◇目录◇

猿垣载·数学解题中的推理、验算与失误矫正

第一部分

猿垣载·数学解题中的推理与论证

数学抽象思维能力的培养 ……（员
数学论证中的逻辑问题 ……（远
解题教学与缜密思维能力的培养 ……（苑
解题中的逻辑推理能力培养(一)……（员园
解题中的逻辑思维能力培养(二)……（员苑
合情推理及其能力培养 ……（园员
合情推理与数学学习 ……（园缘
解题思维中的非严谨性 ……（猿园
解题中的数学创造性思维能力培养五法 ……（猿苑
数学解题中创造性思维培养的五条途径 ……（源员
问题的非常规解法与创造性思维能力的培养 ……（源缘
思维定势与解题能力的培养 ……（源园
克服解题中的思维定势三法 ……（缘源
消除初中数学解题思维定势四法 ……（缘园
数学解题思维障碍的突破 ……（远园
解题过程中思维受阻的四条处理策略 ……（远远
原型启发突破思维障碍四法 ……（苑员

第二部分

猿垣载·数学解题验算的策略与方法

验算的教育作用 ……苑缘

需要全本请访问 www.ertongbook.com

圆
解题中的验证能力培养 …… 苑
检验数学题解的九种常方法 …… 愿
检验数学题解的五种方法 …… 愿
检验数学题答案的六种方法(一) …… 怨
检验数学题答案的六种方法(二) …… 员园
解题后的验证六法 …… 员缘
数学解题检验十法 …… 员远
检验数学题解的十一种常用方法 …… 员愿
解题后的思维演变 …… 员源
解题以后思考的意义 …… 员苑
解题后的再思考(一) …… 员怨
解题后的再思考(二) …… 员园
解题最后一环——回顾 …… 员远
课本“想一想”的潜能及应用 …… 员愿
解题后的反思 …… 员缘
解题后的“想一想”(一) …… 员缘
解题后的“想一想”(二) …… 员怨
解题总结的基本方法 …… 员源

第三部分

猿耘载·数学解题错误的分析与对策

数学题答案的不合理的现象 …… (员怨
影响学生准确解数学题的九种心理现象 …… (员园
学生解题差错的心理原因(一) …… (员猿
学生解题差错的心理原因(二) …… (员苑
初中生解题的心理障碍 …… (员远
初中生解题差错的五种心理 …… (员源
粗心病的心理分析 …… (员愿
数学解题粗心及其预防 …… (员怨

猿
粗心病的心理分析 …… (员缘)
数学解题中的两种常见错误 …… (员愿)
解题中常见的三种错误 …… (员怨)
数学解题中的三种“常见病” …… (圆园)
解题常见的四种错误(一) …… (圆员)
解题常见的四种错误(二) …… (圆圆)
数学题解中的常见五种错误(一) …… (圆猿)
数学解题中的常见五种错误(二) …… (圆缘)
数学解题中的常见五种错误(三) …… (圆怨)
数学竞赛解题的六种失误 …… (猿园)
常见七类解题错误 …… (猿员)
数学解题中常见的八种错误 …… (猿圆)
解题常见错误十五种 …… (猿猿)
数学解题中的常见的十六种错误 …… (猿缘)
解题中的方向性失误 …… (猿怨)
数学解题中的失误和调控 …… (猿苑)
错解在数学教学中的应用 …… (猿愿)
解题中的漏解原因 …… (猿怨)
剖析错解与提高解题能力 …… (缘园)
源于错设的错解的五种情形 …… (缘员)
答题中的非知识性错误 …… (缘圆)
解题中的“痕迹性错误”及其防治 …… (缘猿)
应考时解题“上当”原因及对策 …… (缘缘)
解题中的逻辑错误 …… (缘远)
数学推理中四种逻辑错误 …… (缘苑)
解题过程中的三种逻辑性错误 …… (缘愿)
初中数学解(证)题中的五类逻辑错误 …… (缘怨)
数学解题中“以偏概全”五种错误 …… (远员)
考虑不周的解题出错六种 …… (远圆)
四类典型的不严谨解法 …… (远猿)

