

●国家基础教育课程改革系列丛书

世界课程改革与教学创新

文 库

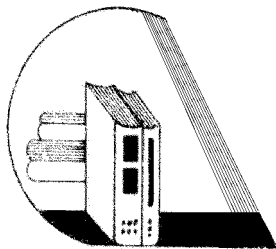
(第三辑)

学科课程改革与教学创新

数学课程改革与课堂教学创新

(五)

北京师联教育科学研究所 编



學苑音像出版社

责任编辑 汪 军

封面设计 师联平面工作室

世界课程改革与教学创新文库

(第三辑)

学科课程改革与教学创新

数学课程改革与课堂教学创新

(五)

北京师联教育科学研究所 编

学苑音像出版社出版发行



三河文阁印刷厂印刷

2004年8月第1版 第1次印刷

开本 850×1168 1/32 印张 :157 字数 :4060 千字

I S B N 7 - 88050 - 122 - 3

本书配碟发行全40册640.00元(册均16.00元不含碟)

本书如有印刷、装订错误,请与本社联系调换

目 录

美国对数学早慧青少年研究(SMPY).....	(1)
美国数学教育培养学生创新能力	(11)
数学成绩冒尖的九种能力	(18)
TIMSS中的科学素养.....	(20)
我的数学学习法	(28)
解文字题(图形证明)的方法	(33)
小组学习数学的方法	(37)
二十一世纪公民的数学教育[美]斯蒂芬·威洛夫贝.....	(39)
国际数学教育透视	(41)
国外几何教学	(45)
国外数学教育的改革	(52)
信息时代的挑战与数学教育改革的目标	(53)
“大众数学”的内容	(58)
“大众数学”教育观	(65)
中美学生数学教育的简要比较[美]杰拉尔德·W·布莱西	(67)
世界各国数学教育的现状	(71)
21世纪美国数学教育的课题	(75)
美国数学教育(见闻记)	(80)
美国《学校数学原则和标准》	(86)
美国数学教育改革的新动作	(93)

美国《数学课程标准(2000)》	(97)
美国学校的数学教育	(108)
八十年代的美国数学教育	(112)
美国数学教育现状	(124)
美国数学教育改革中争论的两个热点问题	(130)
美国学校数学课程标准	(136)
美国 CMP 教材实验改革的课堂时间	(140)
美国数学教育中的“数学日记”	(147)
美国数学教育见闻	(151)
激发、探索、总结——美国数学教学的一种模式	(160)
美国数学教育近况及其改革趋势	(164)
美国数学教育改革的新思维	(168)
美国大学前的数学教育的最新动向	(173)

美国对数学早慧青少年研究(SMPY)

SMPY是七十年代开始在美国展开的对数学超常儿童(学生)进行发现、鉴别、教育和研究,影响极为广泛。中国科学院心理研究所施建农老师通过许多具体事实和实例对SMPY的工作方法、研究特点和研究成果作了较为详细的介绍:

自十九世纪中叶Galton的“天才”研究以来,人们对“天才”的发现、教育和研究日益重视,尤其是对超常儿童的早期发现和教育更感兴趣,二十世纪以来,对超常儿童的研究已经历了三个主要的时期,第一个时期是以L·M·Terman为先驱的对超常儿童的鉴别和描述;第二个时期是为给超常儿童进行特殊教育奠定基础;第三个时期是为满足超常儿童某些特殊能力的发展需要和社会本身对人才需要而拟订教育、教学计划,设计教育、教学方案,选择最佳的教育、教学途径,并在教育、教学过程中研究超常儿童的心理发展及其特点。

SMPY是在第三个时期中兴起的一个影响范围较为广泛的研究活动,SMPY现在是一个对数学能力特别优秀的学生进行教育和研究的,较为完整的组织。在心理学教授J.C.Stanley(现兼SMPY主任)等人的倡导下,成立于1971年,以Johns Hopkins大学为中心,取名为(The Study of Mathematically Precocious youth对数学早慧青少年的研究,简称SMPY)现扩大到美国的许多洲,并成立了SMPY协作研究机构。

