

# 1

## 春来江水绿如蓝

### ——改革开放 20 年来的数学教育研究

“数学教育”这个词是什么时候在中华大地上流行起来的？

有人认为 13 世纪中叶杨辉的《习算纲目》不是一份珍贵的古代数学教学计划，也是一篇数学教育工作的经验总结；也有人指出：波利亚 (George Polya, 1887~1985) 的《怎样解题》(*How to Solve It*) 1944 年最终成书，而我国 1948 年就有了周佐严先生的中译本，这本数学教育的世界名著与我们并未失之交臂；特别需要注意的是：解放后只经过十余年的努力，我国的中学数学教育就已经基本形成了自己的课程体系与教学模式……

但是，真正能称得上规模性的数学教育科学研究并取得大面积的成果的，却无疑是改革开放以来的 20 年。



### 20 年成就一瞥

我们不妨从学术活动、书刊出版、调查实验、人才培养等几个侧面做一次快速扼要的扫描。

▲ 中国教育学会数学教学研究会成立（1982）到 1999 年底已举行了九届年会。

▲ 全国高师数学教育研究会成立（1985）到 2002 年底也已举行九届年会。

▲ 数学教育高级研讨班于 1992 年制定了“数学素质教育设计要点”到 2002 年底已开研讨会 11 次。

▲ 21 世纪中国数学教育展望课题组成立 ( 1992 )。

▲ 我国代表进入国际数学教育委员会 ( ICMI ) 执行委员会 ( 张奠宙 1995 , 王建磐 1999 )。

▲ 国家数学课程标准开始研制 ( 1999 )。

\* \* \*

▲ 波利亚的《怎样解题》、《数学与猜想》、《数学的发现》等中译本相继出版,印数逾十万册 ( 1982~1984 )。

▲ 公开发行的中学数学教育类期刊从 6 种 ( 1972 ) 增加到 24 种 ( 1985 )。

▲ 多套数学教育丛书出版,如:湖南教育出版社的《数学·我们·数学》江苏教育出版社的《数学方法论丛书》广西教育出版社的《数学教育丛书》;华东师范大学出版社的《中学数学应用丛书》等 ( 1989~1998 )。

▲ 高层次的学术刊物《数学教育学报》创刊 ( 1992 ) 主编为王梓坤院士。

▲ 兼综述与导读于一身的引导性、资料性图书《数学教育研究导引》出版 ( 张奠宙等, 1994 )。

▲ 曹才翰主编的《数学教育研究丛书》获第三届国家图书奖提名奖 ( 1997 )。

▲ 智能教育软件《数学实验室——立体几何》面世 ( 张景中等, 1998 )。

\* \* \*

▲ 大型调查研究“我国经济和社会的发展对数学基础知识和技能的需要”历时三年才完成 ( 1984~1986 )。

▲ 全国初中数学教学调查 ( 1987 )。

▲ 国家教委向全国推广基础教育改革的重大成果“青浦数学教改经验”( 1992 )。

▲ 《数学教育学报》倡导“双微”(微型调查与微型实验)并着力推荐 GX、MM、935、JSJ 等数学教育改革实验 ( 1997~2000 )。

▲ 全日制普通高中数学新教材试验在江西、山西、天津三省(市)展开(1997~2000)。

\* \* \*

▲ 北师大、华东师大、辽宁师大等高师院校数学系获“教材教法研究”硕士研究生授予权(1981)。

▲ 1989年我国中学生代表队首次在国际数学奥林匹克竞赛(IMO)上夺冠,此后一直名列前茅。

▲ 上海(1991)、北京(1994)等地先后举行“中学生数学知识应用竞赛”,推动了中学生数学建模活动的健康发展。

▲ 苏步青数学教育奖开始运作(1992)到1999年已颁奖四次。

▲ (数学)教育硕士、数学教育研究生课程班在全国16所高等院校面向在职中学教师招生(1996),并逐步扩大到更多的院校和地区。

▲ 挂靠教育系,但以基础数学教授为第一导师的数学教育博士研究生招生(华东师大、南京师大,1999)。

▲ “园丁工程”开始实施,国家级中学数学学科带头人培训班在北京师大、华东师大、东北师大、陕西师大、华中师大、西南师大等校开班(2000)。

.....

