

数学教育个案学习

李士矚 李 俊 主编

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学教育个案学习/李士暕,李俊主编. —上海:华东师范大学出版社,2001

ISBN 7-5617-2643-0

I. 数... II. ①李...②李... III. 高等数学-高等学校-教学参考资料 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 036911 号

数学教育个案学习

主 编 李士暕 李 俊

封面设计 黄慧敏

版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社

市场部 电话 021-62865537

传真 021-62860410

<http://www.ecnupress.com.cn>

社 址 上海中山北路 3663 号

邮政编码 200062

印 刷 者 上海新文印刷厂

开 本 890×1240 开

印 张 5.125

字 数 140 千字

版 次 2001 年 8 月第 1 版

印 次 2001 年 8 月第 1 次

印 数 001—6000 本

书 号 ISBN 7-5617-2643-0/○·108

定 价 7.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换
或电话 021-62865537 联系)

内容简介

本书通过教育部师范教育司组织的评审,被正式列为“全国中小学教师继续教育教材”。

本书作者为我国中小学数学教育界的著名学者,拥有丰富的数学教育研究理论和实践经验,熟悉数学基础教育状况,了解数学教育改革的趋势。

本书紧密结合中小学数学教学实际,介绍了不同内容和形式的个案实例,并为如何反思、讨论个案拟订了分析的理论框架,指出解释情景的多种角度和应关注的重点,设计了一系列思考题,介绍了一些可供参考的讨论过程。本书可以帮助中小学数学教师有效地沟通、协调教育实践与理论,形成教学策略与方法,理解和掌握教学原理,更新教学观念。

本书适合中学数学教师、师范院校数学专业学生阅读。

编者的话

“个案学习”，在我国的教育界还是一个新名词。它是指一种教师培训的新方法。粗略地讲，个人通过阅读个案材料，了解具有特定意义的事件，在头脑中感知、反思和评价，然后进行小组讨论交流，并辅之以有针对性的理论学习，这就是“个案学习”。

“个案”，在公安、法学界常称为“案例”或“法案”，商界里有叫“商案”的，医学界则称之为“医案”，在教育界也有人称“案例”。“个案”这个词原来在教育界就是专业名词，不过专指“个案研究”。自20世纪七八十年代起，一些国家的教育工作者将发生在教学过程中的实际事例收集起来，作为师资培训的素材，专供教师们反思、分析之用。这种实际教学事例也称为“个案”。本课程使用“个案学习”这个词，是为了与“个案研究”有所区别。

个案学习的方式，在商业界，建筑界，公安、法学界，医学界采用得比较多，也较有效，但在教育界，即使是在国外使用时间也不算长。过去培训教师时，我们一般都是从介绍教育及教学理论开始，探讨和分析实际教学问题，举例加以说明。然而以往的经验告诉我们，这样的途径有时较难取得令人满意的效果，甚至达不到预期的目的。例如，受培训的教师会认为，所介绍的理论太空洞，离课堂实际太远，不知道有用还是无用；或是觉得，你引入的理论都对，但似乎没讲到点子上，怎么去做，还是不明白。而培训者又会抱怨受培训者对理论提不起兴趣，或者缺少理解领会能力。总之，在培训者和受培训者之间，虽然不能说存在着鸿沟，但多多少少还是有一些距离。当然，出现一些脱节的情况，并不意味着原有的培训内容和途径不行了、过时了，要用一种新形式来取代它。为此，除了作有针对性的改进，还可以寻找新的培训形式。多种形式的培训互补，可以取得更佳的实效。而寻找新形式的前提，是了解、分析在职教师的特长和兴趣，向他们提供适合其长处并令他们感兴趣的培训，以诱发他们的学习动机，自觉自愿地积极投入到培训活动中来。

大家都知道，在职教师最具优势之处，是他们有丰富的实践经验。他们成年累月地在学校里、课堂上“摸打滚爬”，对教学实践活动有着深切的体会，其中既有成功的喜悦，也有失败的烦恼，还遇到了不少无法解释的矛盾和疑问。所有这些，在他们的脑海中印象至深，记忆犹新，并且滋生反省和探究的欲望，一定有着学习理论、反思实践的强烈愿望和渴求。但是，由于他们受客观条件限制，例如：工作时间长，教学任务重，缺少能让他们茅塞顿开的指导，长此以往，对经验熟视无睹，对教训无可奈何。因此，设法建立一种“由下而上”，从实践入门来学习和理解理论的途径，将可能配他们的胃口，也有利于理论的普及和掌握。借鉴国内外的经验，我们就想到了“个案学习”的方式。受教育部委托，2000年在华东师范大学进行的两届中学数学教师国家级培训（园丁工程）工作中，我们尝试了“个案学习”的培训方法，获得了热烈的反应和可喜效果，取得了经验。以此实践为基础，经多方征集个案，并参考国内外的有关资料，我们编撰了这本教材。

编写本书的目的，是想倡导一种数学教师在职培训的新途径，改进数学教师培训的效果，引导他们利用个案反思教学实际，激励他们学习和理解教学理论，转变观念，改进教学。本教材按适应和促进素质教育的方向，紧扣数学教学实际，介绍不同内容和形式的个案实例。考虑到个案学习的可操作性，教材同时为个案的思考、讨论拟定分析的理论框架和观点，确定解释情境的多种角度及