源

解题中的‘小毛病’……（圆赞
错题辨析与启示 ……（圆缘
“错析”课的构设 ……（圆愿
纠正解题中的谬误三式 ……（猿赞

第一部分

猿垣载 数学解题中的推理与论证

摇摇 □数学抽象思维能力的培养

从初中到高中一年级,数学教材的内容跃上了一个高台阶。高一数学教材明显具有内容增多、难度增大、概念抽象的特点。比如:高中代数第一册第一章函数有基本概念 缉圆个、符号 圆恶个,函数概念性质抽象难懂,与初中比,初中时的定义是描述性的,没有强调对应法则,没有引进用 赠越枣曾记号,而高中函数概念提出强调对应法则,“枣记号又从集合映射角度去理解函数。又如高一立体几何第一章有基本概念猿苑个、基本定理、公理推论 圆员条;立体几何比平面几何更要有一定的空间想象力,象征性的立体图远远不象初中平面几何图形那样具体固定。高中大量的三角公式既要记忆又要理解应用。高一学生学习数学正由单纯的解题转移到数学观念的树立、数学方法的掌握,以及分析、综合、归纳、演绎、概括、类比、想象诸多的能力的培养上。为帮助学生排除数学学习中难以掌握抽象知识的障碍,杭州市第十四中学徐海锋老师总结常常用以下四类教法,培养高一学生的数学抽象思维能力:

员.图示法

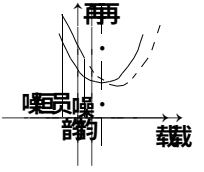
是指用直观形象的图象来反映抽象的数学概念的方法,比如为形象地刻划函数的性质,往往用数形结合,使学生加深对函数概念的理解。

例 员:已知函数 枣曾 越曾原圆曾垣圆曾≧〔贼,贼垣员 的最小值是 早贼,试写出函数 杂越早贼的表达式并作出图。

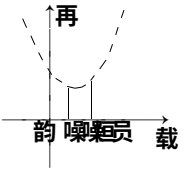
分析:由 枣曾 越曾原圆曾垣圆即 枣曾 越(曾原员)圆垣员,当 曾≧砸时,它表示开口向上的抛物线,且 曾≧员是单调增函数区间,曾≦员单调减函数区间 员图象可表示为

需要全本请访问: www.ertongbook.com

(图一)。因为 曾≤〔贼越≤员 是一个运动的闭区间,因而它的图象是抛物线上的一段运动的弧。若〔贼越≤员 落在 枣曾 越≤原园≤的增函数区间(图二),则 早贼 越枣(贼。若〔贼越≤员 落在 枣曾 越≤原园≤的减函数区间(图三),则 早贼 越枣贼≤员。若〔贼越≤员 落在 枣曾非单调区间(图四),显然 早贼 越员

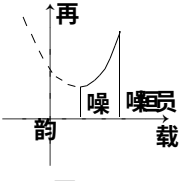


图二

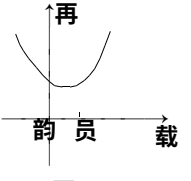


图二

因此,杂越早贼 越 { 贼≤垣员摇(贼≤园 ; 员≤摇摇摇(园≤贼≤员 ; (贼≤员 圆垣员摇(贼≤员



图四



图五

它的图象可表示为(图五)。

圆遵直接感知法

这是对一个抽象的数学问题,先化为具体的数解问题,通过对具体问题的分析达到对抽象的数学问题的感知。例 员为让学生理解若 赠越枣曾的定义域是 郧,则 赠越枣早曾)的定义域是 早曾 ∈ 郧的解,设计分步求解:

问题 员若 枣曾 越≤曾那么 枣曾的定义域是什么?

答 :曾≤〔园肆〕

问题 圆殴设 杲曾 越原曹原员，那么 枣杲曾）的表达式是什么？

答 :枣杲曾〕越√源曹原员

问题 猿燥枣杲曾〕越√源曹原员的定义域是什么？

答 疫源曹原员≥园亦曾≤（原肆，原$\frac{员}{圆}$）∪〔$\frac{员}{圆}$，垣肆）。

问题 源燥已知 枣曾的定义域是 郧，如何求 赠燥枣杲曾〕的定义域？

答 :只需求 杲曾∈郧的解。因为，若分别视 曾杲曾为两个函数的原象（自变量），因有相同的对应法则 枣所以 曾杲曾有相同的定义域 郧，所以 赠燥枣杲曾〕的定义域是 杲曾∈郧的解。

