



非凡图书

龚冬保教授考研数学

2006 版

数学 考研 数学一

根据 2006 年考研大纲全新编写

模拟考试试卷

龚冬保 主编

10 套题

赠答疑卡



西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

龚冬保教授数学考研系列



2006 版

模拟考试试卷

数学一

(共 10 套,附解答与评分参考)

主编 龚冬保

王寿生 褚维盘 魏战线 (高等数学)

崔荣泉 (线性代数) 周家良 (概率统计)

西安交通大学出版社

· 西安 ·

图书在版编目(CIP)数据

数学考研模拟考试试卷(数学一)2006版 / 龚冬保主编. — 西安:西安交通大学出版社,2005.10
ISBN 7-5605-1591-6

I. 数... II. 龚... III. 高等数学-研究生-入学考试-试题 IV. O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 082616 号

书 名 数学考研模拟考试试卷(数学一)2006 版
主 编 龚冬保
出版发行 西安交通大学出版社
地 址 西安市兴庆南路 25 号(邮编:710049)
电 话 (029)82668357 82667874(发行部)
(029)82668315 82669096(总编办)
印 刷 西安新视点印务有限责任公司
字 数 188 千字
开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 8
版 次 2005 年 10 月第 4 版 2005 年 10 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 7-5605-1591-6 / O·191
定 价 48.00(本卷 12.00 元)

版权所有 侵权必究

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

龚冬保教授重要提示

本模拟试卷是在分析历年考卷基础上,严格按《2006年数学考试大纲》的要求,以及新的试卷模式来编制的。为更好地发挥它们的作用,特作以下提示:

1. 考前演习为实战 模拟试卷认真练

一定要按考试的要求,像考试那样去做每一套模拟试卷。比如控制时间,可用闹钟定时到10:45,而于8:00打开试卷开始“考试”,闹铃响时便“交卷”。稍后对照着“解答与评分参考”为自己评分并作小结。

对自己所考的10套模拟卷,至少隔3天,最多隔一周做上一套,效果比连续做要好。

2. 数学一二三四卷 卷卷不漏为求全

比如考数学一的读者,除了像考试一样做相关的10套题之外,还应当练一练数学二、三、四各模拟试卷中与数学一考试内容相关的题。因为尽管我们编写的各模拟题力求全面覆盖各考点和解题方法,但10套试卷题量有限,难免还有遗漏,参考一下其余试卷,可以扩大覆盖面。

3. 做题做到巧准快 总结要求精细全

每道题都要想巧妙的方法,在不出错的前提下快速完成,这是巧准快的意思。每做完一套试卷后,要认真总结分析,对于不会做的题检查存在哪些未复习到的知识空白;对于做错的题,检查错在哪里:概念?方法?还是运算?对于做对的题,总结一下还有没有更好的方法,更快的途径。为此,我们特为设计了总结记录表,希望认真分析并记录。这是精细全的方法。

4. 知己知彼信心增 沉着应试展才能

每做一套模拟题后,不仅要作解题方法方面的总结,还要从应试策略方面不断做调整。从2004年起试卷模式上的重大变化是客观题占56分。因此,加强基本运算能力,训练用最简洁的步骤做填空题;加强对基本概念的理解,用最灵活的方法做选择题,力争在60分钟内将这56分拿到手。作解答题时,要坚持先易后难的原则,即先做那些感到熟悉的、容易得分的题,后做甚至可以不做自己觉得难的个别题。也可以考虑先做概率统计的题,再作线性代数题,尤其是数学三、四的试卷中,这两部分解答题占52分,仅有4道题,一般说难度不大。熟悉这些内容的考生很容易获得这52分,加上客观题共有108分之多!我们模拟试卷估计会比正式考题难些,考前像正式考试一样去做这些题,正式考时,像平时作模拟题一样的心态去应试,方能胸有成竹。模拟题定能助你超水平发挥,充分展示你的才能,考出理想成绩。

最后,我们强调要反复做模拟题,从做第二遍起,要把练习基本功作为重点,对会做的题一定要一遍做对,不断总结不丢分和多得分的应试策略,这对模拟题做得“不太好”数学基础差的考生尤为重要,只要能做基本题,临场不慌不乱,也是能考出理想成绩的。

考研成功!