以上所列显然只是20年成就中极小的一部分,它不足以概括数学教育的全貌,但是从中展现出的绚丽景色,就是白居易老先生在世也不会反对我们引用他的诗句来形容、来抒情吧——数学教育改革“日出江花红胜火”数学教育科研“春来江水绿如蓝”!

## 1.2 从几个侧面看不足

数学教育改革与科研的蓬勃发展,自然也带来了诸多不足,尽管其中的大多数是前进中的问题,但为了数学教育事业的健康发展,对之作一番剖析与反思当是十分必要的。

### 1.2.1 纯思辨的“理论研究”需要向理论与实践相结合的方向发展

理论与实践，本是科学研究的两翼，侧重某一方面不仅是允许的，具体到某个研究者更是必然的。例如数学研究常被分为基础研究（纯数学）与应用研究（应用数学）两者各有侧重也各有所成。然而数学教育是一门理论性与实践性都十分强烈的新兴交叉学科，完全忽略了实践是极易产生偏差的。对此我们不妨以布鲁纳（J. Bruner, 1915~）的“发现教学法”为例对比几篇论文。

(1) 有些作者从布鲁纳的原始论文“发现行为”和专著《教育过程》出发，结合数学家发现数学命题以及数学教学的特点，论述了在数学课上使用发现法的一般步骤与优缺点，进而提出教学要“展示数学思维过程”要引导学生“像数学家那样思维”等等。这些研究不仅对数学教学有重要的现实指导意义，也是对发现教学法的理论加深。这样的研究是应该肯定的。

(2) 马鞍山市第13中学冯建国老师通过两次对比实验<sup>②</sup>用数字和实例说明发现法为什么可以使学生产生“兴奋感”，又为什么有利于迁移能力的提高，同时还指出发现法不宜在差班和数学程度极不整齐的班级中使用，否则将会产生好生更好差生更差的两极分化……冯老师的工作较好地体现了一般教育理论与数学教学实践如何相结合。尽管这一实验研究还可以再进行下去，但无疑是应当受到赞扬的。

(3) 然而也有个别作者，从纯思辨的角度想当然地对发现教学法搞起了所谓的“分类”。他们不去调查，不搞实验，把科学研究的一般原则简单地搬过来，提出了诸如归纳发现教学法、类比发现教学法、演绎发现教学法等等的“课型”。对于这种纯思辨的移植与演绎，

如：黄波，充分展示数学思维过程是启发式教学的核心，数学教育学报，1994(1)

② 冯建国，从两次实验看发现法的利弊，中学数学教学（合肥），1984(1)

人们当然有理由怀疑它的实用价值。而我们更担心，这种研究会不会走进繁琐哲学的死胡同。如果有人继续把它细分下去，提出什么完全归纳发现教学法、不完全归纳发现教学法等等，那么数学教育研究将被引导到什么地方去？

不幸的是，我们的担心最近又一次被证实并非杞人忧天。一位作者在培养学生提出问题能力的探索中，又祭起类似法宝，思辨出一系列提问的“类型”回忆型提问 理解型提问 运用型提问 分析型提问，综合型提问，评价型提问……看来这真是顽疾难治啊！

不必讳言，搞调查做实验，既费时又费力，而且还常常受到基层单位支持不够、开展活动的财力不足等诸多困惑。但是第一手的材料，第一线的实践，恰是建立具有中国特色的数学教育理论必不可少的基础。缺少了它们，数学教育改革是难以深入发展的。然而，我们又坚信这种忽略了实践的状况会逐渐有所变化的。以《数学教育学报》为例在 1995 年全年刊发的 87 篇文章中，纯理论的探讨约占 57% 而调查实验只占 10% 但到了 1999 年全年刊发的 107 篇文章中前者已降为 40% 后者却上升到 25%。再联系到各地中等数学杂志刊发稿件的变化总趋势，可以说，理论与实践相结合的道路是越走越宽阔的。

### 1.2.2 调查、实验及报告的撰写要注意克服模式化的倾向

教育调查和教育实验都属于实证性研究，也都具有验证某种假设的作用，充当“论据”的功能。但一般说，调查偏重于发现问题而实验更倾向于探索解决问题的具体办法，两者在操作难度上是确有差别的。从这个角度看，调查多于实验应属正常。我们测算了一下，当前数学教育科研中调查与实验约呈 3:1 的状态。