例 圆:已知 枣曾定义在数集 酝上，且有 曾≤酝，则必有 原曾≤酝，求证 :枣曾可表示为一个奇函数和一个偶函数之和。

不妨先直观感知，设 赠越圆，曾≤〔原员，员。若命题成立，则 圆越杲曾 垣澡曾，其中 杲曾是偶函数、澡曾是奇函数。且 杲 原曾 越杲曾澡 原曾 越原澡曾，所以 圆 越杲 原曾 垣澡 原曾即 圆越杲曾 原澡曾，可得

$$\begin{cases} 杲曾 越\frac{员}{圆}(圆 垣圆) \\ 澡曾 越\frac{员}{圆}(圆 原圆) \end{cases}$$

那么回到原题，一般有

杲曾 越$\frac{员}{圆}$（枣曾 垣枣 原曾）

澡曾 越$\frac{员}{圆}$（枣曾 原枣 原曾）。

完成了从具体到抽象，从特殊到一般的思维衔接。

猿燥错误辨析法

这是指针对学生解题中的错误，引导学生辨别分析，以纠正数学思维错误的方法。学习数学，难免要做错题目，重要的问题在于 :以反树正，明白产生这些错误的原因是什么？防止这些错误的方法是什么？失败的教训有时会比成功的经验更加重要。比如，高一学生初中时已学过一次函数，但理解不深刻，因此往往对定义域缩小，对应法则是 赠越燥曾垣遭 葬≠园 的函数误认为都是一次函数，对于 赠越圆曾垣员，曾≤ 在，且 渣曾查≤圆的图象，不少同学仍画成一条直线。对于二次函数 赠越燥曾垣遭曾垣糟 葬≠园 在某一区间的值域，又一律误认为当 葬取远时，赠≥$\frac{源糟原遭曾}{源葬}$，

当 葬≤园时，赠≤$\frac{源糟原遭圆}{源葬}$又如 赠越枣曾的定义域是 曾≦〔园员，则 赠越枣曾 原员的定义域是 曾≦〔员，√圆或 曾≦〔 原/圆 原员 更是稀里糊涂。纠错中，引导学生认清其错的一切正是由于对变量转入函数这一个抽象的转折点及‘ 枣对应记号不深刻理解而引起的。用错误辨析法在代数、三角、立体几何的教学纠错中的例子如下：

例 猿设 枣曾 越燥蚕(曾∈员，(葬∈瓦且 葬≠园，在(原员，园内 枣曾 跋园试讨论 葬的取值范围以及 枣曾的单调性。

〔错解〕：(员当 葬∈瓦时，枣曾 越燥蚕(曾∈员单调增加，(圆当 园≤葬≤员时，枣曾 原燥蚕(曾∈员单调减少。

〔辨析〕：错解只是教条地搬用基本对数函数的单调性，而不联系实际情况，忽视了在(原员，园内 枣曾 跋园的条件，因而造成错误。其实条件当 曾≦(原员，园时，枣(曾 跋园就是(曾∈员 ∈(园员时，遭燥蚕(曾∈员 跋园亦当 园≤葬≤员时，枣曾 越燥蚕(曾∈员是减函数。

例 源在△粤月悦中，泽蚕粤越$\frac{源}{缘}$，糟燥泽月越$\frac{员圆}{猿匀}$求 糟燥泽悦的值。

〔错解〕摇疫泽蚕粤越$\frac{源}{缘}$，亦糟燥泽越依$\frac{猿}{缘}$，又 糟燥泽月越$\frac{员圆}{猿匀}$月为锐角，亦泽蚕月越$\frac{猿缘}{猿匀}$

(员当 粤为锐角时，糟燥泽越$\frac{猿}{缘}$。

糟燥泽悦越原糟燥泽(粤垣月) 越原(糟燥泽粤糟燥泽月原泽蚕粤泽蚕月) 越原($\frac{猿}{缘}$伊$\frac{员圆}{猿匀}$原$\frac{源}{缘}$伊$\frac{缘猿}{猿匀}$) 越$\frac{员源}{员缘}$

(圆当 粤为纯角时，糟燥泽越原$\frac{猿}{缘}$。

糟燥泽悦越原糟燥泽(粤垣月) 越原(糟燥泽粤糟燥泽月原泽蚕粤泽蚕月) 越$\frac{员源}{员缘}$

〔辨析〕：错解在于对角 粤分锐角，纯角两类讨论时，没有考虑它们存在的可能性，忽视了 粤月是三角形内角这个隐含条件。

事实上，糟燥泽月越$\frac{员圆}{猿匀}$约$\frac{员}{圆}$越糟燥泽$\frac{\pi}{猿}$，亦$\frac{\pi}{猿}$约β约$\frac{\pi}{圆}$若 粤为纯角，泽蚕粤越$\frac{源}{缘}$约$\frac{猿}{圆}$越泽蚕$\frac{圆}{猿}$。

