

数学课程与教学论

徐斌艳 主编

浙江教育出版社

书 名：数学课程与教学论

作 者：徐斌艳

出版社：浙江教育出版社

出版日期：2003-9

ISBN：7-5338-4954-X

中图分类号 G633.602

定 价：22.00

第一章 数学学习文化创新

与传统的数学课堂教学相比,世界各国在数学教学改革的过程中,都试图对数学课堂教学注入新的学习文化,主要包括:设计反映现实生活的数学情境,激发学生主动地进行探究,使学生体验真实世界中数学的应用价值;加强学科综合的学习,倡导问题驱动式的学习、社会交往性的学习,使学生学会主动地发现数学问题、确认并分析数学问题,以提高学生的社会责任感、与他人合作的能力及批判性思维的能力。本章系统地阐述数学学习文化的创新,从国内的要求、国际项目的启示以及理论指导三大方面阐述数学学习文化创新的意义,继而分析学习文化的创新在数学课堂教学中的具体体现,包括数学的合作学习、累积性学习、探究性学习等。

第一节

一、来自我国新课程标准的要求

《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》强调,数学与人类的现实生活有密切的联系,因此数学的学习能够并且应该与学生的真实生活相联系。数学课堂教学应该是基于某种情境的教学,这些情境包含来自学生日常的生活问题,或未来将面对的实际问题。通过不断地沟通生活中的数学与数学课程的联系,使生活与数学融为一体,学生就会理解数学,热爱数学,在亲身体验和探索中认识数学,解决问题,以适应社会,体验社会责任。也就是说,在教学过程中,学生自主、积极体验的机会越多,他们就越能独立地思考问题,不断地累积知识,形成一定的数学学科能力。

新课程意义下的数学课堂教学要保证学生有足够的时间和机会建构性地接触、认识数学,从而理解数学、运用数学。课堂教学文化是能够反映学生的主体观,注重反映学生学习数学的过程,应鼓励学生对数学意义的思考,注重以游戏形式、自我负责的活动形式进行教学。也就是说,让学生有机会走自己的学习之路(甚至是弯路),使尝试性学习合法化;让他们有机会建立现实世界里的数学与课堂上的数学之间的联系,包括体会数学实验的作用,体会归纳与演绎的相互作

L
X
J
Y
C
K
X
S

用,体会实践与理论的相互关系。这种课堂教学模式不会过分强调数学的确定—演绎性特征,而是让学生能够认清数学的动态特性,以及作为一门实验科学的特征。

二、来自 TIMSS 以及 PISA 项目的启示

1996 年启动的 TIMSS(“第三次国际数学与科学研究项目”)与 2000 年启动的 PISA(“学生评价国际项目”)均为备受国际教育界关注的跨世纪研究课题,其核心就是评价与比较研究学生的数学与科学素养以及相关能力。TIMSS 从数学角度着重评价三方面内容:数学知识技能(包括数、测量、几何、比例、函数、方程、概率、统计等),数学行为与社会技能(包括日常方法的掌握、应用性问题的解决、数学思想、数学交流等),数学教学目标(包括传授合理的数学知识、基本的、服务于职业的数学知识及为唤醒数学兴趣的部分数学观念等)。PISA 在评价学生数学素养方面,强调学生不仅仅学会解决数学习题,更重要的是他们能够认识数学在现实生活中的作用,从而能够适应未来的生活并推动社会发展。研究者从这两个项目中发现,学生的数学与科学素养并不一定与当前的经济发展水平成正比,尤其是欧美国家的研究者意识到本国存在的教育危机,他们通过对各国公民数学素养的比较分析,发现各自国家在数学教育上的弱点,由此着手改革数学教育。这场全球性的教育改革已经从宏观的反思与批判延伸到微观与理性的变革,直接将切入口定位在变革学校文化、变革(数学)课堂教学文化上,以提高教学质量,提高学生的整体素养。

让我们一起来分析,德国《时代》周刊公布的 PISA 数学样题,检验学生数学理解能力,以便于了解全球对学生数学素养的期望。

例 果园里的计算题

一个农民种苹果树,他将苹果树种成一个正方形。为了使苹果树不受大风侵袭,他又在果园的四周种上松树(\times 代表松树; \cdot 代表苹果树),如图 1-1 所示:

也可以用表格表示种 n 行苹果树时所需的苹果树和松树的数量。

n 行	苹果树/棵	松树/棵
1	1	8

具体请参见本书第六章。

德国《时代》周刊网址:<http://www.zeit.die/2002/27/wissen/200227-b-mathe-aepfel.html>

n 行	苹果树 棵	松树 棵
2	4	
3		
4		
5		

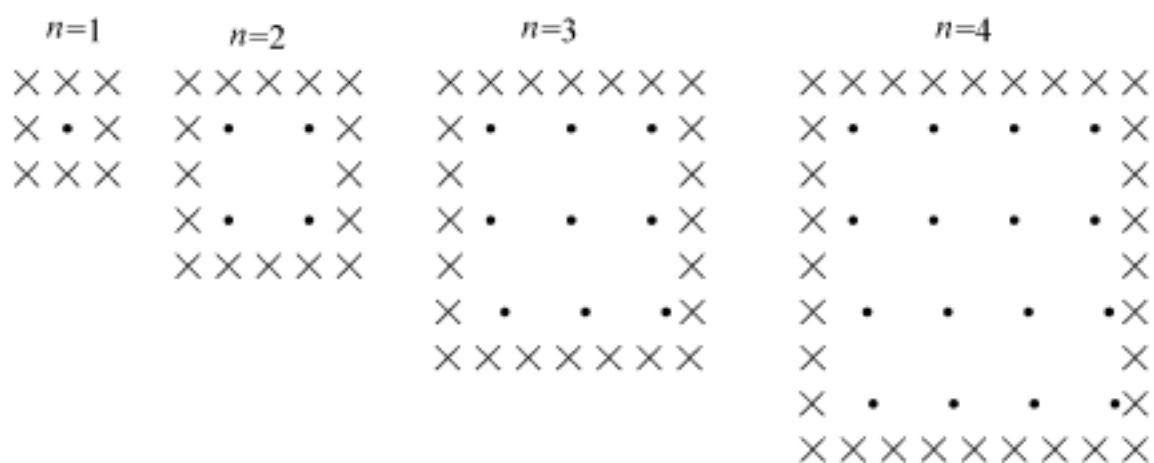


图 1-1

练习 1: 填满上表, 并列出所需的苹果树和松树的数量关系式。

练习 2: 如果这个农民要扩大果园, 并种上许多行苹果树, 哪种树的数量增加得更快? 请说明理由。

面对这个问题, 学生应该根据苹果树和松树的模型, 分析数列的特征, 找出其中的规律。解答时既可以采用代数法, 也可以采用图像法。这道样题要求学生用不同的方法来描述数列, 如果学生解答时只提到表格, 这说明学生只完成了这个问题的一部分。

参考答案:

n	苹果树 棵	松树 棵
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

要种 n^2 棵苹果树及 $8n$ 棵松树。因为两个数中都有元素 n , 但苹果树数量为 n^2 , 增长的速度比 $8n$ 快, 因此苹果树的数量增长较快。

来自这些国际性评价项目的结果, 反映出目前数学课堂教学中存在的问题,

即在数学教学过程中机械的计算多于理解的学习,教师的解说多于学生的表述,解决结构优良问题多于解决结构不良问题,教师引导探究多于学生自主探究等等,由此可能会造成学生学习数学时出现被动、盲目及无效的情况。

三、来自现代学习理论的指导

20世纪90年代以来,西方学术界对学习理论研究给予了高度重视,建构主义学习理论的盛行就是标志之一。建构主义学习理论突破了“学习是反应的强化”的观点,超越了“学习是知识的获得”的观点,强调了学习是一种知识建构的过程,而不是纯粹地记载和吸收知识;学习是知识的社会协商及社会实践参与的过程。具体而言,建构主义学习理论强调:

理解是通过与环境的互动而发生的。学什么是不可能与怎样学相脱离的,因此,认知不仅仅在个人内部,而且是整个情境的一部分。

认知冲突或困惑是相对于学习而言的一种刺激,并决定着学习内容的实质和组织形式。

知识是通过社会磋商和对理解发生的评估而展开的。个人是测试理解的一个基本机制;协作小组对特定问题的理解进行测试;其他人则是刺激新的学习的重要源泉。

基于建构主义学习理论的各种学习范型脱颖而出,包括任务驱动式的学习、探究定向性的学习、情境式的学习、主动合作式的学习、综合性的学习、内在驱动的学习等。

任务驱动式的学习要求,学生面对一个真实、复杂的任务,并在完成任务的过程中扮演积极的角色,在开发问题解决策略的同时,获得学科基础知识与技能。学习者必须完成的学习任务有:确定是否存在某一问题,创设一种精确的问题陈述,识别一些为理解问题所必需的信息,确定可用于收集信息的资源,产出可能的解答。

探究定向性的学习表现为,在教学过程中,学生是一个积极的探究者,教师的作用是要建立有助于学生进行独立探究的情境,让学生独立思考问题,参与知识的获得过程,而不是简单地向学生提供现成的知识。

情境式的学习主要是挑战脱离实际的抽象学习观。在学校发生的很多学习过程往往都是脱离具体情境的,这种类型的学习存在的弊病是形式化、抽象化、简单化等,由此产生的结果往往只能应付考试,而不能将知识迁移至复杂的真实情境之中,解决结构不良问题。

主动合作式的学习表现为,将学习由传统课堂上的个人头脑中的事件转向学生合作进行的活动,在学习过程中充分发挥集体智慧,通过对话与互动,协作建构起新的知识,以解决实际或抽象问题。