目前的问题还不在于调查多实验少，值得注意的是调查、实验及报告的撰写都有一种模式化的危险倾向。

(1) 某作者就中学生的××品质与数学学习成绩的相关性进行了调查研究，并较好地运用了统计分析方法，最后按问题提出、研究

方法、结果分析、讨论等四个方面撰写了调查报告，可以说文章思路清晰、表达简练、颇具启发性。但是到了另一篇就气质类型与学生××品质的相关研究中，作者仍然重复使用这一套程序进行写作，甚至连二级标题也相差无几。这就给人造成一种错觉，似乎搞此类调查只需事先设计几个表格，到时填上具体数字，算算统计指标即可“大功告成”。我们以为，如果作者认为这是自己的“风格”，那无疑会限制自己的提高与发展；若是旁及大众，供人效仿，那就贻害不浅了。

(2) 近年来许多中学数学教改实验都程度不同地引入了“自学”这一环节，于是教师讲一讲(引导)学生读一读(自学活动)教师按课堂反馈作针对性的讲解(释疑)学生再练一练(强化、巩固)等等，就成为数学课堂教学的一种客观模式，A老师可以这样做，B老师也可以这样做，尽管效果会有些差异，但步骤却大体相似。于是出现了这样的情况：几个相距遥远、互不联系的学校都在搞数学教改实验，都取得了一定成绩，又都写成了实验报告，不同的仅是甲校有五条经验，乙校有经验六条，而丙校则将之归并为一、二、三、四……更可怕的是，几乎每位作者都宣称这是自己的“首创”，于是模式化了的“教学模式”也就堂而皇之地满天飞舞了起来。

其实，任何学科教育都服从于教育自身固有的某些规律，一些自发的数学教改实验呈现出大同小异的状况自是情理中的事。问题在于实验者必须做个“有心人”，即不能只埋头搞自己的实验，也要了解相关、相近甚至相似的他人实验；不能满足于客观地记录实验过程，更要突出自己的实验是如何在继承与借鉴中创新的。为此，我们建议撰写调查报告或实验报告不妨分两步走：第一步先写一个比较完整、比较详细的“报告”，以供结题和汇报用；然后在此基础上提炼出体会最深、与众不同、可形成特色的东西写成短而精的论文。这种摆脱了模式化的干扰而形成的文章，肯定会受到读者的欢迎与赞扬。

行为的模式化常常会导致思想的僵化，这应该看成是数学教育研究与写作的一个大忌，愿你我共同警惕。

### 1.2.3 高等师范院校数学系自身的课改教改应对中学数学教育的深入发展起到促进作用

高等师范院校数学系是培养中学数学教师的母机，应该为中学数学教育改革提供从理论到实践、从人才到教材等多方面的支持。

近年来，许多中学数学教师，包括从教十几年乃至二三十年的老教师在给《数学教育学报》的来稿来信中结合自己成长的经验推心置腹地对高师数学系课改教改提出了不少批评和建议，我们尝试着把它归纳整理成几条，并略作评析。

一、为什么高师数学系的课程离中学数学教学的实际越来越远？

这仍是近 50 年来学术性与师范性之争的延续。争论的双方各执一端，较少有共同语言。

应该看到，高师数学系尤其是层次较高、实力较强的师范大学数学系，有着既培养中学数学教师又输送基础数学研究人员的双重任务。为了处理好这一矛盾，近年来部分院校正在积极探索“分流”的措施，实践证明这是有效的、可行的。但也不可否认，确有一种只追求数学的学术性而轻视数学教育的空气在弥漫，以致 40 年前出现的一种论调再次抬头。持这种观点的人认为：高校数学系毕业生参加中学教学工作的前二三年是师范学院的学生受欢迎；三五年后师范大学的毕业生唱主角；而最终成为学科带头人的是综合大学数学系毕业生。而许多中学数学特级、高级教师则针锋相对地指出：并非数学课程学得越多越深越有利于中学数学教学。

高师数学系的课改教改是一项艰巨的系统工程，既要大胆又要谨慎，但无论怎样改都不应脱离以培养中学数学教师为主要目标这一事实。因此多听听受教于高师数学系又成长为优秀中学数学教师

姚林,关于高师数学教育的现状与改革的思考,数学教育学报,1998(4)

武锡环,等,调整课程结构办出师范特色,数学教育学报,1998(4)

