

●国家基础教育课程改革系列丛书

世界课程改革与教学创新

文库

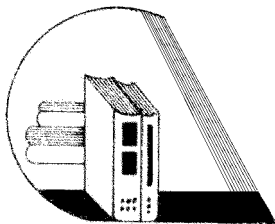
(第三辑)

学科课程改革与教学创新

数学课程改革与课堂教学创新

(七)

北京师联教育科学研究所 编



學苑音像出版社

责任编辑 :王 军

封面设计 :师联平面工作室

世界课程改革与教学创新文库
(第三辑)

学科课程改革与教学创新
数学课程改革与课堂教学创新
(七)

北京师联教育科学研究所 编
学苑音像出版社出版发行



三河文阁印刷厂印刷

2004年 12月 第 1版 第 1次印刷

开本 : 32开 160mm×240mm 印张 : 12.5 字数 : 250千字

ISBN 7-309-05111-1

本书配碟发行全 1册 25.00元 (册均 25.00元 不含碟)

本书如有印刷、装订错误,请与本社联系调换

目 录

帮助小学低年级学生初步掌握交集与并集的概念	(员)
从“ 未完结问题 ”提出的算术、数学课的教学方案.....	(缘)
年幼儿童对数知道些什么	(员)
国外小学的分数教学	(圆)
低年级儿童算术学习的心理特征	(圆)
用手指计数是允许的——手指头是现成的计算机	(猿)
对手指算术的重新评价	(猿)
凯斯耐尔劳小棒操作教学	(猿)
外国小学数学常用的奎逊耐木条	(源)
三十年来国外中学数学教育改革	(源)
国外中学数学建模教学	(缘)
中、美、英、日初中数学课程设置结构的比较.....	(缘)
在代数和几何课程中应删掉什么？	(苑)
初等分析中一些定理的新证法	(苑)
圆世纪申学数学的蓝图——全美数学督学委员会的观点	(愿)
谈中学数学教材	(愿)
教材和中学数学教育的改革	(怨)
国外中学数学教材编写的特色	(怨)
国外中学数学教学改革状况	(员)
国际初中学生数学和科学教育	(员)

美国鲍威尔副教授的小学数学教学理论和实践	(员愿)
今日美国的小学数学教学	(员缘)
美国小学数学教学的特点	(员怨)
美国小学数学教学	(员员)
美国小学数学教材的几个特点	(员源)
美国小学数学改革动向与 匀配教科书	(员怨)
美国关于中学数学教育的观点	(员圆)
美国中学的数学合作学习	(员苑)
美国数学教材 隔孕	(员猿)
美国哥伦比亚中学的数学教学	(员员)
介绍美国的几种中学代数课本	(员缘)
八十年代美国中学数学教学的一些设想	(员源)
美国中学数学教学	(员员)
加拿大中学数学教学	(员源)
英国中小学数学教育改革	(员苑)
英国中小学数学教育发展趋势	(员苑)

帮助小学低年级学生初步掌握交集与并集的概念

[美]密苏里西北大学 马罗·埃德格

对一年级的学生来说,只要教师提供的学习活动是生动有趣和有目的的,他们就能学习有关集合的交集和并集的运算,不论这些集合中的元素是交叉的还是不交叉的。

一、两个没有公共元素的集合的并集

员教室里的人或实物(图片)为教具。如:站在教室前排的两个男生可以表示一个集合,而另外猿个男生可以表示第二个集合。这时,教师可以这样提问:“如果将这两组男生合并在一起,一共有几个男生?”学生得出一共有缘个男生后,调换这两组学生的位置,再问一共有几个男生。通过活动,学生可以由此知道两个集合形成并集时,元素的位置是可交换的(学生可以用他们自己可以理解的语言叙述)。此外,诸如书本、尺子、铅笔、蜡笔和玩具等实物,同样也可以作为学生理解并集运算的教具。如:教师可以将圆辆不同型号的汽车的图片为一组,另外猿辆不同型号的汽车的图片为另外一组。问学生:“如果我们将这两组车合并成一组,在新的一组里共有几辆汽车?”学生给出正确回答后,教师可以通过交换两个集合的位置,再次强调并集中各元素的可交换性。