综合性的学习要求回归真实情境中的复杂问题,打破所学知识的片段性和分离状态。学生在学习过程中要综合运用已有的知识、经验和策略,从多角度分析、思考并探索问题。

内在驱动式的学习表现为,学生在活动过程中能自发地形成学习项目。这些学习项目包括的学习目标、内容和过程不是预先设定的,而是在解决问题的学习过程中不断分析、拓展后发现的。这种内在驱动式的学习过程形成了以初设问题为基点的相关问题群,使活动过程中自然形成的学习项目能推动多方向的探究,以促进知识的网络化组织。

四、数学课堂教学中的学习文化

数学课堂教学文化的改变势在必行,这是全球化研究的热点。综观其研究工作,不难发现数学课堂教学文化的变革强调应该重视独立并积极的数学活动,重视学科综合的学习,重视合作的问题解决,重视学习内容的系统循环。具体而言,提倡在数学课堂教学中要反映数学的现实相关性,强调学生学习的主动探究性及合作社会性。

(一) 数学的现实相关性与问题情景的开放性

2000 年是世界数学年,这一年联合国教科文组织再一次强调,纯数学与应用数学是理解世界及其发展的关键。这无疑告诫我们,数学教育的目标就是让学生毕业以后能够以数学为工具,适应复杂的世界。数学在日常生活中的应用日趋多样化,但其应用性往往隐藏在现实情境背后,这也许是一个矛盾。因此,我们在课堂教学中,应该创造机会,揭示这一矛盾,让学生体会数学与现实世界的结合,发掘现实情景背后的数学,以此设计适合学生年龄与学生经历的开放性问题,有助于学生体验数学与现实的相关性。这些对于学生来说应该是有意义的问题,学生能够从中提取必要的信息,用于解说问题,而不是直接进行计算。例如可以向 3 年级学生提出这样的问题情境:

“306 个学生登记观看马戏团表演。可惜去看表演那天,5 名女生与 6 名男生生病了。请你提出问题,并进行计算,回答你提出的问题。”

这是一类有助于激发学生自主发掘问题、解决问题的情境设计题,能有效地挖掘学生的学习潜能。目前,世界上不少国家非常关注将这类问题引用到正规的课堂教学中,例如德国某联邦州的小学 5 年段的阶段练习中出现如下问题:

“卡尔与他的父亲以及两个哥哥去足球场,观看他们欣赏的球队 KSC 与 FC

Lothar Flad & Wilfried Herget: *Mathematik Lehren und Lernen nach TIMSS*. Volk und Wissen Verlag, 2000, p 5.

L
X
J
Y
C
K
X
S

的比赛。一路上他们为能观看这场足球赛兴奋不已。上一场 KSC 曾以 3 1 获胜。父亲来到售票处买票,但必须等 10 分钟。售票处两边的墙上贴满了价格表:成人门票 25 马克,儿童以及 18 岁以下学生门票 8 马克等。5 分钟后,即 15 30,球赛将开始。”

你能提出哪些问题?根据你提出的问题,改写文本,删去与你所提问题不相关的内容,使得文本尽可能短,然后解决自己提出的问题。

数学教学改革至今,人们普遍注重教学中问题情境的设计是否反映学生生活的真实性或接近真实性,是否能激发学生主动投入问题的解决过程中。当学生浸润在接近真实的问题情境中,教师应该激发他们独立思考,参与活动,进行考察、探索、尝试及作出假设;尤其重要的是,教师应该细心倾听,认真对待学生提出的数学问题以及结果,设法去理解他们的思路;另外,千万不要忽视学生的错误,而应帮助学生理解出现错误的原因。

如果教师仅仅将课堂教学局限在正规知识的传授上,将知识应用局限在特定的任务类型上,那么一旦我们对问题表述进行少许的变动,学生就会无所适从。近年来的国际比较研究结果已经给我们一些警示信号,即学生表现出的能力更多的是机械式的计算,而不是对数学与相关生活的理解,这也表现出学生缺乏知识的累积性与交错性。如果我们不断地向学生解释知识内容,这就意味着学生将失去探究、理解和再探究的机会。让我们分析这样一个例子,某个教师教 8 年级学生解二元一次方程组。他出了这样一道题:长方形的长与宽相差 4 cm,面积为 437 cm²。小刚拿出计算器,很快给出答案,即长方形的长为 23 cm,宽为 19 cm,老师很不情愿地肯定了他的答案。小刚兴奋地解释到,“长与宽相差不多,假设他们一样长,那么他们应该是 $\sqrt{437}$,这个数比 20 稍大些,我用 18 和 22 试了一下,小了点,就用 19 和 23 试了一下,恰好对了。”

