

数学史与数学教学

高月琴 著

中国科学技术出版社

·北京·

图书在版编目 (CIP) 数据

数学史与数学教学 / 高月琴著. —北京: 中国科学技术出版社, 2007.11
ISBN 978-7-5046-1296-0

I. 数... II. 高... III. ①数学史②数学教学-教学研究 IV. 011 01-4
中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 182891 号

自 2006 年 4 月起本社图书封面均贴有防伪标志, 未贴防伪标志的为盗版图书。

中国科学技术出版社出版

北京市海淀区中关村南大街 16 号 邮政编码: 100081

电话: 010-62103210 传真: 010-62183872

科学普及出版社发行部发行

临沂市第二印刷厂印刷

*

开本: 850 毫米×1168 毫米 1/32 印张: 11.375 字数: 295 千字

2007 年 11 月第 1 版 2007 年 11 月第 1 次印刷

定价: 26.00 元

ISBN 978-7-046-1296-0 / O · 138

(凡购买本社的图书, 如有缺页、倒页、
脱页者, 本社发行部负责调换)

序

数学史与数学教学的结合、数学史在数学教学中的运用的研究已经受到数学史界、数学教育界的普遍关注。国际数学教育委员会下属的一个专门委员会主持的 HPM (History and Pedagogy of Mathematics) 每 4 个月一期已出 65 期, 对此问题有广泛的报导。我国台湾师范大学洪万生教授主持的《HPM 通讯》每年 10 期为一卷已出 10 卷, 中国科学院数学与系统科学研究院李文林研究员倡导的数学史与数学教育系列会议两年一届已历两届。其中大量的研究论文与试验报告说明, 数学史与数学教育的结合已经成为一个活跃的研究与实践的领域。适当配置数学史的内容、充分发挥数学史的教育功能, 已经成为中学数学教学改革的一个不可回避的问题。此一趋势对师范院校数学专业的教学也提出相应的要求。

自从国家改革开放以来, 数学史研究与数学史教学工作均获得空前的进展。数学史专业人才的培养、论著出版的数量可称前所未有的。数学史研究工作近十年持续发展的状况, 可从最近的统计数据得到简要的说明[参见刘旻: 1996~2005 年《自然科学史研究》文献的统计分析, 自然科学史研究, 2007, 26(2)]。就数学史教材出版而言, 仅本人所见 1993 年至 2004 年间已有五种。作者或在师范院校开课或在综合性大学开课。这从一个侧面反映了数学史教学的进展。

数学史是数学的历史。狭义的数学史研究是就数学的内容、思想、方法及其赖以产生的历史原因作出判断和表述。数学是研究的起点和归宿。近年来, 从文化、社会等不同角度研究数学史的趋势逐渐明显。主要原因之一是, 研究者的专业知识与研究兴

趣的不同，从而选择的研究重点随之改变。若其判断和表述属于“数学的历史”这一范围，则可称为广义的数学史研究。通常多用“内史”和“外史”来区分上述两类研究工作。“内史”重在讨论数学史的根本问题，构成研究工作的主流。这一现象与最近的统计结论基本相符[参见魏屹东等：英美科学史研究的新趋向，自然科学史研究，2007，26（2）]。“内史”是数学史的教育功能之所在。

20多年来，开设数学史课程的院校为数不少，已经纳入专业选修课或校公选课者亦不乏实例可陈。在改善学生的知识结构、了解所学课程的背景知识、理解数学各分支之间的联系以致提高科学史专业硕士生的入学水准等方面，数学史课程均产生良好的效果。在数学专业本科生的毕业论文中可以看到这样的现象，凡认真选修过数学史课程的学生，其论文选题来源的叙述以及全文结构的安排相对比较规范。这是数学史教学的一个可见的效果。至于数学史与数学教学的结合、数学史在数学教学中的运用等问题，还是一个很薄弱的教学环节，较之前述的发展趋势明显滞后，亟需重视。

高月琴老师多年从事师范学校的数学教学，又系统进修过外国数学史、中国数学史、数学教育史、数学名著选讲以及数学史论文选讲等课程。关于数学史与数学教学的结合融汇有深入的思考和教学的实践。所著《数学史与数学教学》一书讨论的问题属于HPM的核心问题，选题具有典型的意义。内容包括数学史的介绍及其在数学教学中的运用，篇章结构合理，切合教学实际。一部著作难免不足，不断的探讨必将使之逐步完善。略致数语以为祝贺。