数学考研模拟考试总结记录表

试卷 1	做题记录： 月 日;用时： 小时 分;得分： 分
存在问题总结：	
试卷 2	做题记录： 月 日;用时： 小时 分;得分： 分
存在问题总结：	

数学考研模拟考试总结记录表

试卷 3	做题记录： 月 日；用时： 小时 分；得分： 分
存在问题总结：	
试卷 4	做题记录： 月 日；用时： 小时 分；得分： 分
存在问题总结：	

数学考研模拟考试总结记录表

试卷 5	做题记录： 月 日；用时： 小时 分；得分： 分
存在问题总结：	
试卷 6	做题记录： 月 日；用时： 小时 分；得分： 分
存在问题总结：	

数学考研模拟考试总结记录表

试卷 7	做题记录： 月 日；用时： 小时 分；得分： 分
存在问题总结：	
试卷 8	做题记录： 月 日；用时： 小时 分；得分： 分
存在问题总结：	

数学考研模拟考试总结记录表

试卷 9	做题记录： 月 日;用时： 小时 分;得分： 分
存在问题总结：	
试卷 10	做题记录： 月 日;用时： 小时 分;得分： 分
存在问题总结：	



数学考研模拟考试试卷

1

数 学 一

考生注意：(1) 本试卷共三大题，23 小题，满分 150 分。

(2) 本试卷考试时间为 180 分钟。

题号	一						二								三								合计	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22		23
得分																								

一、填空题(本题共 6 小题,每小题 4 分,共 24 分)

(1) 设 $f(x+1) = 2^{x^2+2x} - x$. 则 $f(x-1) =$ _____.

(2) 若 $f'(\sin x) = \sin 3x$. 则 $f''(x) =$ _____.

(3) 与直线 $L_1: x = 1, y = t - 1, z = t + 2$ 及 $L_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$ 均平行且过原点的平面方程为_____.

(4) 设 ξ_1, ξ_2, ξ_3 是三元非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的三个线性无关的解向量, 则 $r(A) =$ _____.

(5) 设 $P(A) = 1, P(B) = 0.7$, 则 $P(AB) =$ _____.

(6) 已知二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-x}, & 0 < y < x \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

则 $P\{X > 5 \mid Y \leq 3\} =$ _____.

二、选择题(本题共 8 小题,每小题 4 分,共 32 分)

(7) 设 $\{x_n\}$ 是无界的数列, $\{y_n\}$ 是无穷大量, $\{z_n\}$ 是无穷小量. 则以下结论中正确的是 ().

(A) $\{x_n + y_n + z_n\}$ 是无界数列

(B) $\{x_n + \frac{1}{y_n} + z_n\}$ 是无界数列

(C) $\{x_n + \frac{1}{z_n}\}$ 是无界变量

(D) $\{\frac{1}{x_n + y_n} + z_n\}$ 是无穷小量

(8) 设 $f(x) = \begin{cases} -x-2, & x < -2 \\ \frac{1}{2}x^2 + x, & |x| \leq 2 \\ 2x+1, & x > 2 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $x = \pm 2$ 的左、右导数中有().

(A) $f'_+(2) = \infty$ (B) $f'_-(2) = \infty$ (C) $f'_+(-2) = \infty$ (D) $f'_-(-2) = \infty$

(9) 级数 $J_1 = \sum_{n=2}^{\infty} \int_0^{\frac{1}{n}} \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx$; $J_2 = \sum_{n=2}^{\infty} \int_0^{\frac{1}{n}} \frac{\sqrt{x}}{1-x} dx$, 则().

(A) J_1 收敛, J_2 发散 (B) J_1 发散, J_2 收敛

(C) 两级数皆收敛 (D) 两级数皆发散

(10) 设 $f'_x(0,0) = 1$, $f'_y(0,0) = 2$. 则().

(A) $df(x,y)|_{(0,0)} = dx + 2dy$.

(B) $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 点连续.

(C) $f(x,y)$ 在原点沿 $\{0,1\}$ 方向导数等于 1.

(D) $f(x,y)$ 在原点沿 $\{0,-1\}$ 方向导数为 -2 .