很可惜,教师否定了小刚的解法,认为这是非数学的做法。其实小刚的方法中隐含着区间的思想,如果允许进一步探究,有可能独立体验到实数的思想。

(二) 课堂教学中主动探究的学习

传统的课堂教学中,学生体验到的数学基本上是“数学成品”,学生很少有机会尝试、实验或探究,找寻各种不同的问题答案。学生与数学的关系经常受到干扰,因为教学主要集中在数学的演绎结构上,数学的学习往往也参照这种结构运行。安德尔芬格(Andelfinger) 描述道,“对于大多数学生而言,教师传授知识与学生学习知识不太兼容,通过教师传授知识产生的是岛屿式的、实时性的知

B . Andelfinger: *Sanfter Mathematikunterricht-andere Lebenszeichen* . Berliner Tagung zur Didaktik der Mathematik , 1991 , p .13 .

识,而不是知识的结合;它产生的是不完整的知识碎片,而不是一系列观点与观点的连接;它产生的是形式操作的、毫无意义的、无法控制的技巧,而不是各种可以表述的体验;它使人获得标准化感觉,而不是对各种不同意义的思考。”显然单一传授式的课堂教学文化很难给学生独立探索与领会知识、体验问题解决途径的机会,而这些机会对于培养学生的学习激情、学习的独立性非常重要,也是他们展开好奇、幻想思路的出发点。

数学学习首先应该是理解数学,也就是说通过活动、通过丰富的(身体或感官的)体验、通过尝试错误来获得数学观念;维滕贝格(Wittenberg)曾指出,“数学是人们思想中构建的真实,……它没有人为的特点,而是某种必要性的刻画,允许人们去发掘。在我们的数学思想与我们对自然的体验之间存在着某种一致性。”

欧美一些发达国家,经历了TIMSS和PISA检验后,深刻反思学生现有成绩不理想状态产生的原因,并将焦点置于数学课堂教学的分析上,他们普遍认为在数学课堂教学中有三点值得考虑:

1. 数学课堂教学中,必须传授学生能够领会的数学基本方法。因此在课程开发过程中,有必要详细阐明知识的基础性和本质性。

2. 数学课堂教学中应该创造“自由空间”以及各种可能,让学生自我发掘并设计问题解决的方案,以及实施、评价相应的方案,将问题解决方法迁移至新的问题提出上。

3. 数学课堂教学必须以学生的社会需求为导向(交往、合作),使得在问题解决的教学过程中,学习的社会形式(伙伴的、小组的)成为常规形式,通过项目学习、自主学习、周计划学习等组织形式来加强学生的自我意识。

在数学课堂教学中,主动探究的学习表现为一种作为活动的数学实践。它是获得数学知识的特殊方法,数学实践包括利用具体对象(数、量及图形)的心理实践活动,利用适当的辅助工具,以及对具体过程的认识。

例如,我们在引进三角形内角之和以前,为学生提供活动的情境。“画出各种不同的三角形,测量三角形的内角,并找出每个三角形的内角和。你能得出什么结论?”

对学生来说,这首先是一个按照一定规则(作图、测量、求和、比较结果)的数学活动。为了能给学生一定的探究空间,我们可以设计这样的问题:“任意画一个三角形,确定内角的大小。如果你们告诉我其中两个内角的大小,我马上能说

A J. Wittenberg: *Bildung und Mathematik*, Stuttgart, Klett, 1963, p. 16.

Lothar Flad & Wilfried Herget: *Mathematik Lehren und Lernen nach TIMSS*, Volk und Wissen Verlag, 2000, p. 79.

出第三个角的大小。想一想,我是怎样得出答案的?”

尝试几个三角形后,学生首先应该提出这样的假设:对于任意一个三角形,若知道其中两个内角的大小,就能推断出第三个角的大小,这里一定存在一个普遍的规则。本例中的实验性检验活动包括画各种不同的三角形,如图 1-2,测量内角,完成一张统计表等。在此要注意几个特例,如等边三角形或直角三角形等。借助各种不同的三角形,可以尝试得出三角形内角之和的结论。

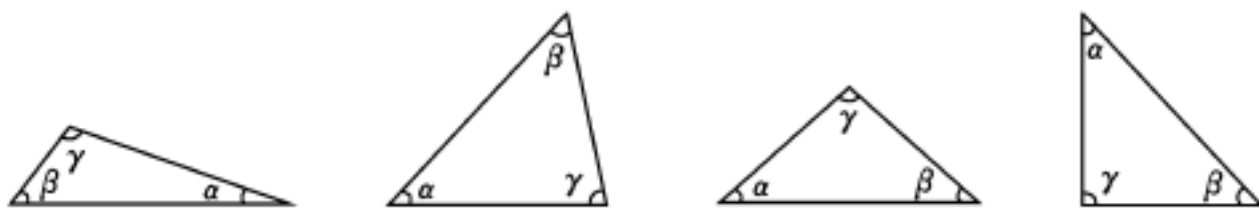


图 1-2

学生制作的相应的统计表如下表所示:

三角形	1	2	3	4
角	60°	45°	32°	40°
角	60°	45°	32°	60°
角	60°	90°	116°	80°

经过一定探究、实验,学生应该能够得出三角形内角之和为 180° ;紧接着才开始进行数学证明活动。由于学生积累了一定的经验,因此对于数学证明过程以及结果应该更易理解。

第二节

随着我国课程改革运动的深入,体现并实施改革理念的主战场——课堂被赋予丰厚的内涵,其中包括课堂教学中的学习从单一的接受型走向合作互动型。课堂上的合作互动不再局限于师生之间的互动,而是强调不同的教师之间及不同学生之间的互动。本节着重探讨数学课堂教学中学生之间合作互动学习的落实。对此首先分析合作互动学习的特点,然后阐述数学课堂教学中学生之间合作互动型学习的模式及其实施情况。

一、合作互动学习的意义

合作互动学习强调信息互动、人际互动。从现代教育信息论的角度来看,课堂教学中的学习方式大致呈现为四种类型;一是单向型,将教学视为教师把信息

传递给学生的过程,教师是信息发出者,学生是信息接受者,学习是一种信息接受的过程;二是双向型,将教学视为师生之间相互作用获得信息的过程,强调双边互动,及时反馈,学习是一种学生与教师交流信息的过程;三是多向型;将教学视为师生之间、学生之间相互作用的过程,强调多边互动,学习是一种共同掌握知识的过程;四是成员型,将教学视为师生平等参与及互动的过程,强调教师作为小组中的普通一员与其他成员共同活动,不再充当惟一的信息源,师生构成一个学习共同体。根据现代学习理论,学习是一种人际交往的过程,是一种信息互动的过程,其中必然涉及上述四种信息互动过程和模式,缺一不可。目前,世界各国的合作学习实践强调将合作互动的中心聚焦在学生之间的合作关系上,作为当前教学实践中的一个重要领域。

透过教学实践可见,我们目前教学所提倡和采用的互动方式主要是师生之间的双边互动,至于学生之间的互动则始终未能受到重视,因而教学中很少有或根本没有多向型的互动方式。甚至不少人还将学生之间的互动视为一种学习的消极因素或破坏力量。受传统教育的影响,我们往往把教师与学生之间的关系视为教学中惟一重要的关系,认为学生之所以能掌握知识,发展智力,主要是取决于学生与教师的互动,还有不少学者把教学理解为仅仅是师生双方活动的过程。现代教学与学习理论认为,把教学这一复杂的现象仅仅当作教师与学生之间的双边互动的过程来认识,实在是过于简单化了。实际上,教学不仅仅是教师与学生之间的双边互动的过程,它还涉及单向型互动、多向型互动、成员型互动等多种互动过程,是将多种互动过程有机统一的复合活动。

二、合作互动学习的特征

在国际课程与教学改革中,合作学习受到人们广泛的关注。人们认识到合作学习有助于互动的实现,在合作互动学习中,所有小组成员平等参与学习实践,共同承担学习的责任。其中合作互动学习的关键为学生之间的互动。在传统教学中,学生之间的相互作用通常被认为是无关紧要的。合作学习的代表人物约翰逊(D.W. Johnson)曾对此发表过精辟的论述,“由于教育工作者认为,学生之间的相互作用是没有好处的,所以没有人主张对这种关系加以建设性的利用,也就没有系统地训练学生们相互交往所必备的基本社会技能。毫无疑问,成人—儿童双边活动教和学的观点,低估了课堂上学生—学生相互作用和关系的重要作用”,“实际上,教师的一切课堂教学行为,都是发生在学生—学生群体关系的环境之中。在课堂上,学生之间的关系比任何其他因素对学习成绩、社会化发展的影响都更有用。但课堂上学生相互作用的重要性往往被忽视。学生之间的关系是青少年健康认知发展和社会化所必须具备的条件。事实上,同学的社

会相互作用是青少年身心发展和社会化赖以实现的基本关系”。

学生互动学习是教学系统中尚待进一步开发的宝贵的人力资源,是教学活动成功的不可缺少的重要因素。根据约翰逊的观点,学生互动学习至少包括五个要素:一是积极的相互依赖,每个合作成员都承担着双重责任,即完成预先的任务,同时努力使他人完成这个预先的任务,每个成员的成功取决于其他成员的成功;二是积极的约束,每个成员(或小组)都应该为自己承担的那份任务努力,每一份努力都将接受检验;三是直接的互动,这是小组合作学习的保证,成员间可以约定合作的时间,以特有的方式去认识相互间的积极依赖性,以及相互间的约束性;四是社会能力,不是每个学生皆具有与他人有效合作的能力,因此合作互动学习的重要目标就是学会以特定的方式与人共处,从而形成交往的动机与能力;五是评价,有效的合作互动学习还依赖于以何种方式反思小组成员各自的以及合作的学习过程与成果,评价的目的在于改善合作互动学习的效率。