李兆华

2007年10月6日于天津

目 录

绪论	1
----	---

第一编 数学各科发展简史

第一章 概论	12
第一节 数学及数学名称的起源	12
第二节 数学史的分期	18
第二章 原始的数学知识	28
第一节 数字的起源与情趣	28
第二节 几种古老的记数法	32
第三节 简单图形概念的形成	37
第四节 排列组合思想的萌芽	38
第五节 极限与连续思想的雏形	43
第三章 算术运算的产生与建立	47
第一节 四则运算的产生	47
第二节 分数概念与运算的建立	52
第三节 十进制小数的出现	54
第四章 方程研究与代数符号化	57
第一节 代数名称的起源与发展阶段	57
第二节 方程理论发展史	58
第三节 代数史上的几个常识性问题	73
第四节 近代代数简介	80
第五章 几何学的形成与发展	85

第一节	几何名称的由来及发展	85
第二节	欧氏几何	86
第三节	非欧几何	100
第四节	形形色色的几何学	107
第五节	几何学中的几个知名问题	114
第六章	三角学	119
第一节	三角学的起源及发展阶段	119
第二节	各国在三角学上的贡献	121
第七章	现代数学的开端——指数与对数	135
第一节	指数概念的产生及理论形成	135
第二节	对数的发明	138
第八章	微积分及其思想方法	147
第一节	微积分名称的由来	147
第二节	微积分学的产生	148
第三节	数学史上的百年大战	162
第九章	函数概念的发展及数学分析	166
第一节	函数 级数 微分方程 变分法	166
第二节	数学分析的严密化	181
第三节	分析学的进一步发展	184
第十章	概率论与数理统计简史	188
第一节	概率论的起源	188
第二节	概率论的形成与发展	189
第三节	数理统计简史	191
第十一章	现代数学及其应用	194
第一节	计算机科学的形成	194
第二节	应用数学的新分子	205
第三节	纯粹数学	212

第二编 中国传统数学的成就与特色

第一章 中国传统数学的发展概况	218
第一节 中国数学的起源	218
第二节 中国数学史的分期	219
第二章 中国古代部分数学名人名著简介	222
第一节 中国古代部分数学名著简介	222
第二节 中国古代的几位著名数学家简介	236
第三章 中国传统数学的成就与特色	245
第一节 中国传统数学的卓越成就	245
第二节 中国传统数学的特色	258
第四章 中国近代数学落后的原因浅析	264
第一节 外因——社会原因	264
第二节 内因——数学本身的原因	267
第五章 中国现代数学发展简况	269
第一节 中国现代数学的酝酿	269
第二节 中国现代数学的发展	274
第三节 陈省身猜想	276

第三编 数学史知识在数学教学中的应用初探

第一章 数学教学中应用数学史知识的必要性	283
第一节 新时代对数学教育的新要求	283
第二节 数学教学的特点与困惑	285
第三节 重视数学史的数学教育价值	287
第二章 数学史知识在数学教学中应用的可行性	290
第一节 数学学习难度大的原因	290

第二节	数学史知识的数学教育功能	293
第三节	数学史知识在数学教学中应用的原则和方法	297
第三章	数学史知识在数学教学中应用的实验	302
第一节	实验前的准备	302
第二节	实验研究实施及效果分析	304
第四章	部分教学案例选	309
附录：	中学部分数学名词、内容、符号探源	341
参考文献		352
后记		354

绪 论

数学是一门最古老的学科。从远古屈指计数到今天大规模集成电路计算机的使用，从以步测地到几何拓扑的建立，伴随着人类社会的向前发展，数学已成为一门历史悠久、内容浩繁、分支众多的学科。也正是因为有了这门内容抽象、结构严谨、应用广泛的数学科学，才推动了人类社会的飞速向前，创造了人类的文明。数学是人类文化中最基础的学科，是为其他学科提供语言、概念、思想、理论和方法的科学。今天，人类已进入信息时代，科学技术的迅速发展，对数学的需求也越来越多。学习数学、掌握数学、应用数学已成为每个人的必需，数学教育的重要性更为明显。