(11) 已知某二阶线性非齐次方程的三个特解为 $y_1 = x^2 + x$, $y_2 = 3e^x + x^2$, $y_3 = 2x - e^x + x^2$. 则此方程满足 $y(0) = 0, y'(0) = 1$ 的特解是 $y =$ ().

(A) $e^x + x - 1 + x^2$ (B) $x + x^2$ (C) $e^x - 1 + x^2$ (D) $x - x^2$

(12) 设 A 为 $m \times n$ 矩阵, B 为 $n \times m$ 矩阵, $m \neq n$. 且 $AB = E$, 则必有().

(A) A 的行向量线性相关, B 的行向量线性相关

(B) A 的行向量线性相关, B 的列向量线性相关

(C) A 的列向量线性相关, B 的行向量线性相关

(D) A 的列向量线性相关, B 的列向量线性相关

(13) 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta$ 均是 3 维向量, 下列命题正确的是().

① 若 β 不能由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表示, 则 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 必线性相关.

② 若 β 不能由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表示, 则 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 必线性无关.

③ 若 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关, 则 β 必可由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表示.

④ 若 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 则 β 必可由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表示.

(A) ①② (B) ①③ (C) ①④ (D) ②④

(14) 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的简单随机样本, 且 $EX = \mu, DX = 2$, 则下列结论正确的是().

(A) \bar{X} 是 μ 的最大似然估计

(B) $(\bar{X})^2$ 是 μ^2 的无偏估计

(C) $P\{|\bar{X} - \mu| < \varepsilon\} \geq 1 - \frac{2}{n\varepsilon^2}$

(D) $\frac{\sum_{i=1}^{\infty} (\bar{X} - X_i)^2}{2} = \chi^2(n)$.

三、解答题(本题共 9 小题,总分 94 分)

(15) (本题满分 12 分) 设 $y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \arcsin x$, 求 $y^{(n)}(0)$.

(16) (本题满分 12 分) 设 $a_n = \int_0^{n\pi} x |\sin x| dx$. 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{a_n}} - \frac{1}{\sqrt{a_{n+1}}} \right)$ 的和 S .

(17) (本题满分 12 分) 火箭从地面铅直向上发射, 燃料的排气速率为 a kg/s (a 是正常数). 排出气体相对火箭的速率为 b m/s. 若不计空气阻力, 并设开始发射时火箭质量为 M_0 . 求火箭飞行速度、高度与时间 t 的关系。

(18) (本题满分 12 分) 设一长度为 1 的非均匀细棒, 其上一点 $x \in [0, 1]$ 处的线密度分布函数 $\mu = f(x)$, 满足关系式: $f(0) = 0, f'(1) = 1$, 当 $u = f(xyz)$ 时, $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z} = x^2 y^2 z^2 f'''(xyz)$. 求此细棒的质心.

(19) (本题满分 10 分) 设 $f(u)$ 连续, 计算积分

$$I = \int_C \frac{1+y^2 f(xy)}{y} dx + \frac{x}{y^2} [y^2 f(xy) - 1] dy.$$

其中 C 是抛物线 $y = -\frac{1}{6}(x^2 - 13)$ 从 $(1, 2)$ 至 $(3, \frac{2}{3})$ 的弧段.

(20) (本题满分 9 分) 设 A 为 n 阶实矩阵, b 为 n 维列向量, 证明方程组 $A^T Ax = A^T b$ 一定有解.

(21) (本题满分 9 分) 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 2x_2^2 + bx_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2ax_2x_3 (a > 0)$ 经正交变换 $\mathbf{x} = \mathbf{Q}\mathbf{y}$ 化成的标准形为

$$f = 2y_1^2 + 2y_2^2 - 7y_3^2.$$

求常数 a, b 及正交矩阵 \mathbf{Q} .

(22) (本题满分 9 分) 已知二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} cx e^{-x(1+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求 (I) c 的值;

(II) 关于 X, Y 的边缘概率密度, 并判断 X, Y 是否独立;

(III) $z = \max(X, Y)$ 的概率密度.