的人的意见是很有必要的。比如，数学课程学得多、学得深有利于提高观点统率全局这无疑是对的，但只居“高”而不能或不去“临下”又有何益？再如，对数学建模，一些高师数学系只把力量用在大学生数学建模竞赛上，要求出成绩得名次本无可非议，但是对培养中学生应用意识与创新能力的中学生数学建模却漠然处之，这又是为何？……

我们很同意唐瑞芬教授等提出的“树立学生的教学意识”以及高师数学系有责任“将知识的学术形态转换为教育形态”的建议<sup>①</sup>，或许这应该成为高师数学系课改教改的一项重要举措。

## 二、应该加强数学教育类课程。

这种加强不仅指“有形的”，如将“中学数学教材教法”课拓展为“数学教育学”，在“初等数学”中增加研究与探索的内容等等，更重要的应是“实质的”。

高师数学系的每一位教师都应意识到：我是一个数学教育工作者。高师数学系的每一门课，不但要传授知识，培养能力，而且要在教学方法和教学改革上起到应用的示范作用。学生数学观、教育观的更新，学生教学能力的训练与提高，是每一位教师的责任，因此课改教改都应该“从我做起”，从我这门课做起”。

不少中学数学教师指出，我在上大学时“××老师是典型的满堂灌加‘三 k 中心’(blackboard, chalk, book)”。但相当一部分高师数学系教师听了却一笑了之，视之为“无关小事”。这种态度对高师数学系自身的课改教改是极为不利的。目前的情况是中学数学教改远远走在高师数学系前面，向中学学习已是不可避免的现实了。河南濮阳教育学院将 MM 教育方式改造后引入高师数学系课堂<sup>②</sup>，大家不妨对之评头论足；华南师大数学系用“数学教育心理学”替代了公共课“心理学”，引起了人们的极大兴趣。希望高师数学系的教

① 唐瑞芬等，数学教师培养中的两个重要问题，数学教育学报，1999(2)

② 杨宪立，MM(HT)教育方式与概率统计教学，数学教育学报，2000(4)

③ 何小亚，“数学教学心理学”课程改革的探索，华南师范大学学报（社会科学版），

师们都能关注一下这些改革，并提出你的意见。

### 三、教育实习并不是数学教育实践类课程的全部内容。

许多中学数学教师在来信中诉说了自己的苦恼：上大学时很少有教师向我们介绍现代数学教育发展的动态，更不开设数学教育研究与写作课程，几年十几年过去了，我们虽然有了一定的中学数学教学经验，但也差不多成了教书匠。看了这些来信，我们的心情很沉重。虽然这不是环保中常见的“先污染后治理”，难道不也有点这种意味吗？

一个不可否认的事实是：不管毕业早晚，大多数中学数学教师在数学教育科研上都感到举步维艰，不会选题，更写不出高质量的论文。而那些力求摆脱困境、自我奋斗的人却真正尝到了“教育科研是中青年教师成长的催化剂”的甜头。针对这一现实，天津师大数学系安排了一轮教改实验，以选修课的方式将“现代数学教育选讲”、“数学教育研究与写作方法”等课程与毕业实习、毕业论文搞成“一条龙”，这种做法是否可行，还需要注意些什么，人们正拭目以待。

即使是教育实习本身，也有许多问题需要探讨，需要改进。哈尔滨师专对“教育辅习——教育见习——教育实习”的探索<sup>②</sup>，天水师院将中学数学学科带头人请进学校与师范生建立“师德”关系的实践<sup>③</sup>，聊城师院关于教育实习与学生创新意识培养的研究<sup>④</sup>，等等，极大地丰富与扩展了教育实习的内涵。

### 四、高师数学系应以积极的态度支持正在进行的“国家数学课程标准”的研制与实施。

当前的中小学数学教育要不要改革？需不需要有较大的改革力

① 苏帆 培养‘科研型数学教师’的若干探索. 数学教育学报, 1999(4)

② 李晓东 等. 培养 21 世纪中学数学教师的基本教育模式. 数学教育学报, 1999(2)

③ 冯国平等. 结合中学数学教学实际深化数学课的教学改革. 数学教育学报, 2000(2)

④ 管恩瑞, 等. 对数学系教育实习改革的若干思考. 数学教育学报, 2000(1)