圆应用平面贴板。平面贴板上可以摆贴各种动物、汽车、人和几何图形的剪贴品。教学中用不同的剪贴品为学生的学习活动提供不同的变化形式,帮助学生保持学习兴趣。例如,教师可以按如下图一的形式把动物的剪贴品贴在平面贴板上,然后让学生说出集合

的组成。



图一



图二

学生给出正确回答后,教师可以把另外由三个动物的集合按图二的形式放到平面贴板上。学生再次准确地描述出集合的组成后,教师再问:“如果把这两组动物合在一起,在新的一组里有几个动物?”教师可以按如下的形式在平面贴板上显示新的集合:

$$\{ \text{猫} \text{ 老鼠} \} \cup \{ \text{鸭} \text{ 鱼} \text{ 鸟} \} = \{ \text{猫} \text{ 老鼠} \text{ 鸭} \text{ 鱼} \text{ 鸟} \}$$

必须使学生明白,在大括号里的东西是组成一个集合的所有元素。在这一学习阶级,学生还必须理解与并集运算有关的加法运算,如像刚才的例子中提到的 $\text{圆} + \text{圆} = \text{圆}$ 第一个集合中的元素个数为 圆 第二个集合中的元素个数为 猿 —— $\text{圆} + \text{猿} = \text{圆}$

猿使用抽象符号。用简单几何图形代替小动物,平面贴板上的集合可以变成

$$A = \{ \square \triangle \} \quad B = \{ \triangle \circ \square \}$$

这时,学生相应地可以解答诸如 $\text{猿} + \text{圆} = \square$ $\text{猿} + \square = \text{圆}$ $\text{圆} + \text{猿} = \square$, $\text{圆} + \text{圆} = \text{猿}$ 等形式的数字题目。教师须时刻记住的是,学习活动应该不断有所变化,以保持和促进学生的学习兴趣,这样也可以防止个别学生落后。

二、两个具有公共元素的集合的并集与交集

第一学年末的学生,可以学会集合的交集运算。

员翻戏剧化的表演作为教学手段。这样的戏剧化表演必须是生

动和现实的,可以结合发生在班级的具体事例进行。如班里某一周内喂养小动物的组由小明、小华和小刚组成,同一周内护养植物的小组由小强、小玲和小华组成。教师经过提问,可将两小组成员名单以如下形式写在黑板上:

{小明,小华,小刚},{小强,小玲,小华}。教师再问:“当这两个小组合并在一起时,一共有多少成员?”如果学生的回答是“远”,教师只要将两个小组的成员叫到教室前排,两个小组的“并集”只有缘个成员,学生们便会一目了然。这样,使学生感知:集合中的元素是不重复出现的,在求两个集合的并集时,这两个集合中的公共元素在并集中只能出现一次。教师可以进一步板书:

{小明,小华,小刚}∪{小强,小玲,小华}越{小明,小华,小刚,小强,小玲}。这种表演形式的教学要反复进行,才能使学生对有公共元素的两个集合的并集运算的意义有清晰的了解。

现在教师可以让学生学习集合的交集运算了。教师可以指着上面的板书继续问:“哪位同学同时参加了两个小组?”如果学生回答正确的话,教师可在黑板上完成这样的板书:

{小明,小华,小刚}∩{小强,小玲,小华}越{小华}。

圆粒用平面贴板。教学时,教师可以将{鸭 猪 兔}与{鸭 猫}并列地放在一起。学生在教师的指导下,会准确地讲出每个集合里动物的名称。然后,教师可以问:“把这两组动物并在一起后,共有几种动物?”如果学生的回答是“缘”,教师可以让学生自己讨论,学生会发现,鸭子是两个集合公共有的动物,这样,教师就可以将新的集合里有几种动物的结果用如下的形式表示: {鸭 猪 兔}∪{鸭 猫}越{鸭 猪 兔 猫}。又,因为“鸭子”是两个集合共有的元素,所以

