

基础教育新课程教师教育系列教材

数学新课程研究系列

主编

刘兼

黄翔

数学新课程与数学学习

孔企平

张维忠

黄荣金

编著



高等教育出版社

策划编辑	张 华
责任编辑	王文颖
封面设计	刘晓翔
责任绘图	郝 林
版式设计	张 岚
责任校对	存 怡
责任印制	

内容提要

本书阐明新课程理念下关于中小学生学习数学的一些基本问题。主要内容包括: 简要叙述数学学习理论的一些基本概念; 讨论标准理念下的数学学习, 包括提供有价值的学习内容、改变学生的数学学习方式等; 探讨数学学习与学生发展的关系, 包括学生认知发展与情感发展; 讨论标准所提倡的数学学习的重要形式——解决问题, 说明解决问题和一般练习的区别、解决问题的步骤与思维过程; 介绍一些与基本数学思想方法相关的数学学习活动, 并提供大量案例。本书对于广大教师理解学生的学习过程、促进数学教学改革具有一定的参考价值。

本书可以作为新课程数学教师的培训教材, 也可以作为各类师范院校数学教育专业学生的学习书目。

图书在版编目(CIP)数据

数学新课程与数学学习/孔企平, 张维忠, 黄荣金编著.
—北京: 高等教育出版社, 2003. 11

ISBN 7 - 04 - 012349 - 5

. 数... . 孔... 张... 黄... . 数学
课 - 中小学 - 教学参考资料 . G633. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 078104 号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010 - 64054588
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800 - 810 - 0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010 - 82028899		http://www.hep.com.cn

经 销 新华书店北京发行所
印 刷

开 本	787× 960 1/16	版 次	年 月第 版
印 张	19.5	印 次	年 月第 次印刷
字 数	280 000	定 价	20.60 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

作者介绍

孔企平 博士,华东师范大学副教授。国家义务教育阶段数学课程标准研制组核心成员,全国小学数学教学研究会学术委员、小学数学国家课程标准实验教材(新世纪版)主编。曾经担任多年小学数学教师,在华东师范大学先后获理学学士学位和教育学硕士学位,后在香港中文大学教育学院学习,获博士学位。主持教育部和上海市多项重点项目,近年来主要著作有《小学生如何学数学》、《小学数学教学方法和原理》、《新课程与小学数学课程改革》、《数学教学过程中的学生参与》等,发表学术论文数十篇。

张维忠 博士,浙江师范大学数理学院教授,数学教育研究所所长,浙江省高等学校中青年学科带头人。兼任全国高师数学教育研究会常务理事,《数学教育学报》编委、浙江师范大学《中学教研(数学)》主编。已主持完成全国教育科学“九五”规划重点课题1项,目前正在主持全国教育科学“十五”规划教育部重点课题“文化传统与数学教育现代化”的研究。主要著作有《数学文化与数学课程》、《数学教育研究新论》(合著)等,发表论文70余篇。

黄荣金 博士,华东师范大学数学系副教授。曾在数所中学任教多年,主要研究领域是数学教育比较研究、数学课堂研究、现代技术在数学教育中的应用。在香港攻读博士学位期间,参加了多项国际数学比较研究(第三次国际数学与科学录像研究、学习者视角研究、上海与香港两地数学课堂研究等),发表论文20多篇。

总 序

《基础教育课程改革纲要(试行)》的颁布,标志着我国基础教育进入一个崭新的时代——课程改革时代。《纲要》从课程目标、内容等方面提出了改革的着眼点和最终归宿——“为了中华民族的复兴,为了每位学生的发展”,这一基本的价值取向预示着我国基础教育课程体系的价值转型。新课程顺应时代发展的需要,决心彻底扭转传统应试教育的弊端,以培养学生健全的个性和完整的人格为己任,努力构建符合素质教育要求的新的基础教育课程体系,明示了课程改革的基本理念。