度？对此，高师数学系是不能回避的。

恰如“国家数学课程标准研制工作研讨会纪要”<sup>①</sup>所指出的：解放后的 50 年，我国数学教育取得了巨大的成就，中小学生学习勤奋，基本功扎实，基础知识和基本技能熟练，优秀学生在国际数学奥林匹克竞赛中频频获奖，这些事实都是举世公认的；但是，更应充分认识到，我们存在的问题也相当突出，主要表现为学生的创新精神、实践能力较差，数学学习方式单一、被动，数学学习的情感体验消极等。造成这些问题的原因是多方面的，有教育观念、教育管理体制、考试制度和社会用人制度等的原因，也有来自课程、教材和教师方面的问题。面对 21 世纪的挑战，我们必须在适度保持优势的同时，尽快改革现行数学课程中存在的与时代要求不相适应的地方……

对“国家数学课程标准”的基本理念、课程目标的设计、教材的编写原则等有不同看法是很正常的事，各级各类学校尤其是高师数学系教师尽可对此发表意见提出建议。但也有少数同志以“我就是这么学过来的”来简单否定，甚至将从事研制工作的人称为“败家子”，那已是不妥当的人身攻击了。

心理学的最新研究表明，对具有高素质、高创造力的学生，无论采用什么方式教（甚至不教）他都可以学得很好。但这并不能掩盖我国中小学数学脱离生活实际、不讲来龙去脉、缺乏引人入胜的趣味性等等事实。作为基础教育的重要组成部分的中小学数学教学，其任务不是培养数学家、科学家，而是要开发学生作为社会人所必备的创新意识和基本的数学素养，因此“国家数学课程标准”的研制与实施是势在必行的。

五、至于高师数学系应成为开发与推广“现代教育技术与数学教学”的先锋，应在中等数学教师继续教育方面作出新贡献等等的希望 这里就暂不论述了。

见：数学教育学报，2000(1)



## 对几项专题研究的微观分析

以上从宏观上对我国改革开放以来数学教育成就与不足做了回顾。本节拟选择三项专题研究，以综述的形式从微观上再作一些剖析。

### 1.3.1 数学思维研究综述

近十几年来，在数学教育研究中，有关数学思维的研究经久不衰。几乎每一本数学教育学方面的著作都有一定篇幅论述数学思维，专门研究数学思维的著作也陆续出版了多本，数学教育及中学数学教学类期刊刊载了相当数量关于数学思维的文章。我们对国内出版的几本数学教育学著作和期刊杂志发表的有关数学思维文章做过文献分析，并归纳总结出几点研究现状。

一、广泛研究了数学思维品质及创造性思维。

几乎每部涉及数学思维的数学教育学著作，都探讨了数学思维品质的意义，并结合实例说明了如何培养。大量的文章表明，研究数学思维品质的群体是广泛的。但是，人们对数学思维品质的定义与内容并未达成共识。

大量的文章还表明，创造思维在当今数学教育研究中备受重视。许多学者从广阔的视角研究了创造思维，包括直觉思维、形象思维、灵感思维、合情思维以及培养措施等多方面内容。

二、对数学思维与问题解决的关系进行了研究。

许多研究均指出，数学思维与问题解决是唇齿相依、水乳交融的关系。具体是通过三个方面开展研究的。首先，结合数学方法论探讨了数学思维与问题解决的关系；其次，探讨了思维定势与问题解决的关系；最后，结合数学元认知探讨了数学思维与问题解决

的关系。

### 三、较深入地研究了启发式教学。

启发式教学是永葆青春的先进教学思想。数学教育工作者立足数学思维，较为深入地研究了启发式教学。

总起来看，数学思维已成为数学教育研究的一个热点。关于数学思维的研究，无论在广度上，还是在深度上，都获得了长足的进展，涌现了众多研究成果，可谓成绩卓著。取得成绩固然可喜可贺，但要深刻认识到发展是永恒的道理，数学思维亦不例外，更何况数学思维研究现状暴露出一些不容忽视的问题如研究较零散、孤立、缺乏交流和协调，有重复研究现象；对同一数学思维有关的名词和术语提法分散，认识莫衷一是；真正带有数学教育特征的数学思维研究成果并非俯首皆是。今后数学思维研究的范畴应包括：数学思维内部诸要素，以及数学思维与数学教育相关外部因素之间的判断与析因研究；基于素质教育，对数学思维地位与作用的进一步认识；在数学素质教育实践中，数学思维教育规律的提炼与总结等。这些问题不解决，必将限制数学思维的深入研究，影响数学思维在数学教育实践中发挥更大的素质教育效益。即解决这些问题，兼具理论与实践双重意义，但这双重意义能否落实，又与是否选好、用好攻坚利器密切相关。如果研究仍局限于经验总结，单纯定性描述，单纯移植和借鉴心理学研究成果；而不注意开展实证研究，不注意将理论与实践很好地结合起来，如，傅学顺先生关于数学思维图的研究是深入的，但因种种原因，还未广泛应用于教学实践……这将会阻碍数学思维研究再上新台阶使数学思维在原地踏步也并非杞人忧天。