{鸭 猪 兔}∩{鸭 猫}越{鸭}

猿使用抽象符号。例如,教师可要求学生将一周的前三天作为

一个集合,由学生口述,教师在黑板上板书{星期日,星期一,星期二}。然后,教师要求学生讲出一星期的后五天,请学生到黑板上将这五天写成集合的形式,{星期二,星期三,星期四,星期五,星期六}。问:“如果把两个集合并在一起,这样一星期由哪些天组成?”如果学生的回答是错的,教师可以让学生自己去对照日历。这样,大多数学生会及时发现自己的错误,而由此得出

$\{\text{星期日,星期一,星期二}\} \cup \{\text{星期二,星期三,星期四,星期五,星期六}\}$ 越 $\{\text{星期日,星期一,星期二,星期三,星期四,星期五,星期六}\}$

然后,让学生找到两个集合里共有的日子,用集合表示,是: $\{\text{星期天,星期一,星期二}\} \cap \{\text{星期二,星期三,星期四,星期五,星期六}\}$ 越 $\{\text{星期二}\}$ 。

最后,要让学生对符号“ \cap ”与“ \cup ”进行识别。教师可以组织学生对符号“ \cap ”与“ \cup ”的联系与区别进行讨论,以便加深认识。

从“未完结问题”提出的算术、数学课的教学方案

[日] 沢田利夫

一、何谓“未完结问题”

在算术、数学课的教学中所提出的问题,原先就定于一种答案的居多数。就是说,对问题的解答,不是对了,就是错了,而正确的答案只有一个。这里,对于这样普通的问题称之为完结的问题、封闭的问题。

与此相反,在实际上靠几种方法解答的问题是很多的。就现实的问题来看,正确的解答只有一个的反而很少,在种种条件下,可以得出多种可能的正确答案的问题是很多的。这样,可以认为有几种正确答案似乎都带有可能条件的问题,称之为未完结的问题、开放的问题。

对开放的问题的指导上,在过去的教学中有关这种例子是不胜枚举的。就是说,找出问题的答案并不是直接的课题,目的在于使之思索几种得出答案的方法和过程,这样的教学就是其中的一例。

但这里所提议的教学,是以简单地思索一下而不能得出结果的问题作题材,积极利用其内含的正确答案的多样性来开展教学,在此过程中,将已学过的知识、技能和数学的思维方法,作各种各样的组合,试图给予儿童和学生以发现新问题的经验,为此而开展了这项研究。

在教学上提出这一未完结问题的动机,是对于“培养造就数学的思考方法和处理方法的能力和态度”这一算术和数学课的最高目标来说,如何评价儿童、学生达到的学习程度。也就是说,在教学中,要使儿童、学生将所学到的有关数学的各种具体的知识、技能和概念、

原理、定律等能够很好地消化,形成一个知识体系而加以综合、发展,对于这一发展情况,能否用某种事例来进行评价,从这样一个想法出发,便成了研究这个问题的开端。

这一未完结问题,教给小学、中学、高中阶段的儿童、学生时的反映,用同过去普通考试问题联系对比的方法进行了调查。其结果,各学校、各阶段都承认两者在某种程度上的联系,但看不出像普通问题那样成绩显著,对未完结问题的反应上,各个班级之间,出现了很大的差距,这是由于在平时教学中是否经验过这种问题有关。但它也表明了知识、技能的堆砌,与进而向数学的思维方法方面发展没有任何联系。通过这类实验研究,将适当的未完结问题纳入教学中去,是接近上述算术、数学课最高目标的一个方法,同时使儿童、学生经验这类问题,也是使他们在知识、技能的掌握上,更加扎实的一个方法。

从这些情况来看,当作改善算术和数学教育的一个环节,将未完结的问题作为主题的教学,插入历来教学中间去,给儿童、学生带来多种多样的思考方法,是本提案的宗旨。

二、未完结问题的举例

在上述研究的过程中,对新提出的未完结问题和教学的实际事例等,在《算术、数学课的未完结问题——改善教学的新方案》一书中作了详细的报告。现仅举其中几个例子,考察一下问题的状况。

例员:下表是粤月悦阅缘个队棒球比赛进行中的记录:

队名	比赛次数	胜	负	平局	获胜率 (注员)	员差 (注圆)
粤	缘	苑	苑	圆	园苑苑	
月	圆	员	愿	圆	园缘怨	猿圆
悦	圆	怨	怨	源	园缘困	员缘
阅	圆	愿	猿	员	园猿员	园缘

队名	比赛次数	胜	负	平局	获胜率 (注员)	净胜差 (注圆)
耘	圆	远	猿	猿	园猿员	员圆

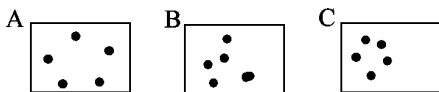
表上所写的数字之间有一定的规定,要尽可能地将其规定写上。

例员的问题中,只包含着以下五个方面的关系。

- (一)比赛次数、胜局次数、败局次数、平局次数之间的加法关系。
- (二)胜负率、胜局次数、败局次数之间的乘法关系。
- (三)净胜差与两队之间的胜局次数和败局次数的关系。
- (四)比赛次数之和与偶数。
- (五)胜局次数的总和与败局次数的总和之相等关系等。

这一课题的目的,在于使人们从各种观点发现一般性的规定和法则。这类的问题群,就是使人发现关系和法则的。在上述关系中的(一),大部分儿童、学生是比较容易发现的。(二)~(五)是需要一些复杂的思考。

例圆粤月悦三人作掷子游戏如下图。这个游戏是以掷子散落的距离小的为优胜。



在这个例子中,掷子离散的程度,按粤月悦顺序越来越小。对于掷子离散的程度,请想一想用‘数’来表示它,能有几种方法。

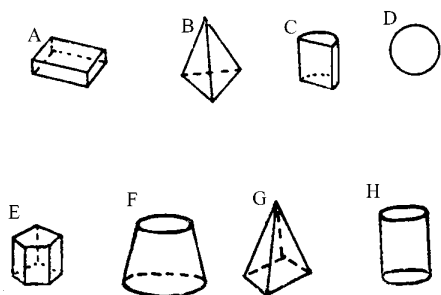
例圆是掷子时,如何将子离散的程度数值化的课题。一般二维的离散的大小是难于比较的,儿童、学生所考虑的比较方法大体如下:

- (一)多边形的面积
- (二)多边形的周长
- (三)连结两点的最长线段
- (四)线段之和
- (五)从任意一点引向各点的长度之和
- (六)以圆等相覆盖时的最小圆的半径
- (七)由于座标的导入而产生的平均差、标准差,等等。儿童、学生大体根据这些进行比较。但任何一种方

法,都各有优点与缺点。

将此课题提示给儿童,有的可能把各点连结起来成多角形,按照其面积的大小来比较掷子离散的程度。但别的儿童则对此持批判态度,也许会发现有的点不适于排在一直线上的问题。这样,使儿童发现一般化的缺点是很重要的。这类内容可以说是数值化的问题群。

例 猿有如下的图形



月具有立体特征,举出与月具有同样特征的主体,并说明它的特征。匀具有立体的特征,与匀具有同样特征的图形还有哪些?

例 猿是将小学六年级教科书图形教材中的问题,改制成未完结的问题,这类内容可以说是分类的问题群。

三、教学上应注意的事项

头脑中浮现出的“未完结问题”,要将其运用到教学中去,事先需要考虑以下几点:

第一,要衡量一下所选课题有无丰富的教学内容。课题本身不仅含有多样的看法和想法,而且内容丰富,任何水平的儿童、学生,都能在一定程度上答得上来。

第二,有必要调查一下在内容、程度上,是否是在儿童、学生力所能及的范围之内。

第三,要考察一下所选问题有无发展性。这就是对原来预想到

的反应,按一定观点加以分类、整理时,有着同新的数学概念相结合的因素,而在以后的发展上,能有可期望的新内容。

经过这些考虑之后,便可制定教学计划,进入教学。这种课题的教学是重视每个儿童、学生的数学的思考活动而展开的,所以仅仅以特定儿童、学生提出的意见,作为一种方向来启发全体成员的做法是不好的。在学习的方式上,提示课题之后,使儿童、学生个别解答,小组或者全班讨论结合进行。这样,从个人解答过渡到集体讨论时,对每个儿童、学生都会增加新的见识,因而要注意儿童、学生的个别反应,并应把它记录下来。