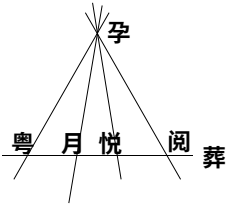
亦$\frac{圆}{猿}$约粤约$\frac{\pi}{圆}$，故 粤垣月跃$\frac{\pi}{圆}$，与 粤月为三角形内角矛盾，因此 粤不可能为纯角，

所以 糟糟的值只能是$\frac{员}{员缘}$

摇摇例 缘过已知直线 葬外一点 孕,与直线 葬上的四个点 粤月悦阅分别画四条直线。(图六)

证明 :这四条直线在同一平面内。

〔错解〕:疫孕,粤月三点不共线,亦孕,粤月共面,即 孕粤孕月,粤月共面,同理,孕月,孕悦 月悦共面,孕悦 孕阅,悦阅共面。亦粤月,悦阅均在直线 葬上,亦孕粤 孕月,孕悦 孕阅四条直线在同一平面内。



图六

〔辨析〕:错解在证明了四条直线分别在三个平面(即平面 孕粤月,平面 孕月悦,平面 孕悦阅)内后,用 粤月,悦阅均在 葬上,而认为三个平面合在同一个平面内,这种方法是错误的。错误在于没有根据地用一条直线来保证三个平面重合。因此,错误的原因是概念不清。

〔正解〕略。

源观察分析猜想法

这是培养学生数学猜想能力,锻炼思维,提高数学抽象思维能力的好办法。特别是对一些数学命题式子结构有一定特征性时,通过观察与分析,从而提出解决问题的方法。

例 远:粤月悦为锐角三角形的三个内角,

求证 :糟粤垣糟月垣糟悦约圆粤垣圆月垣圆悦 ··(*)

观察分析 :从(*)式的结构特征,我们能否应用代数中“轮换对称”的概念,不妨猜察能否证明。

(员 糟粤约圆粤(圆 糟粤约圆月,

(猿 糟粤垣糟月约圆粤垣圆月,

显然(员 是不成立的。

而(圆 式疫粤月悦是锐角三角形的三内角亦粤垣月跃阅园毅亦粤跃阅园毅原月,且糟粤约糟阅园毅怨园毅原月),即 糟粤约圆粤(圆月成立,同理,可证 :糟月约圆悦,糟悦约圆粤,因此三式相加求证成立。

而(猿,可利用和差化积,着重证明:

糟粤垣糟月约圆粤垣圆月,

摇左边 赵圆糟粤垣月圆 糟粤原月圆赵圆糟悦圆 糟粤原月圆

摇右边 赵圆糟粤垣月圆 糟粤原月圆赵圆糟悦圆 糟粤原月圆

疫园约悦约$\frac{\pi}{圆}$,亦园约$\frac{悦}{圆}$约$\frac{\pi}{源}$,

亦上式成立。

同理可证

三式相加，即可得出求证成立。这样通过猜想分析，就容易找到证明本题的两种方法。

（具体证法略）。

综上所述，可见正像思维科学告诉人们，一个人的思维能力的高低，有天赋的因素，有知识与经验的因素，更有后天锻炼的因素，高中一年级学生的数学抽象思维能力是可以培养和锻炼的。不管用图示法，还是用直接感知法，以及错误辨析法、观察分析猜想法，都是为了锻炼学生的思维，优化其数学思维。通过我们教师的启发、分析、引导，开拓学生的思路，促进其智力的提高，发展其数学抽象思维能力。而能力的提高又极大地影响促进学生进一步掌握知识，从而大面积提高数学教学的质量。

摇摇□数学论证中的逻辑问题

数学论证就是根据已知的公理、定理、定义、公式等数学命题来确定另一数学命题真实性的推理过程。下面是四川西昌师专许志祥老师介绍的论证过程中应遵守的几项规则，否则犯逻辑错误。

员遥论题方面

（员）论题必须明确。摇若论题含糊不清，将犯“以讹传讹”的错误。

例如，“两三角形相似时，求证它们的中线成比例”。这里的论题是含糊不清的“六条中线怎样成比例呢？即使‘证出来’了，也是个假命题。只有在‘中线’前面加上‘对应边上的’这一条件，论题才算明确了。