学习历史，以鉴未来。为了更好地应用现代数学，预见未来数学，就必须认真分析和研究数学的发展历史。《数学史与数学教学》正是为了向所有需要学习数学和研究数学的人们，特别是传授数学知识的在职和未来的教师们编写的。它将从现代数学教育观出发，展示在几千年数学发展的历史长河中产生的无数绚丽多彩的浪花，引导大家去经历曲折的数学变迁，浏览不朽的数学篇章，结识辉煌的数学成果，汲取丰富的数学营养，拓宽知识视野，增强数学素养，提高聪明才智，在认识数学教学本质的前提下，达到改进数学教学方法，提高教学质量，为促进数学教育事业的发展而作出有益贡献的目的。

一、数学史与数学教学的研究对象

数学史是研究数学本身历史的一门科学，它阐述数学发展的历史过程及其研究成果，影响数学发展的因素，以及对社会的作用。包括数学的研究方法、历史背景、学术交流、数学成就、数

学与实践、数学与社会运动的关系等。一句话，“数学史是一门总结数学发展过程，探求数学发展规律的科学”。

数学教学是进行数学知识传授和研究数学知识传授方法的一门学问，既是一门科学，又是一门艺术。只有掌握数学知识，了解数学的发展过程，遵循教育教学规律，才能收到好的教学效果。

数学史的研究有多种形式。按时间顺序纵观数学发展各个阶段的承接和演变的，是数学的编年史；按不同国家和地域论述数学历史的，为数学的国别史或地域史；按数学的学科研究各分支的产生、发展过程的，是数学的学科史。

本书主要是通过数学史的研究来指导数学教学。所以，我们将以数学各科的发展历史为主线，从历代数学成果入手，以数学概念理论的来龙去脉为主导，以数学思想、数学方法为重点，来讲授和分析一些国内外数学史实。包括数学各科内容的形成、产生和发展过程、数学史上建立了丰功伟绩的伟大数学家的生平事迹、高尚情操、可贵精神、卓越成就等。在了解数学各科发展简史的同时要了解中国数学简史，认识中国数学自身发展规律及其影响因素，明确中国数学对世界数学发展的贡献，以总结经验、吸取教训，寻找中国数学今后发展的正确道路。当然，出于数学教育的目的，要着重讲述一些与中学数学教学有关的数学历史典故、符号公式的由来，以及一些重要知识点的产生、发展过程等，同时还要选择有代表性的，且对数学教学有益的数学名篇、数学名题进行讨论，以理解和掌握数学中分析问题、解决问题的主要思想方法，丰富教学内容，扩大知识面。最后，选择一些数学史知识在数学教学中应用的具体教学案例进行分析讲评，为数学教学提供帮助和指导。可以说本书是以数学各科发展史为骨架，以数学成果为血肉，以数学思想和方法为精髓而构成的具有生命力的数学简史，也是以提高数学史知识在数学教学中的应用价值为目的，为广大数学教学工作提供丰富教学食粮的营养学书。各章之后还附有一定量的问题研究、分析探讨等，旨在帮助读者在

了解数学史知识的同时,探求一些新、广、深的内容,以及数学史知识在数学教学中应用的有效方法,以提高学习研究和讲授数学的人们的自身素质。

通过本书的学习,大家会看到几十年(或十几年)来我们整天与之打交道的那些数学概念理论,是怎样经过复杂、曲折、艰苦的过程而形成、发展、演变成今天这个样子的,大家也会看到它们是在什么时间,什么地方,在怎样的历史背景下,由谁发现、发明或归纳而来的,数学成果是靠什么社会原因的推动而产生的,又是怎样反过来为促进社会的向前发展而起作用的,历代伟大的数学家是经过怎样的努力、专心、勤奋、顽强的拼搏才建起了一座座数学史上的里程碑的,其中包含有怎样的数学思想和方法,对今天的数学学习和教学有什么指导意义,同时思考一下人生的意义,想一想在自己的一生中,在事业上应为后人留下些什么……同时认识一下数学教育的本质,来弥补学校教育的欠缺,改进数学教学方法。

二、研究数学史的意义

著名科学家钱三强指出:“科学技术是一块蕴藏着巨大精神财富的宝地,如果我们都能重视这块宝地,从中汲取营养,我相信对各行各业的工作都会大有益处的。”这一精辟论断的结论早已成为世界所公认的科学史研究的宗旨和核心。