教学的总结方法,可让儿童、学生个人或在小组发表意见,教师进行板书。对于同样的举例和重复的意见也要记取下来,分析这些举例和意见能否归纳到一个命题里去,在逻辑上有何矛盾,以便使其它儿童、学生加以印证。

如发表的意见过多,难于归纳总结时,可以分别按几种观点整理、综合,并加以总结也是很重要的。

但在这方面,对于事先能够预想到的反应,要详加研究,列举反应的事例,进行分类、整理,按观点分别加以归纳,对有教学价值的和有发展性的内容,应弄清其方向,事先充分作好必要的准备。

这样的教学,要求儿童、学生的学习活动,要能面对问题的实际情景,并将这一情景数学化,能充分运用已学得的知识、技能,发现内在的关系和规律,解决问题,验证结果,对别人发现的问题和规律,批判地加以吸收,从而修正和发展自己的观点。

最后,归纳一下参加这一教学的教师和学生的意见。首先在优点方面:

- (一)儿童、学生能积极参学习,发言次数增多。
- (二)学得的知识,能得到综合利用的机会。
- (三)能力低的儿童、学生也能作出相应地有某种意义的回答。
- (四)儿童、学生增加了发现问题和为他人所承认的喜悦感。

其次,在缺点方面:

(一)难于出出有意义的问题。

(二)课题提示的方法比较困难,儿童、学生怎样回答好有时感到困惑。

(三)由于难于作出明确的结论,而会感到学习上有不够满意之处。

(四)解决课题所费的时间过长。

今后应发扬优点,尽量克服缺点,进一步开展这一工作,希望寻求更理想的教学方案。

(注)①获胜率 $\frac{\text{胜数} - \text{负数}}{\text{胜数} + \text{负数}}$

② $\frac{\text{原甲队胜数} - \text{原乙队胜数}}{\text{原甲队胜数} + \text{原乙队胜数} + \text{原甲队负数} + \text{原乙队负数}}$

(芸蔚 摘译自日本《文部时报》1959年 远月号)

年幼儿童对数知道些什么

[美] 厄本·格塞尔

厄格尔曼是美国宾夕法尼亚大学心理学教授,她对儿童认知能力的发展进行了很多研究。她认为,研究者不仅要研究年幼儿童不能做什么,更重要的是要研究他们能做什么。她还认为,年幼儿童有很大的潜在能力。本文就她对年幼儿童数概念方面的研究作一些介绍。

数的推理能力

她认为,学前儿童知道加上或者减去项目会改变一个序列中的项目数,而延长或缩短一个序列则不会改变其中的项目数。在皮亚杰的数守恒实验中儿童之所以不能守恒,她认为也许是因为儿童不懂“更多”、“更少”和“同样”等这些词,或者是由于儿童的注意被延长所陈列的物体这一动作引导错了。为了证明这一假设,她们设计了一个魔术式作业进行实验,这种作业不那么容易使儿童产生误解。

实验的基本程序分两个阶段:第一阶段是训练阶段,第二阶段是指明在预期的陈列中发生的暗中变化的结果。被试为猿源缘岁儿童各猿人。在训练阶段,给儿童看两排直线陈列的物体(例如:一排是猿只绿老鼠,另一排是圆只绿老鼠),告诉儿童一排是得胜者(例如,三个项目的一排),另一排是失败者(二个项目的一排)。主试不提及数目。只是简单地指指一排物体,称它为得胜者,指指另一排陈列,称它为失败者。然后第一阶段就作为一种猜测加识别实验进行下去。把两排陈列掩盖起来,让儿童猜那一排是得胜者,看他(她)是否能猜对。主试和儿童轮流掩盖和变换,通常进行十次或十一次尝试。儿童每作出