SMPY的主要目的是早期发现数学能力(尤其是数学推理能力)特别强的超常学生,并为他们提供各种优化的教学机会以促进这些学生的更快发展,使他们的潜在能力全部发掘出来,以便尽早地、更好地在社会中发挥作用。十几年来,SMPY的研究已取得了明显的成绩。他们

所取得的研究结果,不仅在美国产生了很大的影响,而且还引起了全世界心理学界、教育界及其他教育部门或人才培养机构的重视。目前,加拿大、澳大利亚和西德等许多国家都开始了这个方面的研究,我国对超常儿童的研究也已经开始八年,并成立了超常儿童研究协作组,对这种侧重于某一方面能力(如数学能力)的研究虽有个案追踪研究,但系统的与教学实验结合的研究还没有。本文试图就SMPY的方法和结果作一些介绍,以冀对我国的超常儿童研究有所帮助。

一、方法

SMPY的主要工作是在发现(Discover)、描述(Describe)、发展(Develop)和推广(Disseminate)四个方面,即所谓的4D,其中最重要的是发现、鉴别数学超常青少年和为他们提供特殊的教育机会,SMPY也在这两个方面作了更多的努力,下面主要介绍这两个方面。

1. 鉴别和发现

鉴别发现的目的就是要在许多学生中找出数学能力特别优秀的学生,从而进行有针对性的研究和教育。

SMPY所关心的是学生数学能力的发展和促进,而不是关心“天才”本身的定义,他们觉得,很多孩子“显然”是智力超常的,这些学生需要的不是给他们冠以“天才”的誉称,而是教育上的帮助。因此,SMPY的努力方向是帮助超常学生并为他们设计多种新的教育方案,提供各种学习机会。SMPY的研究成员也就不花很多的时间去考虑“天才”的心理学理论基础。总之,SMPY的任务是发现那些数学能力突出的学生并为他们安排合适的情境,帮助他们尽快、尽可能好地学习(主要是数学)促使这些学生尽快地发展(Stanley,1986)。出于这样的指导思想,他们就把研究范围限制在一个较窄的领域内。

SMPY的目的是研究数学超常,所以超常的指标很简单,他们认为,只要该学生在早年的(一般是七、八年级。相当于我国的初中一、二年级)SAT-M考试中得高分,而不象在其他“天才”研究中那样,用

IQ(智商, Intelligence Quotient)或用智力年龄(Mental Age)作为标准。他们的理由是如果以IQ为选择标准,在数学加速教育(Educational Acceleration)中会出现一些参差不齐的现象。例如,若选了在Stanford-Binet测验中IQ相等的一组学生(如 $Q \geq 140$)作为教育对象,那么,这一组学生可能在一般的学习能力(General Learning Ability)方面是一致的,但在数学能力(尤其是数学推理能力)方面就可能不一致。因为IQ包括多个方面,如某些学生可能在感知方面好些,有些可能在记忆方面的特长更明显,而有些学生则在推理能力方面更见优势。因此“根据总体的智力年龄或IQ给一组学生主要教授数学是不合逻辑也不够充分的”(Stanley, 1986)。

于是,SMPY研究中用来选拔的主要工具是SAT-M*。SAT-M是为高中三年级以上学生编制的数学能力测验(着重于推理能力)。但在SMPY研究中,SAT-M却主要用在7、8年级的学生中,这些学生比SAT-M要求的正常年龄小五岁左右。他们用为高年级学生编制的测试题来鉴别低年级的学生,而不用适合于低年级本身年龄段的测试题,其原因是用适合于低年级的测验不能真正鉴别“天才”学生和常态学生,尤其是难以把“天才”学生和较为优异的学生区别开来。如,两个七年级的学生在参加为七年级学生编制的测验中,得分分别为99和98(百分制)。表面上看差别很小,实际上有可能它们之间的差别和它们与70分之间的差别一样大。尤其是当两个学生都得了满分时更无法看出差异。很可能其中一人尚未费很大的劲,而另一人却已全力以赴了。造成这缺陷的原因在于这种测验是以该年级的平均水平为依据的,上限很低,容易被一些学生达到,所以难以用来鉴别真正的优异学生。而用为高年级所编的测验就可保证有足够高的上限,低年级的学生都必须拿出本身的全部才能,这样,差别就自然而然地显露出来。

