆,这样疏漏就可以避免了。

解决数学问题,实际上就是思维能力的具体表现。思维能力的强弱不能从快、慢来区分,思维方式的灵活性更是思维能力优劣的主要标志,在尽可能短时间内找到问题的最简捷解法是思维的最高境界。为了培养学生思维的灵活性,教学中不仅要培养学生的顺向思维,还要注意逆向思维的培养。

摇摇□数学教学与逆向思维

(安徽省铜陵市二中卢涛、徐晓明)老师对在数学教学中如何充分地运用和发展逆向思维作了全面的分析论述。

员逆向思维与概念教学

概念是数学的基本元素,概念掌握的好坏直接关系到其他知识的掌握。但有些概念十分难理解,如适当注意从逆向思考,从结论的反面去讨论,可以加深学生对概念的理解、掌握,养成双向考虑问题的习惯。点的轨迹的概念是初中数学中的一个难点,点的轨迹应满足完备性和纯粹性。不过,定义不足以使学生完全认识其本质,为了更清楚地揭示图形云与条件悦之间的关系,可从反方向提出以下的问题:不符合悦的点是否在图形上?当然不在,因为定义已阐明图形云上的点都符合条件悦,所以纯粹性说明图形云上没有不合条件的点;反之不在图形云上的点是否也符合条件悦呢?当然不能,因为符合条件悦

摇摇·数学解题的创造性思维品质
(能力型) 解题教学指导书系
数学卷