一次正确的识别,得一次奖。在第一阶段期间,偶尔要儿童说说他为什么知道他找到的是得胜者,或是失败者。从第一阶段得出的主要结果是:首先,即使对两岁半的儿童来说,这也是一种容易的作业。其次,儿童能知道这是一种数目游戏,知道三个项目的一排是得胜者。用儿童自己的话说:“它有三个,一——二——三”。这说明我们的训练是起作用的。儿童对两个给定的数值形成了预期。第二阶段儿童看到的是在预期的陈列中发生的暗中变化的结果,主要有两种情况:一是从得胜者的一排中减掉一个项目;二是把得胜者的一排延长或缩短。下表是被试在看到这些预想不到的变换时的反应。

儿童在魔术式实验的第二阶段中对移位和减除的反应概况

条件和年龄		平均惊愕分数	第二阶段 标准			看者者中的可逆者(晕)
			看出者(晕)	搜索者(晕)	作出适当解释的看出者(晕)	
减除	圆岁	员源	愿	愿	愿	愿
	源岁	员源	愿	愿	愿	愿
	缘岁	员源	愿	愿	愿	愿
移位	猿岁	园源	愿	园	愿	缘
	源岁	园源	愿	园	愿	缘
	缘岁	园源	苑	园	缘	缘

* 使用的标准如下:看出者:凡有证据表明对第二阶段的处理不同于第一阶段者作为这一类;搜索者:被记录下来,如果儿童朝地板、朝房间四周看或者提出一个搜索的问题的即作为此类;解释适当:在减除的情况下,儿童必须说出某种表明他们相信发生了减除的话;在移位的情况下,儿童必须表示或指出发生了移位;可逆者:儿童说出了某种能使序列复原的话。

儿童的惊愕分记为 园(没有可察知的惊愕), 员(轻微的惊愕)和 圆(适度至极大的惊愕)。凡踌躇、停顿或者轻微的语调升降都列为 员;一再踌躇、敲打头部、嚷叫、惊叹或者这些表现的任何结合都列为 圆。两个独立的评定者之间达到 缘缘 的一致性,因此惊愕分是可靠的。从表 员可以看到在减除的条件下,儿童对数目上的变化感到非常惊

· 员圆 ·

愕,在移位的条件下,儿童对长度或密度的变化很少或者根本不感到惊愕。

在减除的条件下,所有 15 岁儿童都看出了数目上的变化,这从他们的惊愕、他们的评论以及他们就改变了的序列的获胜身分作出的反应可以证明。这些儿童的绝大多数也进行了搜索——大概是在找遗失的项目。与此对比,在移位条件下,15 岁被试中只有 1 个表明他们看出变化,并且没有一个进行搜索。这些不同的反应说明,年幼儿童确实知道减除是与数有关的变换,而移位是与数无关的变换。从儿童的解释中更可以说明这一点。

12 岁 6 个月参加了减除条件下的实验,他看到预想不到的陈列时说:“这里本来有三个动物(他看看四周)已经拿掉了一个,现在只有两个了”。12 岁 6 个月说:“一个不见了!”这是怎么回事?“是鬼给拿走的”。但在移位的条件下,12 岁 6 个月一个注意到长度有了改变的被试相当明确地表示所发生的变化是无关的。他说:“即使混合起来,还是三个”为什么?因为“一、二、三。”

从表 1 还可以看到,在减除的条件下,除 12 岁儿童以外,其他儿童全都能作出适当的解释,也就是说,他们设想有一种减除变换进行了干预。而且,这些儿童大多都提出了“修补”这项游戏的方式,即含有增加的方式。在移位的条件下,相当大一部分儿童注意到了变化,这样他们就可以进一步接受提问。这些儿童说,这种变化是无关的,而且大多数儿童把老鼠移近一些(或者比在他们看到行列预想的短时就把老鼠分开来摆)。从而逆转了没有料到的变化。

他们还从两岁半的幼儿得到类似结果。这些不同条件的实验表明,学前儿童能正确地把增加项目看作与数有关,而把一个项目的颜色改变或者把老鼠换成玩具士兵则视为与数无关。根据这些发现,他们得出的结论是,到 2 岁 6 个月或接近 2 岁 6 个月时,学前儿童就:

(1) 知道加和减是与数有关的运算,而且这些运算可以相互抵消。