(23) (本题满分 9 分) 设总体 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{Q\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{Q^2}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

Q 是未知正参数, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的简单随机样本, 试求 Q 的矩估计量和最大似然估计量.

试卷(一) 解答与评分参考

一、填空题

(1) $\underline{2^{x^2-2x} - x + 2}$. 由 $f(x+1) = 2^{(x+1)^2-1} - (x+1) + 1$ 得 $f(t) = 2^{t^2-1} - t + 1$. 令 $t = x-1$ 得 $f(x-1) = 2^{x^2-2x} - x + 2$.

(2) $\underline{3 - 12x^2 (|x| \leq 1, \text{不写此定义域不扣分})}$.

由 $f'(\sin x) = \sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$, 得 $f'(t) = 3t - 4t^3$. $|t| \leq 1$. 故 $f''(x) = 3 - 12x^2$, $|x| \leq 1$.

(3) $\underline{x - y + z = 0}$. $\{1, 2, 1\} \times \{0, 1, 1\} = \{1, -1, 1\}$ 是所求平面的法向量, 故平面方程为 $x - y + z = 0$.

(4) $\underline{1}$. 因为 $r(\mathbf{A}) \geq 1$, 又 $\xi_1 - \xi_2$ 与 $\xi_1 - \xi_3$ 是齐次方程组 $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$ 的两个线性无关的解. 故 $r(\mathbf{A}) \leq 1$, 从而 $r(\mathbf{A}) = 1$.

(5) $\underline{0.7}$. 由 $P(A) = 1$, 得 $P(\bar{A}) = 0$, 于是

$0 \leq P(\bar{A}\bar{B}) \leq P(\bar{A}) = 0, P(\bar{A}\bar{B}) = 0$. 故

$P(AB) = 1 - P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - [P(\bar{A}) + P(\bar{B}) - P(\bar{A}\bar{B})] = 0.7$.

(6) $\underline{\frac{3e^{-5}}{1 - e^{-3}}}$. $P\{X > 5 | Y \leq 3\} = \frac{P\{X > 5, Y \leq 3\}}{P\{Y \leq 3\}} = \frac{\int_0^3 dy \int_5^{+\infty} e^{-x} dx}{\int_0^3 dy \int_y^{+\infty} e^{-x} dx} = \frac{3e^{-5}}{1 - e^{-3}}$.

二、选择题

(7) (B). 由 $\frac{1}{y_n}$ 是无穷小知, $\frac{1}{y_n} + z_n \rightarrow 0$. 因此, 对任意 $M > 0$, 存在 N , 当 $n > N$ 时有

$|\frac{1}{y_n} + z_n| < 1$, 及 $n_0 > N |x_{n_0}| > M + 1$. 于是有 $|x_{n_0} + \frac{1}{y_{n_0}} + z_{n_0}| > |x_{n_0}| - |\frac{1}{y_{n_0}} + z_{n_0}| > M$ 成立. 故(B) 正确.

注 令 $x_n = -n, y_n = n$, 可知(A)、(D) 不正确; 令 $z_n = \frac{1 + (-1)^n}{n}$, 知(C) 不正确(此时 $z_{2n-1} = 0, 1/z_{2n-1}$ 无意义). 无穷小量的倒数是无穷大量的说法一定要加上“不取 0 值的无穷小量”才是正确的.

(8) (A). 由 $f(2) = 4, f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x - 3}{x - 2} = \infty$. 选(A).

注 在 $x = -2$ 处 $f(x)$ 连续, 这时 $f'_-(-2) = -1; f'_+(-2) = -2; f'_-(2) = 2$.

(9) (C). 显然 $\int_0^{\frac{1}{n}} \frac{\sqrt{x}}{1 \pm x} dx > 0$. ($n = 2, 3, \dots$). 令 $\frac{1}{n} = t$ 则

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^p \int_0^{\frac{1}{n}} \frac{\sqrt{x}}{1 \pm x} dx = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^t \frac{\sqrt{x}}{1 \pm x} dx}{t^p} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{t}}{pt^{p-1}} = \frac{1}{p}.$$

$p = \frac{3}{2} > 1$, 由 p -判别法, 两个级数皆收敛, 选(C).

(10) (D). 本题概念性强, 请读者总结.