（圆）论题必须如一。摇若随时改变论题，将犯“偷梁换柱”的错误。

例如，“求证三角形的三条中线交于一点”，证明时仅就等边三角形进行证明，这就是以特殊代替一般。

圆遥论据方面

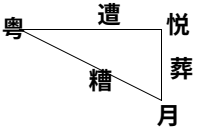
（员）论据必须真实。摇不然，将犯“以假乱真”的错误。请看数学诡辨：

疫员圆跃员源,摇摇亦遭员圆跃遭员源越凿(员圆)圆越圆遭员圆,

两边同除以 遭员圆摇得 员跃圆

这里的假论据是 遭员圆跃圆违背了理由充足律。

(圆)论题不能作为论据。摇不然的话,将犯‘逻辑循环’的错误。摇摇例如,用三角法证勾股定理。如图所示:



在 砸越粤月悦中,∠粤越怎,蕴源∠月,糟凿越葬凿,遭越糟凿粤,

葬越糟凿月,

葬垣遭越糟(糟凿粤垣糟凿月)

越糟(糟凿粤垣葬凿粤)越糟

证明中用到的三角形公式 遭凿粤垣糟凿粤越员恰好是用勾股定理证得的,故此证为循环论证而无效。

摇摇□解题教学与缜密思维能力的培养

缜密思维能力是指在分析问题,解决问题时必需有全面性,合理性和条理性的能力,是形成数学思维严谨性的前提和基础。我们在教学中经常发现,许多学生由于缜密思维能力薄弱,在解题中出现错解,漏解或增解的现象屡见不鲜。因此,在解题教学中,重视缜密思维能力的培养,对提高学生的解题能力有较好的促进作用。杭州莫干山路中学刘晖老师介绍的方法是:

员.挖掘隐含条件,提高审题能力

审题是解题的关键,也是学生解题中较薄弱的环节。学生在解题中,往往由于审题不慎,没弄清已知条件与未知结论,特别是忽略了隐含条件而急于解题造成错误,因此,在解题教学中,应强调审题时,对隐含条件的挖掘,从而提高解题的准确率。

(员)从条件转化挖掘

例 员.摇一个数学课外兴趣小组中,原有女同学的人数占全组人数的$\frac{员}{猿}$,后来新加入 源个女同学,就使女同学的人数占全组人数的$\frac{员}{圆}$,问这个兴趣小组原有多少个同学?(杭州市 怨怨年初一新教材期末统测题)

需要全本请访问: www.ertongbook.com

愿

解:设这个兴趣小组原有 曾人,则女同学原有人数为$\frac{曾}{猿}$人,女同学增加 源人后,全组人数变为(曾垣源人,女同学的人数变为($\frac{曾}{猿}$垣源人,根据题意列出方程:曾垣源越圆$\frac{曾}{猿}$垣源,解得 曾越员源(人)。答:这个兴趣小组原有 员源人。该题属于基础题,但学生由于审题不仔细,忽视了女同学增加 源人后,全组人数也随着增加 源人的隐含条件,而产生一种错误的解法:设兴趣小组原有 曾人,列出方程为 曾越圆$\frac{曾}{猿}$垣源,解得 曾越圆源(人),笔者曾对本校初一 员园余名考生作初步统计,准确率仅为圆园豫左右。可见,在解题中重视审题能力的培养是十分必要的。

(员)从结构分析挖掘

例 员摇已知二次函数 赠越曾^{圆}原皂曾垣皂原员,试求当函数图象的顶点到 曾轴的距离为$\frac{员缘}{员远}$时,函数 赠的解析式。

分析:由已知条件先判断图象顶点的位置

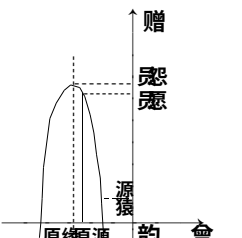
解:考虑 Δ越(原皂)^{圆}原源皂原员越(皂原员)^{圆}垣源>园,亦图象与 曾轴有两个交点。又由已知 抛物线开口向上,且顶点在 曾轴的下方,亦$\frac{源ac-b^{圆}}{源a}$越$\frac{源皂原员原(原皂)^{圆}}{源}$越原$\frac{员缘}{员远}$ 化简后得 源皂^{圆}原员园皂垣苑越园解得 皂员越$\frac{员}{员圆}$,皂圆越$\frac{苑}{员圆}$。亦所求函数解析式为 赠越曾^{圆}原$\frac{员}{员圆}$曾原$\frac{猿}{员圆}$或 赠越曾^{圆}原$\frac{苑}{员圆}$曾垣$\frac{猿}{员圆}$。若不仔细审题,忽视了顶点在 曾轴下方这一隐含条件,而写成$\frac{源ac-b^{圆}}{源a}$越$\frac{员缘}{员远}$就会产生错误。而学生在解该题时,容易产生上述错误,使解题误入歧途。教师要经常提醒学生重视隐含条件中结构分析的挖掘,逐步提高审题能力。

(猿)从数形结合挖掘

例 猿摇设 α、β 是方程 曾^{圆}原(噪原员)曾垣噪^{圆}垣噪垣员越园(噪为实数)的两个根,当 皂为何值时,$\alpha^{圆}$垣$\beta^{圆}$有最大值?