作为科学史重要组成部分的数学史,随着社会的进步和科学的发展越来越显得生机勃勃,引人瞩目。高等师范院校作为培养教师的摇篮,开展数学史的教学和研究的目的不应理解为了解简单的年代和历史事实,而主要是汲取营养。数学史的灵魂是数学思想史,数学思想是数学家们在进行数学创造的过程中,头脑中形成的数学形象,以及这种形象的发展。数学史有明显的数学特点,我们要在学习数学史的过程中,充分揭示其重要价值和本质特征,理解数学思想,掌握数学方法。通过对问题研究讨论,不

仅要把本课当作一门历史课，更要当作一门数学课、数学教学方法研究课、一门爱国主义教育课来学习。从这个意义上讲，学习数学史的意义为：

（一）更全面深刻地了解数学，正确认识数学的发展规律和数学教学特点，从而更好地学习数学、研究数学和发展数学

每一门科学都有它自己的发展过程和规律，而数学和其他自然科学相比，又有它的独特之处。德国数学史家汉克尔（Hermann Hankel，公元 1839~1873 年）就形象地指出过数学和其他自然科学的显著差异。他说：“在大多数的学科里，一代人的建筑为下一代人所拆毁，一个人的创造被另一个人所破坏。唯独数学，每一代人都在古老的大厦上添加一层楼。”

汉克尔的话有一定的道理。在天文学中，古人最初以为天圆地方，后来证明不是。托勒密（Ptolemy，约公元 90~168 年）的“地心说”统治人们思想一千多年，直到哥白尼（M.Kopernik，公元 1473~1543 年）倡导“日心说”后才被推翻。这就是前代人的建筑被后代人推翻的例子。而数学理论从未发生过全部推倒重来的情况，总是在旧理论的基础上修改完善，加深拓宽而创造出新的更为严谨实用的理论。例如：自然数理论是最古老的理论，四则运算是最原始的计算内容，虽然今天实数理论、复数理论建立起来了，但是 $1+1=2$ 的定律仍没有变；虽然计算机能承担起数学运算的全部重任，但加、减、乘、除的运算方法仍然是小学数学课的基本内容。抽象代数代替不了古典代数，非欧几何也不能取代欧氏几何。新的理论只能是旧理论的进一步完善和扩充。每一种新的数学理论都必须在原理论的基础上建立，并通过严格的逻辑论证才能确立。即使当时不能被证实，经过一个时期后，说不定有新的发现，还会有更大的发展。欧氏几何第五公设的证明引出了非欧几何，就是明显的例证。因此数学是积累科学，数学理论的产生和发展过程就是数学历史的记录。而数学史就是学习和掌握数学发展规律的现实教材。研究数学史就能对数学从头

到尾作一番回顾和评论，就能从中加深对数学的全面了解，分析和探究数学的发展规律，理解数学科学的固有特点，汲取丰富的营养，从而更好地学习数学，研究数学和发展数学。

(二) 探索数学与社会、政治、经济、科学、文化之间的潜在关系，总结历史经验教训，古为今用，洋为中用

“前事不忘，后事之师”，这是中国的名言，也是世界的共识。英国哲学家培根（Francis Bacon，公元 1561~1626 年）就曾说过：“历史使人明智。”人生是短暂的，亲身的经历也有限，学习历史可以吸取千百年来人类的经验教训，使自己聪明起来。

数学的历史源远流长，道路蜿蜒曲折，有时兴旺发达，有时停滞不前，又有时衰败凋残，历史的演变极其复杂。哪些是影响数学发展的主要因素，哪些是次要因素，并不都是一目了然。重大的规律往往被错综纷繁的事物所掩盖，而且仁者见仁，智者见智，同一件事可能有着多种不同的说法或解释，因而至今仍有许多影响数学发展的问題未能解决，需要进一步分析研究。数学的发展与社会、政治、经济、科学、文化间的关系也很密切。同样的国家在不同的历史时期，数学的发展不尽一致，同一个时代不同国家的数学发展也不平衡。例如：同样是中国，在 14 世纪之前，数学在世界上一直居于领先地位，而元明之后却远远落后于西方；同样是奴隶社会，希腊数学空前发展，罗马数学则非常落后。学习数学史探究其原因，可以帮助我们更好地总结成功的经验和失败的教训，对于追溯数学的渊源，指导数学的进展，预见数学的未来，促进中国数学的进一步发展，都有十分重要的意义。