然而,为高年级编制的测验中有些数学知识,低年级的学生是没有学过的。七年级的学生很少有正常的机会接受代数或其他较高级

的数学课的教学。他们中绝大多数人不知道基本的代数课程或知道得很少,可以说这些学生对于代数以后的数学内容是不熟悉的。尽管如此,SMPY的研究者认为,SAT-M主要是数学推理,它要求的数学知识很有限。他们的想法是“那些即使没有学过或学完第一年代数以前的学生也能够作出比十二年级的学生(平均来说)更好的数学推理(Stanley,1977)。当然,数学推理中毕竟包含了一些基本的数学知识,为了使學生掌握必要的基本规则以便测验顺利进行,考前要给被试足够的练习材料(Stanley,1986)。

有人认为SAT-M的缺点是手段太简单。但SMPY的研究者争辩说:它的优点就在于它的简单性和客观性(Stanley,1986)。

虽然SMPY在筛选学生时,采用了最简单的方法,事实上他们并没有主观地以一次SAT-M测验成绩为准绳,为了选出真正优秀的学生,组成快速班进行教育,往往要经过精心的多次筛选。有时或有的地区采用预选和复选等多次测试。如,Iowa在筛选过程中,首先在全区范围内用现成的测验ITBC进行预测,把测验中成绩在常模的95百分位以上的学生选出来,给予SAT-M测验,再将在SAT-M测验中成绩在95百分位以上的学生选出来组成快速班。

有时初选时采用教师或辅导员提名后再进行SAT-M测验,将测验中百分位在95或98以上的学生选拔出来,当然,由于这种推荐往往存在着很大的主观性,这和每个教师或多或少地存有一定的偏见相联系,所以在用这种方法时一定要十分谨慎。但他们认为,可以用增加被荐学生数来弥补。例如,据Stanley介绍,72年的22名学生是从300,000学生中选出来的。

值得一提的是,SMPY直接和学生联系,做到每个接受加速教育的学生都是自愿的,家长和学校都不能给以任何强迫的因素。

2. 发展和教育

SMPY选拔学生的目的是要给予教育促进。他们认为,通常学校的课程是不适于加快这些“天才”学生的正常发展,事实上正阻碍着

这些孩子的发展。为了更好地搞好教育,他们以发展心理学的理论上找依据(Robison, 1976)。发展心理学认为,在学生所处的情境和他已经同化进自己结构的图式正好匹配的时候,学习才会发生。所以他们要寻求一种难度和速度都适合的方法,要找到这样一种方法的关键在于课程的安排要适合于每个孩子在这一水平上充分发挥他(或她)的最佳能力进行学习,因此,课程一定要灵活、多样以符合学生的需要。

有了这样的想法,SMPY采用了式样繁多的教育促进形式。他们在周末或暑期(或寒假)开设专门的数学快速教育班,并鼓励“天才”学生跳级、在中学时选修部分大学课程^①、提前入大学或参加AP(Advanced Placement Program Examination)^②考试以获得更多的学分等多种方法加速学生数学能力的发展(Benbow&Stanley, 1983)。

暑期(或寒假)的特殊班是这样的,时间一般为三周,每周上五天课,每天五小时。在这三周内,集中学习一门课,如代数 I 或代数 II 或平面几何……。在集中教学中所使用的教材是现成的,如平面几何该是初三学的,则集中教学平面几何时就用初三的教材。但教师必须是有能力和有经验的,教师在这三周内要教完最重要最基本的内容,教师要有把握将这些东西教给学生,有些在暑期(或寒假)的教学中未完成的部分内容,通过自学解决。在强化教学中学完的某一门课,经考核合格后,就算修完,以后不再正常学期课程中选修。一个人可以参加几次快速班,第一次学完代数 I 并能通过者,第二次就可以代数 II,再通过还可以学其他课程。而平常在学年内安排来学习这些数学课的时间就可以用来学习其他内容。