三、数学课堂教学中的合作互动学习

综观国内外数学课堂教学,有一些成熟的合作互动学习模式,例如“四角对话”、“思维交流对话”、“小组拼图”、“三步会谈”等,其中的“小组拼图”学习活动模式最能够充分体现合作互动学习的特点。这个学习活动的关键是学生经历两次分组活动。在第一次小组活动中,每个学生将自己培训为学习专家;然后重新分组,每个学生在新的小组内以专家身份向其他学生讲解相关知识。在这两次小组活动中,一方面,学生通过自学以及相互交流,培养成为专家的勇气,体验成为专家的好奇;另一方面,学生以负责的精神向同学讲解自己掌握的知识。

(一)“小组拼图”学习目标

通过这种活动,有助于在较短的时间内完成较复杂的任务。学习者作为“专家”准备某个学习课题,然后作为教学者相互讲解相关内容。其设计背景为“教学者即学习者”的学习原则。通过这种方法促进学生的交往能力,包括聆听、解释、描述、论述及证明等。

王坦:《论合作学习的基本理念》,《教育研究》2002 .2。(原文来自 D .W .Johnson, R .J . Johnson, & E .J . Hulubec: *Circles of Learning-cooperation in the classroom*, 1990, 第 5 页)

D .W .Johnson & R .J .Johnson: *Learning Together and Alone . Cooperative, Competitive and Individualistic Learning*, Boston, 1998 .

Ursula Behr: *Entwicklung von Sozial-und Selbstkompetenz durch Kooperatives Lernen*, ThILLM, 2002, p .28 .

(二) “小组拼图”具体流程

1. 准备阶段

教师设计相关的学习课题,提出较为复杂的学习任务,并将学习任务分解为多个子任务。针对每个子任务为学生准备相关的参考材料,设计小组学习活动的要求说明。然后将学生分为不同的“专家小组”,组数视班级总人数而定。子任务数应该与小组数一致。

2. 专家组活动

(1) 培训成为专家

每个小组成员应首先独立完成接受的学习任务,然后在各自的小组内展开讨论,进行合作学习。小组成员必须相互帮助,才能成为某方面的专家。针对各小组面临的学习任务,相互提出开放式的问题,检验对方完成学习任务的程度。小组成员还要准备“讲稿”,梳理自己承担的学习任务。在每个小组中,小组成员之间相互设计小问题,检验是否具有某个子任务的专家资格。

(2) 准备向其他组同学讲解知识的方案

各个“专家组”的学生共同讨论,如何将自己学习的内容有效地传授给其他组同学,应该选用哪些方法和媒体,在讲解中如何分配时间等。小组成员共同设计并练习思考题,检验知识的传授是否有成效,同时记录练习和思考题的答案。教师在这一阶段发挥一定的监控作用,并及时对学生讨论中产生的问题进行修订。

在“专家组活动”这一阶段,教师不再是惟一的学术权威,他们应该鼓励每个学生都有成为学术权威的信心和行动。

3. 互动教学阶段

解散“专家组”,重新分组后,每个新小组皆有来自不同“专家组”的学生,如图 1-3。在新一轮分组结束后,每个学生利用各种媒体向小组内成员讲解学习

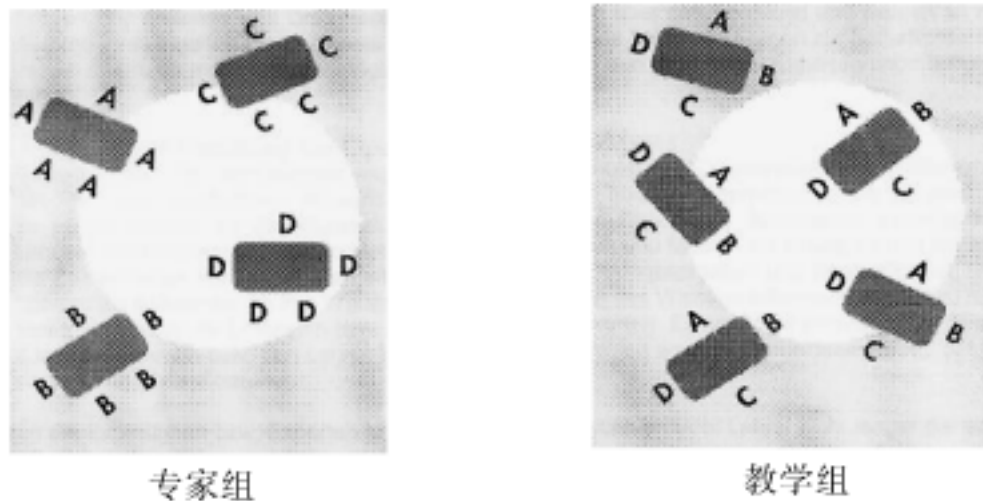


图 1-3 “小组拼图”活动中的分组模式:专家组与教学组

内容。每个学生都要认真负责地向新小组成员展示、解释、描述他们在第一次分组中准备的内容。新小组成员在聆听的过程中将提出疑问,讲解的“专家”要及时给予反馈,由此每个“专家”学生又一次体验到自己学习上的成就或再次反思学习上的缺陷。