(三) 汲取数学史的各种营养，让丰富的数学史知识在教书育人中发挥巨大的作用

近年来，越来越多的教育工作者认识到在数学教育中增加数学史知识的重要性。一般的数学史料可使课堂内容变得更加生动有趣；中国数学的伟大成就可激发和提高我们的民族自豪感；历史上数学家的成功经验和失败教训可使我们引以为鉴；数学家丰

富的数学思想和方法，可以开阔眼界，启发思维，增加兴趣。一个数学工作者，特别是数学教学工作者，若不了解他所从事的数学工作的历史和现状，是很难引导他的学生走上正确的道路的。因而数学史的教育价值有：

1. 是对学生进行德育教育的好教材

教书的目的是育人。要培养适应新时代需求的复合型人才，思想道德品质教育至关重要。数学史对学生的道德品质教育的作用是很明显的。

数学史是从事数学的人创造的，每一个人都有自己的祖国，通过学习数学史我们会看到许多数学家为科学的繁荣而长期刻苦钻研的坚定事业心和不为名不为利不畏艰险为真理而斗争的精神，也会看到我们的祖先是如何在数学领域中为中华民族的崛起而做出卓越贡献的。墨子止楚攻宋，阿基米得制械御敌等故事很能激发同学的爱国热情，有催人奋进的巨大鼓舞作用。通过中国数学史教学，让同学们看看中国古算的特色与成就，明白中国对世界数学的巨大贡献，增强民族自信心和爱国情操，激发大家以古为镜，为振兴中华，建设祖国，创造中国数学的辉煌未来而努力学习。

数学史还能培养学生辩证唯物主义的观点。辩证法是使数学具有蓬勃生命力的灵魂。翻开数学史，我们将会发现到处都充满了辩证法的足迹。正与负、多与少、实与虚，等等。数学是人们理解和接受辩证法的重要途径。

2. 是传播数学思想，提高数学修养的重要途径

数学思维、数学知识、数学修养是数学教育的三项重要指标，只有具有敏锐的数学思维，才能掌握丰富的数学知识，形成良好的数学修养，而达到此目的的前提是掌握数学思想。长期以来，数学以刻板的公式和乏味定理的堆砌，在人们的头脑中留下一种“死”的感觉，当时数学家们创造这些公式定理的数学思维荡然无存。数学史揭示数学成长、变化、发展的规律性，生动地再现

数学家们创造数学成就时的数学思想，把形成这些“死”的公式定理的过程活生生地展现在人们的面前。通过数学史的学习，我们可以看到那些死板的公式是谁、在什么条件下发现或归纳出来的；他们是怎样整理的，又是怎样表述的；有过怎样的困难与曲折，又有过什么缺陷；走过怎样的歧途，又是怎样完善和严格自己的思路的，这些精彩的片段会使我们看到数学教材中那些“死”的教条背后原来蕴藏着一部震撼人心的史诗，融合了众多的数学家的观点和方法，而这正是数学思想！这些数学思想能陶冶我们严谨认真、深刻敏捷的优秀品质，启发我们的数学思维，激发我们对数学的兴趣，于是数学修养便在其中形成了。具有一定数学修养的人，首先对数学有一种特别的爱好和兴趣，在这种数学兴趣的驱使下，使他们对周围客观事物的观察和分析有一种其他人所没有的数学直觉，他们常常用数学的观点去考察和理解这一切，从而促使种种数学问题的发现。如平平常常的蜂房在数学家眼里变得那样迷人，从而产生了有趣的蜂房问题。司空见惯的兔子繁殖在数学家的心目中能引起种种思考，从而创出了著名的斐波那契数列等。这是典型的数学修养实例。

3. 是丰富数学方法汲取数学营养的源泉

在数学的发展史上，一些优秀数学成果的出现往往是很多数学家甚至几代数学家共同努力的结果。他们在探索这些成果的过程中其数学方法各具特色，他们从不同角度进行考虑，用不同手段突破关键，有的简捷，有的繁难，有的严谨流畅，有的不免有某种缺陷，可谓五彩缤纷，各显神通，从而更深刻地揭示某种数学概念和数学方法的本质特征。在学习数学史的过程中更深刻地领会这些数学概念和数学方法，这正是学生的思想可以任意驰骋的广阔天地，也是数学教师的必备营养。庞加莱（H·Poincaré，公元 1854～1912 年）说过：“如果我们想要预见数学的将来，适当的途径是研究这门学科的历史和现状。”列宁指出：“一种科学的历史是那门科学最宝贵的一部分。科学只能给我们以知