^① 美国的大学允许中学生选修一些课程以获取学分,如果该中学生以后被该大学接受,这些已经取得学分的课程可以免修,这就为从大学提前毕业作好了准备。

^② AP 考试也是由 ETS 编制的统一考试,参加 AP 考试也是取得大学学分的途径,一般 AP 考试有两个水平,ABBC 供学生选择。如果在水平 AB 测验中达到标准,就可以取得该课程一个学期的学分,如果在水平 BC 中达到了标准,则可以得到两个学期该课的学分。

周末教育班是在每周末的一个白天或晚上花二小时上某一门课,上课的进度比平常快学完一门课后也要进行测验,达到标准者可进入更高一级的课程学习。

他们的上课形式也很特殊。虽然把选出来的学生组成了一个班级,但并不统一授课,他们采用了以学生自学为主外加个别指导的方法。在“上课”时间内,往往有好几个老师在场,有主讲老师和助理老师,他们个别指导学生,一个班里的学生,其学习进度各不相同,可能有的在学代数,有的却在学几何,也可能有的在学三角或微积分。因此,一个教师要同时指导几门课,这对教师本身也是一种激励。

使人感兴趣的是SMPY给特殊班级配备教员时也很别致,在这些教师中,有大学教授,有中学教师,也有一些成绩突出的高年级学生。研究者认为,这样安排教员使覆盖的面很广,以便学生们的全面发展。而用学生任教又可以使关系更为融洽,而且,这些优秀的学生教员本身又是一个榜样。SMPY的有些研究者把这种多样的安排方式称为“大拼盘”(Smor-gasbord)(Stanley, & Benbow, 1978, 1979),其实这种所谓的“大拼盘”却是教育、教学灵活多样的表现。

二、结果

十多年来, SMPY的研究取得了许多明显的结果,其中一个很重要的成绩是它成功地使许多数学超常的学生节省了不少时间,大大缩短了他们完成接受教育的时间,研究表明, SMPY的方案是有效的,它的方法和进度能适合数学超常学生的需要,使这些数学超常学生能充分发挥他们潜在能力以最快的速度发展。

在通常的中学课程的安排中,代数 I、代数 II、平面几何、三角函数、解析几何及微积分初步等要安排五年半左右,大约 700 学时的时间,而数学超常学生在 SMPY 的指导下,常常只需要花少得很的时间学完这些课程。有的研究表明,数学超常学生一般只需花正常安排时间的 6% 左右就可以学完中学的数学基础课程,为将来深入学习

数学打好了基础。

如在 1972 年—1973 年的一个研究中, Joseph R. Wolfson 指导的一个班中有 14 人在 1972 年 6 月 24 日—1973 年 8 月 11 日的 SMPY 星期六快速班中(每周六上午上 2 小时),在开始的九周内(大约 18 学时)就掌握了代数 I,并在 ETS(Educational Testing Services)所编制联合数学测验(Co-operative Mathematics Tests)代数 I 中得了高分,从而开始学代数 II。到 1973 年秋季,这个班上的十名学生已经学完了代数 II 大学的代数部分、几何、三角函数和解析几何等课程。其他的学生也都学完了代数 II。一般来说 SMPY 的学生能在 12—14 个月内完成 2—4.5 学年的课程。这就使 SMPY 的学生有更多的时间学更多的数学课程或选修其他课程,也可以提前学习高级课程。如微积分课是为高三学生开设的,但 SMPY 的学生在初二时就开始学习了。