1. 关注学生作为“整体的人”的发展。人类个体的存在是一个整体性的存在,个体存在的完整性不是多种学科知识杂烩的结果,亦不是条分缕析的理性思维的还原。第一,“整体的人”的发展意味着智力与人格的协调发展。新课程努力改革既有课程过于注重知识传授的倾向,把统整学生的知识学习与精神建构作为具体改革目标之一,力图通过制定国家课程标准的形式代替一直沿用的教学大纲,把“过程与方法”作为与“知识与技能”、“情感态度与价值观”同等重要的目标维度,承认学习过程的价值,注重在过程中把知识融入个体的整体经验,转化为“精神的力量”和“生活的智慧”。第二,“整体的人”的发展意味着个体、自然与社会的和谐发展。新课程从整体主义的观点出发,贯彻自然、社会与自我有机统一的原则,致力于人的自然性、社会性和自主性的和谐健康发展,以培养人格统整的人。例如,新课程的一个亮点——综合实践活动课程,其内容的选择和组织就是围绕学生与自然的关系、学生与他人和社会的关系、学生与自我的关系三条线索展开。

2. 回归学生的生活世界。教育是发生在师生之间的真实生活世界中的社会活动,课程是学生的课程,课程教学应该在学生的生活世界中关注教育意义

的建构、在现实生活中关注师生之间的对话与理解,追寻富有意义的充满人性的教育。新课程强调要“加强课程内容与学生生活以及现代社会和科技发展的联系,关注学生的学习兴趣和经验”,这从课程内容的角度确定了课程改革与学生生活的联系,认为课程不再是单一的、理论化的、体系化的书本知识,而是向学生呈现人类群体的生活经验,并把它们纳入到学生的生活世界中加以组织,赋予课程以生活意义和生命价值。新课程还注重学科知识体系的重建,凸现课程综合化的趋势,努力软化学科界限,展开跨学科的对话,强调综合性、加强选择性并确保均衡性。因此,新课程从结构上也倡导了一种回归生活世界的教育,所体现的不是分科的学科知识,而是综合的跨学科的知识 and 学问,注重社会生活、关照学生的经验和个体差异性,保证每位学生全面、均衡、和谐地发展。

3. 寻求个人理解的知识建构。课程教学必须建构知识与人之间的一种整体的意义关联,使之对个人的成长和发展产生意义。新课程首先确立了新的知识观,积极倡导学生“主动参与、乐于探究、勤于思考”,以培养学生“获取新知识”、“分析和解决问题”的能力,充分表明新课程不再视知识为确定的、独立于认知者的一个目标,而是视其为一种探索的行动或创造的过程。其次,新课程把转变学生的学习方式作为重要的着眼点,要求在所有学科领域的教学中渗透“研究性学习方式”,强调要尊重学生学习方式的独特性和个性化。再次,新课程还力图构建具有个人意义的评价方式,建立发展性课程评价体系,要求“发挥教育的评价功能,促进学生在原有水平上的发展”,将评价视为评价者与被评价者共同建构意义的过程,强调通过学生的主体参与发展自我反思能力,以提升评价的个人发展价值,保障知识生成方式的个性化。

4. 创建富有个性的学校文化。对于课程改革来说,不仅仅意味着内容的更新、完善与平衡,更为重要的是意味着理想的“学校文化”的创造。学校文化的变革是课程与教学改革中最深层次的改革,“学校文化”的再生正是课程改革的直接诉求和终极目标。新课程正在致力于建立民主的课程管理文化,“实行国家、地方、学校三级课程管理,增强课程对地方、学校以及学生的适应性”,并提出开发校本课程,主张学校拥有课程自主权、教师是课程开发的主体、具体学校是课程开发的场所,这最能反映学校的具体情境和学生的学习需求,体现学校的特色和发展风貌。“三级课程管理”的理念赋予教师参与课程开发、管理课程的权力,有利于建设合作的教师文化,促使教师积极参与课程开发,展开交流和对话,打破原有独立作业的教学形态,培养教师的团队合作精神,逐渐在参与改革的教师之间形成“伙伴式的团队文化”,实现共同的教师专业成长。学校一旦形成民主的管理文化和合作的教师文化,整个学校就会显示出蓬勃的发展生