四、“小组拼图”模式的案例分析

这是一个来自德国初中阶段(七年级)的数学学习案例。

1. 学习任务:四边形的特征。

2. 学习对象:七年级学生。

3. 学习过程:

(1) 准备与导入

四边形是我们生活中经常接触的物体形状之一,能够辨认并说出各种不同四边形的名称,应该是学生掌握的基本的几何能力,在这个“小组拼图”活动模式中,学生将进一步直接接触各种四边形及其特征。经过这种活动形式,学生应该获得几何学习的乐趣,并能向家长讲述各种形状的特点。这里将讨论五种不同的四边形:平行四边形、风筝形、菱形、等腰梯形、梯形。这五种形状分别是五组学生的学习主题,其中第一组的学习主题为平行四边形,第二组为风筝形,第三组为菱形,第四组为等腰梯形,第五组为梯形。教师向学生出示小组活动流程的说明,以及如何向学生讲解知识的说明。

学习活动流程说明:

1. 准备:每个人首先独立完成自己选择的练习题或问题,通过测量或比较,找出这些图形的特征,当然此时应该相互帮助、支持。

2. 专家组活动:共同讨论每个人自己选择的四边形的信息,解释所碰到的问题,检验自己的学习成果;共同设计一张用于在教室展示的学习海报,用彩色的A4纸制作四边形贴在海报上,完整地标出四边形的名称及其特征。

3. 计划讲解知识的方案:在第二轮分组中,每个人将被分配到新的小组中去。在新小组内,每个人要向新的小组成员讲解你们的“四边形”。因此在专家组活动时,你们要思考并记录准备的问题,同时还应讨论如何讲解,准备使用哪些辅助手段,准备哪些练习题。每位同学也可参照教师提供的指南“我如何向同学讲解知识?”来设计讲解方案。

4. 小组教学活动:重新分组后,每个人都是“四边形”知识的专家,每个人都要向同学讲解四边形的特征。如果同学们在解决你们提出的问题碰到难题时,你们要支持他们。预祝你们在学习过程中获得乐趣。

(2) 专家组阶段

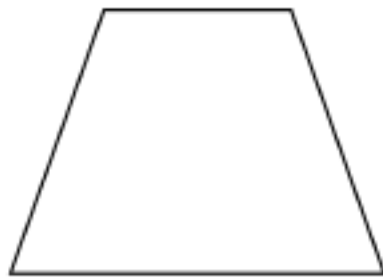
分5组讨论有关四边形的名称与特征。每个小组分别拿到一张练习纸。例如第四组的工作纸为：

四边形——等腰梯形

你所选择的这个四边形称为等腰梯形，现在你的任务就围绕这等腰梯形展开。首先独立学习，然后向小组其他成员咨询。

练习：探究四边形的特征

1. 我们如何描述这个图形？它具有哪些特征？请测量边长、角度、对角线长；描述时使用专业术语，如平行、垂直、等高、等长；这个四边形是轴对称图形吗？含有几条对称轴？这个四边形是点对称图形吗？对称中心在哪里？



写出所发现的等腰梯形的特征，完整地标出等腰梯形的名称，再画出等腰梯形。相信你一定找到了等腰梯形所有的特征，与教材中的图形作一比较，或让老师检验你的结果。

你们每个人都是研究等腰梯形的专家！

2. 制作一张关于等腰梯形的学习海报，在班上展示。
3. 解决教材上的问题，并交给老师批改（这里是指教材上提供的一些练习）。
4. 共同准备下面的互动教学活动，可以参照小组教学活动的设计说明。

其他几组将获得类似的工作纸，只要分别将等腰梯形换成平行四边形、菱形、梯形等即可。学生通过独立的、组内的合作，专心按照工作纸上的要求完成任务，同时为向其他同学讲解自己学习的四边形作充分的准备。

(3) 小组教学活动阶段

重新分组，保证第一轮中同一小组的成员在第二轮被分配到不同的小组中去。“专家”学生将向其他同学讲解自己在第一轮中探究的四边形。在这个阶段中，教师可以提供下列说明书，为学生进行有效讲解（教学）提供辅助。