研究结果表明 SMPY 学生所选修的数学课要比一般的中学生多得多。有些报告中说(Benbow & Stanley, 1982) SMPY 学生以初二到高三期间,平均男生选修数学 9.2 学期,女生为 8.4 学期,而与之对比的(美国中部几个州的十二年级学生的平均选修学期数)一般学生在相同的时期内选修数学课的学期分数分别为,男生平均 7.4 个,女生平均 6.8 个,而 1982 年全美国高中学生纵向研究报告说,在全国范围内,仅有 8.8% 的男生和 3.4% 的女生选修 38 个学期的数学课。在选修象微积分之类较高级的数学课程上, SMPY 学生和一般学生的差异就更大。SMPY 学生差不多有 66% 的男生和 40% 的女生选修了至少一门微积分课而一般学生仅有 4.7% 的男生和 3.1% 的女生选修微积分,这之间相差十倍之多,也许有人会认为这是由于数学超常学生对数学有特殊的爱好所致。事实上 SMPY 学生选修的其他课尤其是和(数学有关的自然科学课)也比平常的学生多些(Stanley, 1983)

SMPY 除了使他们的学生能够选修更多的课程外,还使这些学生在中学或大学期间,保持着多方面的优势。如年龄优势,比通常同年级的学生至少小两岁,大学毕业也早 2 年以上,在各类考试和学业成

绩上有明显的优势,如在 College Boards 成就测验(Achievement Tests)中,SMPY学生的平均成绩比通常高中三年级学生的平均成绩,男生高 107 分,女生高 97 分(Stanley,1984)。

在美国,中学生电可以参加 AP 考试,而且达到标准者,可以在该课程上取得大学学分。但这对高中学生来说是很难的,只有那些能力极强的学生才能参加。研究表明,大约有 40% 的 SMPY 男生和 25% 的女生至少参加一个 AP 考试,而且他们的平均成绩达到 3.6 分(5 分制)在许多大学里,3 分就认为是高分,可以取得学分。

SAT—M 和 SAT—V 的成绩,SMPY 学生也比一般学生高。据 1983 年的报告(Stanley,1983),SMPY 男女学生的 SAT—M 和 SAT—V 分别高出一般学生的平均成绩 200 和 170。

SMPY 学生在校期间获得的奖励或荣誉和参加的其他活动也比一般学生多。在美国 Merit 奖学金竞赛(National Merit Scholarship competition)中,有 50% 的 SMPY 学生获得了鼓励奖以上的奖励,其中有 5% 的学生获得了国家 Merit 奖学金,据统计,约有 67% 的 SMPY 学生在高中时至少获得一项奖励或荣誉,平均获奖数是每人 2.5 次,又如在 1986 年世界中学生奥林匹克数学竞赛中,美国队获第一名(和苏联队并列)。而组成美国代表队的 6 名队员中就有 4 名是 SMPY 学生,而且这四名学生是以 40 名 SMPY 学生中选出来的,而另外的两名是从全美国的好几万中学生中选出来的。

由于 SMPY 学生有更多的时间发展他们的业余爱好和参加其他活动,他们在业余爱好和各项活动中也比较突出,而且,他们还能在这些活动中争得荣誉。

下面的三个例子可以说明一些问题

例 1 Colin Farrel Camerer,1959 年 12 月 4 日生。他自 1971 年被 SMPY 发现到 1981 年秋天的十年时间内,在 SMPY 的帮助下,跳过了七、九、十、十二和十三(大学一年级)各年级,又在 Johns Hopkins 大学仅用了五个学期的时间完成了学士学位(通常为 8 个学期),到十九

岁又获得了M·B·A,到1981年,二十一岁的他又获得了哲学博士,并成为西北大学管理研究生院(Graduate School of Management of Northwestern University)的助理教授和统计学专家。如果他不被发现仍按照原来的速度发展,到1982年6月他才能取得学士学位。

除此以外,他还参加许多其他活动,他是校摔跤队的队员,校高尔夫球员,也是中学电视学术测验成员,还是校报的积极撰稿人,又是其他一些数学天才学生的指导者。

例2 华人后裔Chi—Bin Chien,1965年11月3月生于美国,父母都是台湾人,父亲是Johns Hopkins大学物理学教授。

通过他父亲,他受到了Stanley教授的重视。在他父亲和SMPY的有力推动下,他跳过了六、七、九、十、十一和十三年级,十二岁从一个最有名的中学毕业,并成为大学二年级学生。