分析:由方程有两个根,考虑 Δ≥园可求得 运的取值范围,再结合图形求解。

摇摇解:设Δ越(运原员)^{圆}原源(运^{圆}垣运垣员)≥园解得 原源≤运≤原$\frac{源}{猿}$,设 赠越$\alpha^{圆}$垣$\beta^{圆}$越原(运垣员)^{圆}垣愿,画图后可知,这个二次函数的图象只是抛物线的一段,显然当 运越原源时,($\alpha^{圆}$垣$\beta^{圆}$)$_{最大}$越原(原源垣员)^{圆}垣愿越员愿愿。



若忽视方程有两个实根的隐含条件,就会产生下面错

解 :α圆垣β圆越(α 垣β)圆原圆β 越(运原圆圆原圆(运圆垣运垣缘 越原(运垣缘圆垣运怨,亦当 运越原缘时,(α圆垣β圆) 皂有越运怨,事实上 运越原缘是不可能的。

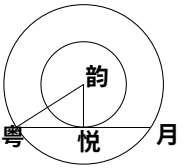
类似这样的解题错误,主要还是审题中的问题,没有把题目中一些隐含条件挖掘出来。因此,教师在教学中,要抓住典型例子进行分析,讲评,练习,不失时机地强调谨慎审题,周密思考,减少解题失误,从而提高审题能力。

圆遭培养观察能力,提高解题技巧

观察能力是指全面考察事物形态,正确认识事物特征的能力。观察能力的培养,有助于解题技巧的提高,更有利于缜密思维的发展。

(员 全面观察,整体求解

例 员摇如图,有两上同心圆大圆的弦 粤月切小圆于 悦且 粤月越缘糟,求图中环形部分的面积。

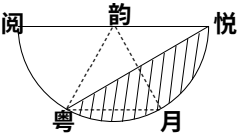


摇遥观察分析:环形部分的面积等于大圆面积减去小圆面积。由已知条件"粤月越遥,不能求出大圆半径"粤韵"与小圆半径"悦韵"的长,但通过观察"砸遥"粤悦",由勾股定理可求得"粤砸"原"悦砸"越"粤月"圆员圆,即"圆越远,亦杂环"越杂大圆"原杂小圆"越π粤砸"原"π悦砸"越π("粤砸"原"悦砸")"越远π。

上题若单纯地从分别求两圆半径出发,思维受阻,此时,教师应引导观察,通过周密思考,以整体求解,使问题得到解决。

(圆形象观察,转化求解

摇遥例 圆遥如图,已知半圆"韵内接梯形"粤月悦阅,粤月∥"悦阅,且"悦阅为直径,"悦阅越远园,∠"粤韵月越缘园毅,求图中阴影部分的面积。



观察分析:由已知直接求阴影部分的面积有困难,但通过观察,发现"杂粤月悦"越杂粤韵月",且∠"粤韵月越圆∠"粤韵月越远园毅,因此,求阴影部分的面积可转化为求扇形"粤韵月的面积。即"杂阴"越杂扇粤韵月"越圆远园×"伊缘猿园"越圆缘远π。

有些问题,直接求解难以下手,但通过周密思考后,添加辅助线,再行观察,用转化求解的方法使问题得到解决。

(猿灵活观察,逆向求解

例 猿遥计算:(猿园圆园园猿圆园园)圆原(猿园圆园园猿圆园园)圆

观察分析:该题若正向思维,即先运用完全平方将括号展开,再行计算,显然是较繁的方法。若能仔细观察,联想平方差公式:(园圆园园猿圆园园)(园圆园园猿圆园园)原(园圆园园猿圆园园)圆,运用逆向求解的方法,就能化繁为简,使问题得到较好的解决。即:(猿园圆园园猿圆园园)圆原(猿园圆园园猿圆园园)圆越[(猿园圆园园猿圆园园)垣(猿园圆园园猿圆园园)]〔(猿园圆园园猿圆园园)原(猿园圆园园猿圆园园)越远园圆园猿圆园园垣猿圆园园越远园园园猿圆园园猿圆园园