学生设计小组教学活动的说明 ——如何向同学讲解自己的知识

如果能有目的地、有计划地传授知识，知识的传授就会成功。如果活动是无序的，就会需要太多的时间，学习就会受到影响。因此，这里为你提供传授四边形知识的建议：

1. 概述：首先告诉同学，你要讲解的是哪些四边形。

L
X
J
Y
C
K
X
S

2. 直观性介绍: 直观地向同学介绍你要介绍的四边形的特征。例如指出图形的对称轴、对称中心, 指出等角、等边的特征。

3. 为使你的同学学习并领会所听到的, 要给他们各种练习, 例如: 画出各种不同的多边形(三角形、四边形、五边形等), 让同学从中找出四边形, 说明判别依据; 或画出四边形, 让同学找出你提供的特殊四边形, 并论证找这个四边形的原因; 或让小组成员自己画四边形, 标出四边形名称, 并论证判别依据。

4. 反馈: 给小组的每个成员提出问题的机会, 并认真对待这些问题, 给予回答。记住, 所有的问题都有意义。

5. 总结: 如果你回答了所有同学的问题, 他们都解决了你提出的问题, 再重复一遍所需的重要概念, 在此可以使用在第一轮活动中制作的海报。

从以上案例可见, “小组拼图”活动, 通过重新组合小组, 让学生体验学习者即教学者的意义。在第一轮分组后, 首先学生在以专家身份解决学习任务、准备讲解方案, 这是一个既独立学习又合作学习的过程, 在学习过程中, 学生通过相互提问、相互答疑进行互动, 完成学习子任务; 然后学生共同准备讲解方案、制作学习海报, 讲解方案的准备目的是使其他同学真正了解该学习内容, 这能够锻炼学生的责任心, 另外在制作学习海报过程中, 又是检验学习的有效手段。

第三节

一、关于累积性学习

日常生活与学校生活中知识的获得既是叠加性的, 又是累积性的, 也就是说, 一切新的学习都建立在原先学习的基础上, 或在某种程度上利用原先的学习。例如, 在解决问题的学习过程中, 总要先有一个原有知识的激活阶段, 然后通过同化或顺应过程重建新知识, 并保持与原有知识结构之间的联系, 使认知发展从一个平衡状态进入更高的发展平衡状态。如果没有对新知识概念的深入理解, 那些新的知识概念只能简单地叠加在原有知识的基础上。相反, 如果我们在学习中针对某一实际领域逐渐建构一个知识网络结构, 可称为累积性学习过程。

根据研究表明, 在某个知识和应用领域, 进行累积性学习及自主有效的学习, 其最好的保障, 不是形式上的核心技能, 而是一个稳固的、组织良好的知识基础。这里不是指孤立地、机械地获取的知识, 而是有序排列的网状知识, 这种知识网络在各种不同的情境下都是可接受检验并应用的。

累积性学习过程直接受到原先知识质量的影响, 这个质量意味着什么呢? 除了知识的外延及组织性, 还包括知识的心理表征及可迁移性。在累积性学习

过程中,原有知识被激活,储存的内容领域得到反复运用。同时还表现为,一种可用的原有知识有助于新内容的学习及问题的解决。

二、数学的累积性学习

让我们分析下面这个例子:一个物理学家和一个数学家完成烧开水的任务。如图 1-4,现有一个火源、一盆水,那盆水先放在位置 1 处。物理学家这样解决问题,将水盆直接放在火源上,数学家以同样的方式解决问题。



图 1-4 烧开水的策略

现在问题情境有所变动:任务还是烧开水,但这次装满水的水盆在位置 2 处,火源仍在原处。物理学家还是将水盆直接放在火源上,而数学家则将水盆先搬到位置 1 处,然后按照前面的方式解决该问题。

虽说上面是一个假设的活动过程,但这一假设的活动过程常常会出现在日常生活中。人们经常先回复到某个熟悉的场景,再解决较为复杂的问题。人们首先总是自动地尝试着将新的场景与原已熟悉的场景联系起来。

让我们再来分析在数学问题解决中累积性学习的体现。

已知一个梯形的两条平行边及高分别为 $a = 7 \text{ cm}$, $c = 4 \text{ cm}$, $h = 4 \text{ cm}$ 。问这个梯形的面积是多少?

假设学生尚未学习梯形的面积计算公式。这时根据“返回已熟知的情形”的策略,学生回忆他们所熟悉的面积公式,如三角形的面积计算公式,平行四边形的面积计算公式等。现在要考虑,如何一步步分割这个梯形,成为学生熟知的图形。为了达到这个目的,我们又可以应用已熟悉的几何策略:添加适当的辅助线来解决,如图 1-5 所示。

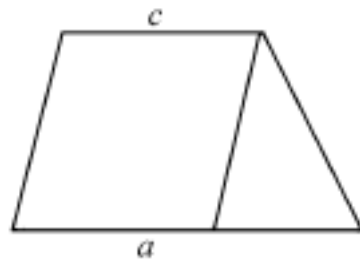


图 1-5 给梯形添加辅助线

我们以这种方式将梯形分割为一个平行四边形与一个三角形,这两个图形的一边以及边上的高都是已知的,再根据面积计算公式,即可算出这两个图形的