机,逐渐营造出一种充满学校特色和丰富多彩的环境文化,更好地促进学生的主体发展、培养身心的和谐发展。

新课程秉持全新的课程改革理念,在课程目标、课程功能、课程结构、课程内容、课程实施、课程评价及课程管理等方面都发生了重大变革,较原来的课程有了重大创新和突破。新课程的实施是我国基础教育战线一场深刻的变革,新的理念、新的教材、新的评价,强烈冲击着现有的师范教育体系,对广大教师和教育工作者提出了更高更新的要求。教师自身的理论素养和实践能力是决定课程改革成败的关键。这就需要中小学教师必须迅速走进新课程,理解新课程,确立一种崭新的教育观念,改进原来习以为常的教学方法、教学行为和教学手段,重新认识和确立自己的角色,改变课堂专业生活方式,提升课程意识,提高教师专业化水平。

由高等教育出版社出版发行的《基础教育新课程教师教育系列教材》,以基础教育课程改革的新思想、新理念为指导,贯彻《纲要》关于教师培养和培训的基本精神,主要宗旨在于促使教师更快地适应新课程理念下的学科教学。这套系列教材由参与基础教育课程改革的专家、教学法专家、各师范大学和省教育学院的教师或教研员以及实验区一线的优秀教师共同参与编写。教材所涉内容既充分反映了课程教学方面的最新进展和研究成果,又贴近一线教师的教学实践,为教师在职培训和师范院校本科生的学习提供了系统的学科教育观念、教学设计的策略以及课程教学的科学性知识。它既可作为教师在职培训的优秀教材,也可作为师范院校本科生乃至学科教学论硕士研究生的主要教学参考书,是广大教师更新教育观念、理解新课程标准、提高教学艺术的重要参考读物。本套系列教材的基本特点在于:

第一,以解读学科课程标准为立足点。这套教材充分体现基础教育课程改革纲要的基本思想,把新的课程标准的各项要求融入其中,紧密结合目前课程改革的经验和教师培训的需求,吸取各学科教学论的最新科研成果,既立足当前需要,又放眼长远发展,力图准确把握学科教育发展的脉搏,分析和介绍各学科教学的内容和特点,勾勒出学科教育教学的整体轮廓。教材所表达的学科教学发展的最新理念将对我国学科教学的转型产生一定的促进作用,而其分析和介绍的学科教学的实践模式亦将对我国新的课程与教学实践产生一定的促进作用。

第二,以加强新课程教师教育为出发点。本套教材从教师实用的角度解析新的课程标准,以培养适应新课程和新教材的新型教师为出发点,本着为中小学教师教学服务的原则,极力凸现如何使教师尽快适应新课程理念下的各学科

教学。教材不仅展开了充分的教学理论阐述,而且提供了较为直接的可供读者使用的新课程典型案例和资料,具有较强的示范性、实用性和指导性,是一线教师进行备课、教学等实际工作的有力助手,有利于积极促进教师教学方式与学生学习方式的根本变革。

第三,以实现学科重建为最终归宿。这套系列教材由70余册著作组成,涵盖基础教育的所有学科,分别针对小学和初中两个层次,根据学科教学论的内容,如教学策略、学习论、教学与学业评价等,全面阐释和分析了学科教学的一般理念和设计范式,呈现出一种崭新的学科样式。就整套教材来看,它是目前同类图书中最新的、最系统的产品,具有较高的质量和权威性,它的出版大力推动了我国学科教学论的理论研究和实践探索,也有效地推进了学科教学过程的优化。

教师发展是课程开发的中心。希冀广大教师以主人翁的姿态积极投入到实践新课程的浪潮之中,与新课程共同成长;盼望新课程的实施,进一步促进教师专业化水平的提高和教师教育事业的发展。让我们共同期待着中国基础教育课程改革的圆满成功!