识，而历史却能给我们以智慧。”高校是培养人才的摇篮，教师是辛勤的“奶妈”，要培养健壮的数学人才必须具有丰富营养的“乳汁”。从现代数学家的成长道路看，他们在中小学都曾遇到过良师的启迪，往往由于一个古算命题或一道数学趣题，点燃了他们的思想火花，激起了他们对数学的浓厚兴趣，从而立下了攻克数学堡垒的宏大志愿，最终为数学的发展做出了卓越的贡献。通过数学史在数学教学中的应用研究，我们深深体会到有数学史知识，就能讲清数学概念的来龙去脉，课就讲得生动有趣，否则就比较呆板，教学效果也受影响；从数学发展的历史着手备课，带领学生进入这门学科，是一条更富有生机，也更能激发学生数学智慧的途径。作为老师若能用数学史所提供的各种营养丰富学生的知识，并通过消化吸收，转化为自己的基本素质，从而形成独特的教学风格，才不愧为一个真正的数学教育工作者。

4. 是文理交织，提高学生综合能力的得力措施

近几年来，文理交织已成为培养复合型人才之必要措施之一。多年的文理脱节使得大学文科学生逻辑思维能力和分析问题、解决问题能力的发展受限，理科学生的语言表达能力和写作水平难以提高，有些理科生，大学毕业甚至研究生毕业后，语文程度仍然停留在高中水平上。只会做实验研究，不会写学术论文的大有人在，这对他们日后的发展是很不利的。数学史是一门文理交叉的学科，不但和天文、物理等精密的自然科学有着不可分割的联系，而且牵涉到许多文科学科，如历史、地理、政治、经济、社会、哲学、宗教，等等。学习数学史不可避免地要接触许多文科知识，这正是理科学生所欠缺的。通过数学史的学习，大家不仅能接触许多古典名著，扩大知识面，而且能够结识许多学术报告、经验材料、数学成果记载等学术资料，开阔视野，提高理解能力，特别是写作水平。这对于培养高素质的综合型人才，是很有益的。

三、如何学习数学史

数学史的学习价值如此重要，怎样才能学好呢？

首先，要有正确的学习态度。信息化时代需要数学，建设中国特色的社会主义需要数学，社会主义建设的新型人才需要学习数学。一个数学教师要培养好数学人才，首先必须热爱祖国，热爱教育事业，热爱数学，有一颗为国育人之心。同时必须具备一定的数学思想、数学知识和数学修养。只有通过数学史的教学与研究，以唯物辩证的观点去揭示数学内部的矛盾运动，剖析数学发展的内在性质，理解数学的丰富内涵，评判数学家的思想方法，估测数学的发展与未来，才能在数学的历史长河中了解数学的昨天，认识数学的今天，展望数学的明天，才能担当起传授数学、研究数学和发展数学的光荣使命。因此最起码应有“学好数学史，教好数学课”的基本态度，积极主动地学习研究数学史。

其次，应有正确有效的学习方法。学史为了明智，并不只是为了解历史。因此，首先应该有唯物辩证的方法。历史是实实在在的东西，在学习数学史的过程中，首先要有第一手具体的材料，要结合当时当地的社会现实、政治经济条件、文化风俗习惯等，去分析看待当时的成果。要尊重历史，防止杜撰，反对用现代思想代替古人的思想，要坚持历史唯物主义的观点，清楚事物的发展变化是彼此联系、相互影响的，各个时期之间，各个国家之间，人物与人物，学派与学派，乃至不同版本的书之间都有千丝万缕的联系和区别，只有用辩证法的观点，通过比较来看待历史，研讨问题，才能受益。

同时还要理论联系实际，把数学史与数学教学实际相结合，努力分析和研究数学史知识在数学教学中的应用方法，探究新发现、总结新成果。数学史与数学教学课首先是门数学课，在学习过程中自己应亲自按先人的方法做一做，算一算，从中体会数学思想方法。教师还应结合教学实际分析研究符合学生实际的数学