到1981年5月,十五岁七个月的Chi—Bin就成了Johns Hopkins大学105年来最年轻的学士学位获得者(物理学士),并获得了许多荣誉和奖励,校和系的荣誉称号,Donald E·kerr纪念奖、SMPY的奖励、获准在英国Cambridge大学学习一年的Churchill奖学金,国家科学基金会也授予他三年奖学金以便他在California技术研究院攻读博士学位。

例3 Nina Teresa Morishige是一对日本夫妇的女儿,1963年6月5日生于美国。她的成绩也是非常杰出的。

十年级时,她在Oklahoma高级中学钢琴比赛中获奖,她还会吹奏笛子和拉小提琴。在十一年级末被选为Oklahoma Girls'state的主席,她跳过了十二年级直接进入Johns Hopkins大学学数学,并在该大学的分校Peabody学院兼修钢琴,她接着又在二周内参加了五次AP考试并取得成功,成了二年级学生。为了在四个学期内(而不是通常的八个学期)完成学士学位,她每次都超选了50%—100%的高难度课程。1982年大学毕业时才18岁。

她赢得了Rhodes奖学金并获准去Oxford大学学习两年,成了七十八年来最年轻的Rhodes奖获得者(同时也获得了Churchill奖,但因有

了Rhodes奖而没有接受)。她还在业余时间里教一些SMPY快速班,同时又是六个数学超常学生的函授指导者。

SMPY的研究还发现,SMPY方案不仅对数学超常学生是适合的,而且对那些不很超常但对数学感兴趣的学生来说,也同样有明显的促进作用。例如,有一个数学才能不很超常但极感兴趣的学生,接受了SMPY的教育,在40学时(8周、每周一天,一天5小时)内学完了二年的数学课程(Benbow & Stanley,1982)。

小结

从SMPY的工作可以看出:

(1)在如何确定数学能力超常学生的指标方面提出了新的看法,他们根据数学超常儿童的心理特征,采用了手续简单而行之有效的SAT—M测验以鉴别超常儿童,也为研究儿童其他特殊能力的指标确定提供了参考,

(2)SMPY的目的很明确,就是为了发现数学超常儿童并为他们提供学习机会。为了适合各学生的个别差异,他们采用了灵活多变的教育促进手段。

(3)SMPY的研究和实际的教育工作联系起来。心理学实验(试验)并不是教育实验但在不改变学校原有计划的情况下,穿插在教育过程中研究儿童(学生)的心理发展是可取的。

美国数学教育培养学生创新能力

美国是当今世界所公认的教育强国,但一般中小学生的数学成绩不如中国。特别是近 20 年来,美国参加世界性的数学竞赛或“国际教育进展评价”组织的检验数学知识技能的笔试中,中小学生的成绩几乎都倒数第一、第二。如何看待这似乎“矛盾”的事实?国际数学界议论,美国的发达恰恰与中小学生的成绩有关系。美国的数学教育很早就把学生掌握数学知识放在第二位,而把创新能力放在第一位,这可以从美国数学课堂教学以及最新出版的《发展 K-12 年级数学推理》书中说明这一点。湖北省十堰教育学院贾太珍湖北省郧县师范学校江启秀老师介绍如

一、课堂教学注重教学方法的开放性

美国的数学教育重视实践,重视学生通过自己动脑动手获得知识,把学习的主动权交给学生自己掌握,引导他们积极有效地参与教学活动,使他们学会学习、学会发现和探索,一句话,注重对学生学习能力的培养。像我国传统的由老师一个人在黑板上演算,然后学生模仿老师做题的教学方法,在美国几乎不存在。课堂教学如何启发学生的思维,如何引导学生一步一步地向前推理?下面是一个具体的例子,本例共分五个步骤:

例 1:

(1) 求出下面各式的结果并进行比较:

$$4 \times 4 = \quad 8 \times 8 = \quad 12 \times 12 =$$

$$3 \times 5 = \quad 7 \times 9 = \quad 12 \times 12 =$$

(2) 已知 $256 \times 256 = 65536$ 求 $257 \times 255 =$

(3) 填空 : $16 \times 16 = 256$, _____ \times _____ $= 255$

(4) 你能找出适用于像上面的题目的一般规律吗?