钟启泉(教授 博士生导师)

2003年1月于华东师范大学

前 言

呈现在各位读者面前的是一套体现基础教育新课程理念的“数学教育研究系列丛书”。正如书名所称,突出其研究特色既是作者的初衷,也是成书过程中一以贯之的目标。

本套丛书选择这样的定位,主要出于如下几方面的考虑:

正在祖国大地兴起的旨在构建适应时代发展要求的基础教育新课程体系的课程改革,点燃了人们胸中的激情,激活了人们头脑中的思维,也孕育出一片数学教育研究的沃土。“忽如一夜春风来,千树万树梨花开。”曾几何时,体现时代精神的各种数学教育改革的新思想、新理念、新观点、新方案在这片沃土上萌发、生长和涌现;见仁见智的观点论争取代了多年来众口一词所形成的学术“沉寂”;而改革实践中提出的如此众多的课题,又期盼着通过科学的研究、理性的思考来作出应答。时代为数学教育研究搭建起舞台,改革使数学教育研究迎来了春天。

突出研究的特色也是当前推进数学课程改革实验的需要。来自课程实验区的情况表明,无论是实验教师的培训还是实验课程的具体实施,都为教师提供了自由度很大的空间。这个空间是教师结合改革实践、冷静思考问题、提高专业素养并不断发挥创造性的空间,加强学术研究就成为教师在这一空间中有所作为的基础。正是适应这样的需求,本套丛书希望通过提供数学教育研究的素材、案例、思路、途径和方式,为广大实验教师提供帮助。

我们希望本套丛书体现研究特色的原因还在于加强研究是我们一贯倡导的工作方式和原则。回顾课程改革的历史,这一方式和原则始终伴随我们前行,如课程标准研制的过程、新课程教材编写的实践、教师培训和实验的推进,等等。本套丛书的编写是在集体研讨、充分交流,并对若干问题进行深入研究

的基础上完成的;同样,面对今后课程改革中我们将遇到的更多问题,也惟有通过加强学术研究才能很好解决。

本套丛书的各位作者从一开始就认识到,新课程理念下的数学教育研究系列丛书切忌“经院式”的研究方式,更要克服坐而论道、不联系实际的做法,力求做到以下几点:

主题多样,视野开阔。目前推出的《数学教育的价值》《数学课程设计》《设计合理的数学教学》《数学教育评价》《数学新课程与数学学习》《数学课程发展的国际视野》《数学史与数学教育》《数学课题学习的实践及探索》8部书,论及的主题内容涵盖了数学教育及课程研究相当大的范围,而每部书又在其相应的框架内选择了多个数学课程改革的热点问题进行探讨。这样的“套餐”,相信能满足新课程研究多种口味的选择。

体现先进理念,注意对问题研究的导引。力求运用现代数学教育学领域先进的理论及观点,引导读者深刻地领会新课程所倡导的精神和理念,多角度地对新课程实施中的若干理论和实践问题进行研讨,不仅使读者对研究的问题有所思考,而且希望对研究问题的思路和方法能有所感悟。

注意针对性,具有实用性。力求更好地满足数学课程实验和数学教育研究第一线人员的实际需求,提供较为直接的可供使用的资料和案例,使本套丛书成为教师和研究人员的有力助手。

这套丛书能否达到这样的目标,只有交给读者去评说。

谨以此书,奉献给基础教育课程改革的关心者、支持者和参与者!

作 者

2003年4月

目 录

第 1 章 数学学习概述	1
第一节 作为常识的数学	2
第二节 数学学习与数学化	9
第三节 数学学习的分类与层次	27
第四节 促进学生更好地学习数学	33

第 2 章 《标准》理念下的数学学习	47
第一节 提供有价值的学习内容	48
第二节 倡导有意义的学习方式	71
第三节 转变学生的学习方式	78

第 3 章 数学学习与学生发展	107
第一节 数学学习与学生的发展	108
第二节 数学学习与学生情感发展	112
第三节 数学学习与认知策略的发展	117
第四节 数学学习与数学素养的发展	128

第 4 章 数学学习与解决问题	137
第一节 解决问题概述	138
第二节 解决问题的基本过程	144
第三节 解决问题与实践活动	159

第 5 章 数学学习的方法论基础	169
第一节 数学学习与数学思维方法	170
第二节 几种重要的数学思想方法	173
第三节 基于数学思维方法的学习活动	197

第 6 章 促进理解型学习的数学课堂	223
第一节 理解型学习的数学课堂	224
第二节 课例分析	237

目 录

第三节 创建促进理解型学习的数学课堂	283
后记	295

第 1 章

数学学习概述

- 作为常识的数学
- 数学学习与数学化
- 数学学习的分类与层次
- 促进学生更好地学习数学

中小学数学教师了解学生的数学学习过程有利于在课堂教学中做到“目中有人”，实施有的放矢的教育，以促进学生的发展。本章对数学学习理论中的一些基本问题，包括数学学习的对象、过程和类型，最后对改善学生的课堂学习进行讨论。