### 1.3.2 数学元认知研究综述

自从美国心理学家弗莱维尔 ( J. Flavell ) 于 1976 年提出元认知概念以来，元认知直到 20 世纪 90 年代才引起我国数学教育界的关注，并发表了一些科研成果。我们以国内出版的一些数学教育期刊和教育类期刊的有关文章为文献源，对数学元认知研究现状进行综

述，并归纳总结出几点研究现状：

一、重点是围绕数学元认知概念开展研究的。

大多数文献，借鉴一般元认知的概念，介绍了数学元认知概念，包括其定义和结构等。因此，介绍数学元认知概念是 20 世纪 90 年代数学元认知研究的重点之一。由于一般元认知研究先于数学元认知而开展，数学元认知是元认知的种概念，研究伊始，移植元认知概念，介绍数学元认知概念，无可非议。但决不能停留于此，数学元认知的特殊属性还应予以揭示，这应是今后研究需要解决的。

二、揭示了问题解决与数学元认知的关系。

大多数学者认为，培养学生数学问题解决能力，前提是要培养其数学元认知意识和能力，没有数学元认知参与，数学问题的演练将是低效的。这种对数学元认知与问题解决关系的揭示，对提高问题解决的教学效益是有指导意义的。

三、给出了培养学生数学元认知能力的一些建议。

一些文献给出了培养学生数学元认知能力的一些措施，但大多数是建议性和说明性的，可操作性需要进一步加强。

四、零星地开展了一些数学元认知实验。

在我国，开展了为数不多的数学元认识实验。典型实验当属周建华老师于 1989 年 9 月~1995 年 7 月进行的两轮“高中数学学法指导实验研究”。实验表明，通过开发学生的元认知，可以提高学生的数学学习能力及数学学习成绩。<sup>②</sup>

总起来看，数学元认知已受到一些专家、学者的重视。近些年来，涌现了一些可喜可贺的研究成果。但研究成果少而且研究亟待深入，在我国尚未形成数学元认知的规模实验，许多一线教师对数学元认知一无所知，这是令人忧虑的。事实上，数学元认知能够科学地揭示学生的高级心理活动——自我意识对其数学学习活动的控制调

王光明，王合义，张国宏数学元认知研究综述. 中学数学教学参考, 1999(10)

② 周建华. 高中数学学法指导的困惑与元认知开发中学数学, 1998(4)

节作用，为丰富和完善已有的数学学习理论提供重要的科学依据，而且，它有助于发挥学生学习的主动性和自觉性，解决学生如何科学地学习、形成良好的学习习惯的问题。为此，一线数学教师学习和掌握数学元认知理论，并用其指导数学教学实践，有助于实现科学“导学”提高课堂教学效益，实现“高效低耗”。因此，数学教师要在观念上重视元认知，学习它并用来指导学生科学学习数学，培养学生良好的学习数学的习惯。如有可能，最好以研究者的身份加入数学元认知的研究队伍，把学习元认知、运用元认知的过程同时作为研究数学元认知的过程，以科研带动学习和教学。客观地讲，数学元认知尚是一片广阔的“待开垦的田地”，任何教师不论“起点如何”，只要做到研究“得法”，就会在数学元认知的教学与科研中摘得累累硕果。目前，数学元认知研究大多仍停留于移植和借鉴一般元认知的研究成果上，尽管这是一种由一般到特殊的研究方法，但仅局限于此，就不可能充分揭示数学元认知的本质，从而必定影响和限制数学元认知在数学教育实践中发挥其应有的作用。研究数学元认知可考虑运用下列方法：口语报告法、问卷法、评价法、假想情景法、个案+反思方法以及调查和实验方法等等。