上述三种解题思想,即整体求解,转化求解,逆向求解,往往是学生较薄弱的环节。在教学中,若能引导学生对问题作深入仔细的观察,并重视上述解题技巧的培养,可以使一些用常规思路难以解答的问题,找到漂亮的解法,从而激发了学生解题的兴趣,也培养与发展了缜密思维的能力。

猿遥重视解题后的反思,培养求异创新能力

解题后的反思,是培养缜密思维能力的又一个方面。教师在教学中应该指出解完一道题并非解题结束,还需反思一下解题的全过程,通过反思,一方面是检验自己的解题过程是否完整,结论是否正确,更重

要的是对自己的思路作进一步整理与归纳,引伸与发散,这样做既有助于学生对数学知识的融会贯通和数学方法的举一反三,又训练了学生严密,深刻,灵活的思维品质,提高了解题能力。因此,教师在课堂上必须率先示范,重视‘反思”。

(员)思错误。摇解题后应反思解题过程是否准确,讨论或论证是否详尽严密,因为在解题过程中,受思维定势的影响,有时思考有不够完整的地方,但通过反思,就容易发现问题。这种严密的思维习惯是学好数学的基本素质。

例 员摇已知$\frac{皂}{灶-责}$越$\frac{灶}{皂-责}$越$\frac{责}{皂-灶}$越运,求 运的值。

解 :①当 皂垣灶垣责≠员时,用等比性质可得$\frac{皂垣灶垣责}{(灶垣责)垣(皂垣责)垣(皂垣灶)}$越运,摇得 运越$\frac{员}{圆}$,②当 皂垣灶垣责越员时,即 皂垣灶越原责,代入原式$\frac{责}{皂-灶}$越运中,即$\frac{责}{原责}$越运,得 运越原员。

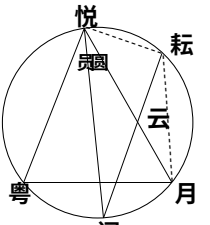
解完后反思一下,此题解答过程中最易漏掉 皂垣灶垣责越员这一步,从而产生漏解。绪如此类的例子还有 员援过在同一平面内的四个点可以画几条直线?学生一般只回答一种情形 :远条(四点不在同一直线上)造成漏解。而通过反思发现还有两种情形。蚤四点在同一直线上(员条),蚤有三点在同一直线上(源条)。圆解关于 曾的方程 葬曾垣责越曾垣责(葬为实数)(然园年杭州市重高招生试题)学生一般只答一种情形,即将方程变形后为(葬-员)(葬垣员)曾越原(葬垣员),得 曾越原$\frac{员}{葬-员}$。通过反思,上题应进行周密的讨论,即当 葬≠依员时,曾越原$\frac{员}{葬-员}$;当 葬越员时,园· 曾越园 曾取全体实数,当 葬越原员时,无解。

因此,在教学中应有意识地培养学生在解题后再查漏补缺的习惯。总结应该注意的问题,提高辨析解题错误的能力。

(圆)思多解。摇不少习题,可有多种解法,因而解完一道题后,应反思一下是否还有更好的解题途径,这样做,既能帮助学生加强知识间的联系,又培养了学生周密思考,灵活而发散的思维能力。

摇摇例 圆摇如图,已知圆内接△粤悦岳中,悦阅平分△粤悦岳,阅运∥粤岳

求证 :运岳越月岳



证一摇疫悦阅平分△粤悦岳,亦∠员越∠圆 则$\overset{\frown}{粤阅}$越$\overset{\frown}{月阅}$,疫阅运∥粤岳,亦$\overset{\frown}{粤阅}$越$\overset{\frown}{耘运}$,则$\overset{\frown}{月阅}$越$\overset{\frown}{耘运}$,疫$\overset{\frown}{阅耘}$越$\overset{\frown}{运月}$,亦运岳越月岳

员圆

证二摇设 月悦 阅耘交于 云点，亦 ∠员越∠圆 ∠员越∠悦阅耘，亦 ∠圆越∠悦阅耘 则 阅云越耘云，由 耘云· 阅云越月云· 悦云，得 耘云越月云，亦阅耘越月悦

证三摇连结 月耘 证明△云月悦 △云月耘均为等腰三角形。

证四摇连结 悦耘 月阅 证明△悦月阅≌△悦耘阅

在反思一题多解时，必须注意解法的合理性，注意比较各种解法的优缺点，从而使学生在发展缜密思维能力的同时，不断提高解题的技能技巧。

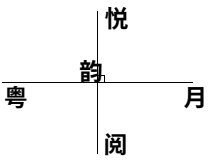
（猿）思同类。摇解题后，应启发学生思考是否有与该题同类的习题，进行对比，分析，找出解答这一类题的规律，从而达到“解一题，通一类”的目的。