第一节 作为常识的数学

中小学生学习数学学习的对象是中小学数学内容，我们称为“学校数学”或者“作为教育内容的数学”。因此，讨论中小学生学习应该从讨论其学习对象“学校数学”开始。中小学教师和学生对这一问题不同的认识可以产生不同的数学学习。

中小学数学的内容伴随着当前时代变化也发生了重要的变化。许多学者提出了一个重要问题：中小学数学学科是一个学术性的学科还是把它当作日常的活动？学生学习的对象是数学学科，如果在这一问题上有不同的理解就会有截然不同的数学学习。实际上，每一个教师都会有自己的数学观，这种数学观潜移默化影响教师的教学。因此，我们首先建议读者思考一下，你是如何理解数学这一学科的？对这一问题的讨论是很有趣的。

什么是数学？如果我们去查找有关学者的论述，会有非常多的答案。恩格斯指出，“数学是一门研究思想事物的抽象的科学”。有的数学家指出，“数学是量的科学”，“数学是结构的科学”，“数学是引出必然性结论的科学”，“纯数学是一组假设与演绎的理论”，“数学是模式的科学”，等等。虽然这些论断是正确的，但是，数学家们论述的是“数学科学”，而不是作为中小学教育内容的学校数学。

毫无疑问，作为教育内容的数学和数学家研究的数学科学具有本质的联系，中小学的数学内容是数学学科的一个最基础的部分。另一方面，我们同样要注意到：中小学数学学科有自身的一些重要特点。学校数学是学校中开设的一门课程，它和数学科学既

有本质的联系,又有一些重要的区别。认识作为学习内容的义务教育阶段数学学科的特点,对于广大数学教师引导学生学好数学是必要的。

荷兰著名的数学家和数学教育家弗赖登塔尔认为,随着数学的进步,普通常识必须系统化和组织化,“数学的根源在于普通常识”。他指出,“在教育中值得推荐的是,应该从普通常识的概念开始,这比把它作为过时的应该抑制的东西去拒绝要好。”如何理解中小学数学学科这些特点呢?我们试从“成人数学与学生自己的数学”、“学校数学与街头数学”、“数学科学与学校数学”、“大众数学与精英数学”等多个角度讨论数学的自身特点。

一、成人数学与学生自己的数学

义务教育阶段的学校数学是一种怎样的数学呢?目前有两种不同的认识,第一种是从学科的观点来看的。例如,小学数学也是数学学科的一个部分,是以算术知识为主要内容的逻辑体系,主要包括数的认识、加法、减法、乘法和除法等内容,而且包括逻辑关系。成年人可以把它教给学生,学生可以把它作为今后学习其他知识的基础和生活中有用的工具。

第二种观点主要从学生角度看待数学学科。英美等西方国家大都采用这种观点。他们认为,数学是“学生自己的数学”,而不是成人的数学,是学生在生活与活动中产生的数学,是学生“街头数学”的继续和延伸。从某种意义上说,学生为了了解他们周围的世界而需要学习数学。对于教师或学校而言,数学是一门学校课程,但就学生而言,数学也是他们日常生活中重要的一部分。

这一点是数学的重要特征,中小学生在日常活动中经常有数学运算的体验,如购物活动、游戏活动等。实际上,每个学生并不是上学才接触数学,也不仅仅是在学校中才接触数学,他们在日常生活中会碰到各种数学问题,逐步形成自己的数学认识。皮亚杰的研究表明,儿童和少年日常生活的购物活动对学生数概念的发展具有重大意义。我们对几名尚未入学的儿童进行调查,发现他

弗赖登塔尔著,刘意竹等译. 数学教育再探索: 在中国的讲学. 上海: 上海教育出版社, 1999.