### 1.3.3 中学数学思想、方法研究现状综述

基于数学思想、方法在数学教学中的重要性，数学教育类期刊及中学数学类期刊刊载了大量关于数学思想、方法及其教学的文章。笔者曾以这些文章及有关论著为文献源，对中学数学思想、方法的研究现状进行了综述研究，并归纳总结出几点研究现状：

#### 一、关于数学思想、方法的教育意义达成共识。

在查阅的文献中，有许多论文或从理论上或从实践上论及了数学思想、方法的教育功能及意义，并达成共识。

① 王延文主编《数学能力研究导论》，天津教育出版社，1999，91~106

二、关于数学思想、方法教学原则的认识基本趋于一致。

相当多的文献论及了数学思想、方法的教学原则，包括：渗透性、渐进性、明确性、系统性和学生参与原则等，认识基本趋于一致。

三、对数学思想与数学方法的定义存在差异。

尽管数学思想、方法已经成为数学教育研究中的热点问题，但数学教育界对其概念的的定义的认识并未达成统一。

四、对中学数学思想、方法的内容的认识分歧严重。

可以说，每位学者都是在各自的意义下谈论和使用数学思想、方法的，即使在同一分类前提下，两位学者谈论中学数学思想、方法的内容也不尽一致，当然可以肯定地讲，每位教师即使在各自的意义下选择数学思想、方法，指导数学教学，也均会取得程度不同的教学效果，这是因为，他毕竟或多或少使用着中学数学范围内应该重视的数学思想、方法。我们认为，为使教学研究更趋科学化，目前应尽快给出一些标准，在此标准下圈定中学数学思想、方法的内容，以从实践上大面积提高我国数学教育质量，从理论上促使数学思想、方法的学术研究再上新台阶。

五、广泛地开展了数学思想、方法的教学实践研究。

在查阅的文献中，大多数论文都结合教学实例说明了如何在具体数学知识或数学问题教学中进行数学思想、方法的教学。其中，MM、MA(发展学生数学思想 提高数学素养的实验 筹实验则系统地开展了数学思想、方法的教学实践研究。这些情况充分说明，数学思想、方法研究已不再是空中楼阁，而已经深深扎根于数学教育实践土壤之中。

总起来看，中学数学思想、方法的研究是较为深入的，而且研究者采用的主要研究方法不是借鉴和移植教育学、心理学研究结论和国外的研究成果。因此，中学数学思想、方法是具有我国特色和数学教育特色的研究课题。如果说数学教育科研领域，科研课题及其研究星光灿烂，那么，中学数学思想、方法及其研究当之无愧是其中的一颗耀眼明星。当然，这颗明星并非完美无瑕，譬如，

对有关概念内涵及其关系的揭示，考虑落实素质教育的需要及促进学生发展的需要，根据学生接受能力对中学数学思想、方法内容的圈定，如何利用数学思想、方法培养学生数学地思维，学生形成和掌握数学思想、方法的个性差异与规律等都是新世纪应予以继续深入研究的。

# 2

## 问渠哪得清如许

### ——几个成功实验在研究方法上的新意

人们在学习成功的数学教育改革实验时，比较注重改革的内容、措施和成果。其实，在成功的教改实验背后也必有思想观念的更新，有时还有研究方法上的突破。

我们结合《数学教育学报》的组稿、审读与作者推敲商讨等途径对青浦经验、GX 实验、MM 教育方式、935 实验和 JSJ 课题做了一些分析，觉得有些现象和问题很值得注意和思考，为此，写下来与大家一起探索。

总的看，青浦实验、MM 教育方式、935 实验是比较规范的。有课题的提出，有实验的总体设计，提出了实验的理论假设，安排了实验因子的操作和实验结果的分析鉴定……而 GX 实验与 JSJ 课题则不太拘泥于教育实验的种种规定。显然，我们不应简单地轻易地断言哪种方式好，哪种做法差。一般来说，较规范的实验容易得到教育界的认同，而约束少的实验往往为创新留下了较大的空间。为此，我们宁可放弃对某个实验的全面评价，而专在其特色与不足上做做文章。



### 青浦实验

顾泠沅先生在第 8 届国际数学教育大会（ICME—8, 1996 西班牙）上作了一个精彩、系统的讲演《青浦实验——一个基于中国当代