(5) 你能对所找到的规律进行证明吗?

例题首先是由具体的简单的数的运算作为问题的引入,然后用较大的数进一步引起学生的思考,第三步是反向思考,第四步是让学生总结出一般性的规律,第五步是要求学生这一规律给出证明。

这一问题激起了学生们极大的学习兴趣,学生之间自动组成了研讨小组,通过计算、猜想和讨论,分别得出了结论。同时教学并不要求学生一定要完成五个步骤,可根据个人情况,能完成到哪一步便完成到哪一步。事实上,这就是问题解决的做法。

例 2 :

一位美国小学教师给自己所任教的四年级学生提出了这样一个问题:每箱桔汁都装有 24 罐,为了给 250 个学生人手一罐,共需要多少箱?(载《纽约时报》2000 年 4 月 12 日)。

从传统的观点看,这显然是一除法的问题。但是,教师在此并没有直接给出相应的算式“ $250 \div 24 = ?$ ”,而是写出了下面的表达式:“ $250 ? 24$ ”。其主要目的就是让学生“自由地”去进行探索。

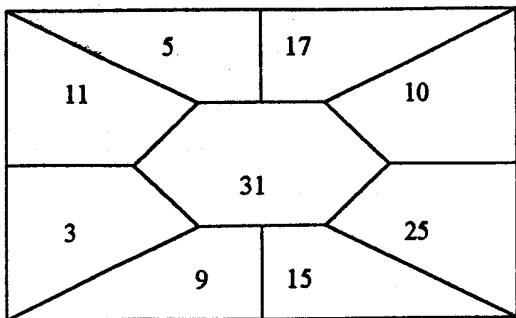
这一表达式刺激了学生的好奇心,促使学生用积极探索的态度和探究的策略。有些学生用加法——对 24 进行连加直至达到 250,从而求得了解答;有些学生采用减法——从 250 连续减去 24 直至最终达到 0;有些学生则试图利用乘法——努力发现 24 与何数相乘将得到 250,还有一个小女孩提出了如下的求解方法:100 包括 4 个 25,由于 250 个学生是两个 100 再加上半个,因此,如果每箱桔汁都装有 25 罐的话,相应的结果就是 4 箱加 4 箱再加 2 箱(总共 10 箱)。但现在每箱只有 24 罐,也即每箱少了 1 罐,因而必须在第 11 箱中补取 10 罐。

另有一个小组采取了“实验”的方法:他们在纸上画了一个长方

形,并用垂直的平行线将它分成24个部分,这时,画一条水平线就将生成24个小的正方形,而又只需通过连续作出这样的水平线直至得到250个小正方形就可获得相应的解答。

可以看出,由于教师采取了开放式的教学方法,从而使一个原先显然被列入“封闭性”范畴的问题就获得了很大的“自由度”。这充分说明采取开放式的教学方法可以在一定程度上实现由常规题向开放题的转化。

二、数学例子注重问题说法的改变性



美国数学教育既重视数学开放题目的设置,又注重对一般性题目通过不断地变换条件和要求,促进学生深入思考,进而创造性地发现问题。如下面两个实际例子:

例3 杰克用4个飞镖投击飞镖盘(如图),得分分别是31,5,9,10。他的总分是多少?

这是一道很简单的加法问题,只需将所有得分相加即可,总得分为55分。在实际课堂教学中,将问题的已知条件变动如下;

A 如果杰克的总得分是55分,他可能击中飞镖盘的哪几个数字?

B 如果将飞镖盘中的数字10去掉,杰克仍用4个飞镖投击镖