们的数学知识已经相当丰富,这些数学知识虽然是非正规的、不系统的,有的概念是模糊的,甚至是错误的,但是对学生来说是生动有趣和真实的,它是学习学校数学知识的必要基础。

数学学习的基本方法就是对经验现象的逻辑归纳和引申,我们不能把学生看作一张白纸,而应该从学生角度看待问题。因此,数学教学更要向学生提供探索、讨论、实践、调查和解决问题的各种机会,教师教学的基本方式不应该是“授予”而是“引导”,让学生成为学习活动的主人,给学生思考和发展留下充分的空间。数学学习不是单纯的记忆、模仿和训练转变,而是包括了自主探索、合作交流与实践创新等多种形式,数学课堂由单纯传授知识的殿堂转变为学生主动从事数学活动的场所,数学教师由单纯的知识传递者转变为学生学习数学的组织者、引导者和合作者。这样对学生发展创新和实践能力是有益的。

成人数学与学生自己的数学关系并不是对立的。实际上,这两种角度看数学都是正确的,这是一个问题的两个方面。在数学教学中,要做到学科逻辑程序与学生心理程序的统一,不仅从学科的角度,而且从学生的角度看待数学学科,这对于全面理解学生学习数学的过程非常必要。

二、学校数学与街头数学

对数学再认识的第二个角度是区别“学校数学”与“街头数学”。国外很多研究把大众生活中的数学称为“街头数学”。事实上,数学不仅仅是教室中的活动,而且是一种社会性的活动。学生的家、公园、商店都可以是数学课堂。校外,无论是买卖活动还是建造房子都有数学问题和数学知识,数学不仅仅是学校中的书本知识。因此,数学既是一种知识形式,又是一种活动;既是一门学校课程,又是学生在生活中的一种思考方式。

许多学者认为,街头数学与学校数学有时也存在着差异。英国学者纳茨(Nunns T.)等在研究中发现,一些学生对学校中的数学问题感到困难,许多教师认为是智力上的问题,事实并非如此,因为学生能很好地做出街头数学问题。研究进一步表明,儿童和少

年在解决街头数学问题与使用系统符号是不同的。儿童和少年在解决街头数学问题时,用的是口头语言甚至是直觉的方式,而学校教授的是书面和符号方法,这两种符号系统之间的差异是街头数学与学校数学之间本质的差异,也是学生学习数学的困难所在。

学生的数学学习,并不是独立于他们生活其中的复杂社会环境的一个体系。数学与日常生活具有紧密的联系,日常生活应用到数学的例子不胜枚举。比如:计算水电费的问题、计算出租车费问题、税款的交付问题、利润与成本的比较以及商业间的来往问题等,都与数学有关。许多心理学家和教学理论家在分析学生数学学习的时候,把学生数学概念的形成局限于纯粹的学生认知发展的问题,没有考虑与学生生活的联系。皮亚杰的研究就有这样的不足,已经引起人们的关注。实际上,学生在数学上的进步不是纯粹的认识上的事情,社会因素对学生数学理解能力发展的影响是非常强有力的,对学生解决数学问题能力的发展有重要的作用。

数学的内容与学生的生活具有本质的联系,因此学生的数学学习内容应当是现实的、有趣的、富有挑战性的。这些内容有利于学生主动地观察、实验、猜测、验证、推理、交流与解决问题。在数学课堂中,应该有更多机会让学生自主探索、合作交流、积极思考和操作实验,现实的有趣的和探索性的数学课题学习活动应该成为数学学习内容的有机组成部分,让学生通过各种媒介获得信息,进行数学思考活动。

数学社会学研究已经表明,学生的数学学习,并不是独立于社会环境的一个体系。学生认识的起点往往不是逻辑公理,而是学生生活中的一些实际事例。如,学生学习加法的时候,并不是从定义出发,而是从学生生活中的加法事例出发,然后总结加法的法则和意义。学生学习数学是一个现实的经验、理解和反思的过程。学生的数学学习内容应当具备他们感兴趣的实际背景——熟悉的现实生活、有趣的数学史实、富有挑战性的问题等。在数学学习中,强调学习的社会性,引导学生关注社会是必要的。

三、学校数学与数学科学

对数学再认识的第三个角度是区别学校数学与数学科学。我们经常讲“数学”、“数学教学”等,但有时我们并不是在讲同一个事