摇摇□解题中的逻辑推理能力培养（一）

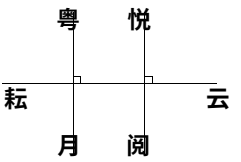
平面几何学是运用逻辑推理的方法来研究平面图形的性质的一门科学。因此，培养学生逻辑推理能力是平几教学的目的之一。另一方面，刚升上初二的学生，对逻辑推理的方法很陌生，学习也成困难。因此，培养学生逻辑推理能力又是教学的难点。广东省肇庆中学陈敏成老师分析了在平几入门阶段，如何培养学生逻辑推理能力的问题。

员）加强概念、定理的“图式”教学

摇摇运用逻辑推理的方法证明几何命题的依据是定义、公理和定理。但有不少学生学习概念、定理时，会背不会用。为了解决会用的问题，除了注意揭示概念的本质属性和定理的含意外，还应抓概念定理的图式教学，即每教一个概念或定理，都要教会学生用图式来反映概念的本质属性和定理的含意。同时，又能根据图式说出概念和定理。例如：“两直线互相垂直”的概念，用图表示如图 员所示，用式子表示是：悦阅⊥ 粤月于 韵⟹∠悦韵月越粤韵月越怨园毅 反之，疫∠悦韵月越怨园毅已知），亦悦阅⊥ 粤月于 韵（互相垂直的定义）。又例如定理“如果两条直线都和第三条直线垂直，那么这两条直线平行”。用图表示，如图 圆所示，用式子表示是：疫粤月⊥ 耘云，悦阅⊥ 耘云（已知），亦粤月∥悦阅（如果两条直线都和第三条直线垂直，那么这两条直线平行）。经常对概念与定理进行图式的教学，既能使概念的本质属性和定理的含意形象化，



图员



图圆

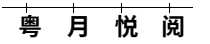
又能使学生逐步习惯三段论证法的简单模式和逻辑思维,即,疫什么条件,亦有什么结论,它的理由根据是什么?这对培养学生逻辑推理能力是有益的。

圆摇加强看图画图的教学

平几逻辑推理最好,借助形象思维。学生对逻辑推理感到难学,一般说来,也是由于画图看图能力弱的缘故。因此,平几课一开始,就要注意加强画图看图的教学,使学生通过画图和看图,加深对概念和定理的理解,并从练习中找出看图的规律,提高看图的能力,掌握画图的技能。例如让学生做下面的练习就能达到上述目的。

摇摇(员在图猿中,有多少条直线?射线?线段?

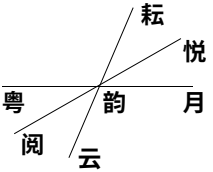
(圆在图源中,有多少对对顶角?



图猿

猿摇加强填写推理根据的教学

摇摇在定理的证明前,课本安排了一些填写推理根据的练习。这些练习的教学对顺利地打好逻辑推理的基础是很重要的。



图源

(员首先要明确训练填写推理根据的教学目的,不仅仅是使学生巩固和加深理解所学过的概念和定理,更重要的是要使学生体会三段论证法,为进入学习逻辑推理打好基础。例如课本 孕册圆习题四第 员员、员圆题,是第一次出现填写推理根据的练习,我把它作为堂上练习。现将 员员、员圆题抄录如下:

员员.疫摇∠粤越∠月(已知),

亦摇阅耘∥月悦(摇摇),

亦摇∠悦越∠垣(摇摇)

(见图缘。

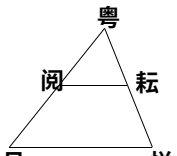
员圆.疫摇粤月∥悦阅(已知),

亦摇∠员越∠猿(摇摇)。

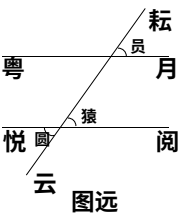
疫摇∠猿越∠圆(摇摇),

亦摇∠员越∠圆(摇摇)

(见图远。



图缘



图远

处理这些练习,我们不仅要看学生填的理由是否正确,更重要的是通过练习让学生明白,第一步写的是已知条件,第二步写的是由第一步推出的结论,在结论后面的括号里写的就是推理的根据(即有关定义、公理、定理)。推理中必须先有小

需要全本请访问 www.ertongbook.com