关注的焦点,还提供一系列的思考题,介绍一些可以采用的讨论过程,便于培训者组织讨论和学员展开交流。最后,我们还提出一系列个案写作的专题,供受训教师在撰写自己的个案时参考。

我们愿目前的这一批个案,能为当前全国范围内广泛开展的各个层次上的骨干教师培训活动提供蓝本,同时也希望对其他中学数学教师的进修提高有直接的帮助。如前所述,个案学习是一条新的学习途径,我们希望能从一开始就能做得扎扎实实。在本教材出版使用的时候,我们尤其渴望倾听全国各地、各个层次的培训者和受培训者的意见,得到专家们的指导和批评,让这项工作得以改进和发展。同时也借此机会,向广大读者征集形形色色的个案,希望在大家的帮助下,像“滚雪球”那样,积累一批批个案,将本书发展成一个系列,使个案学习的内涵越来越丰富,道路越走越宽畅。

本教材由两部分组成。一部分是学习的内容,即第二章:个案精选。它应该看成是本书的主体。另一部分是学习的方法,包括第一章、第三章、第四章和第五章。因为个案学习是一种新的学习,首先了解学习的意义和方法才能投入,所以建议大家不妨先粗读一下有关方法的章节。在阅读内容部分以及开展个人反思和小组讨论时,也应经常翻阅一下方法部分,例如:再看一看“思考讨论题”,以便在边读边反思,或边讨论边反思时得到一些提示,使学习能深入下去。

特别要指出的是,书中列出的所有个案,均采自于教学第一线,绝大部分由中学教师亲自撰写,以此保证了它们的真实性,在很大程度上反映了我国数学教育的现实(出于尊重有关人物的原因,其中的人名等作了适当的处理)。因而首先要感谢程建中、郭茂荣等 34 位个案作者们扎实的实际工作和认真的写作。正是依靠他们的创造性的努力,为大家提供了学习和反思的对象和机会。我们还要感谢我校数学系领导们的鼓励与支持,感谢我校中学数学骨干教师国家级培训课题主持人张奠宙先生的指导,感谢骨干教师培训班班主任马继锋老师的热情帮助。

本书由李士矚设计框架,采集个案。李俊撰写了第二章第二节的第二、三、五、八、九、十小节。其余部分由李士矚编写。两人共同负责统稿。个案的提供者人数众多,分别署名于每篇个案的后面,不在此一一罗列。

作者

2001年3月

于华东师范大学

目 录

第一章 个案学习——一种教师培训的新方式	1
第一节 什么是“个案”?	1
第二节 什么是“个案学习”?	3
第三节 个案学习的意义	5
第二章 个案精选	10
第一节 为什么而教?	10
个案 1 一节“拖堂”的公开课	10
个案 2 “今天起不布置作业!”	12
个案 3 一个问题的三种答疑方式	16
个案 4 面对学生的奇思妙想	19
个案 5 “名次和发展,我该选择哪个?”	21
个案 6 公开课上的多媒体包袱	23
个案 7 这个公式可不可以用?	26
第二节 认识教学的复杂性	29
个案 8 同一例题的不同“命运”	29
个案 9 “点火”还是“灭火”?	36
个案 10 “四两拨千斤”	38
个案 11 “老师,我忘了”	40
个案 12 一次辅导的意外收获	43
个案 13 “全对”的背后	45
第三节 向教学实际学习	47
个案 14 他们受到什么力量的召唤?	47
个案 15 课本的“叛逆者”	52
个案 16 一次意外而又得意的导入	54
个案 17 提取错误解法中的合理部分	56
个案 18 从一个特例到一种有用的通法	59
个案 19 为什么扣两分?	61
第四节 关注学生的学	63
个案 20 荒唐的假设	63
个案 21 “为什么我的解答老是不完整?”	65
个案 22 我小看他们了	68
个案 23 “我该怎样记笔记”	70

个案 24 “我最熟悉的一个图形”	71
个案 25 摸着石头过河	73
第五节 理解是教学的中心	77
个案 26 i 的意义是什么?	77
个案 27 $0.999\cdots < 1?$	79
个案 28 “我的答案是对的”	81
个案 29 一个通病的反思	83
第六节 情感因素很重要	86
个案 30 足球迷不怕学数学了	86
个案 31 学生期盼什么	88
个案 32 不解的困惑	90
个案 33 还有谁在影响着她	93
第三章 个案的反思和理论学习	95
第一节 个案反思的思考题	95
第二节 分析个案的理论框架	98
第三节 本书中个案蕴涵的重要观点	138
第四章 个案讨论的组织和过程	141
第一节 个案讨论的组织	141
第二节 个案讨论的过程	143
第五章 大家都来写个案	147
第一节 数学教育个案的写作要点	147
第二节 数学教育个案的写作专题	149

第一章 个案学习

——一种教师培训的新方式

第一节 什么是“个案”？

要回答这个问题，我们不妨先按个案学习的方法，看下面的实例。它就是“个案”中的一个个案。

“其实我会做”

到了高三，年级里的高考气氛骤然紧张，不到三个月，已经进行了两次模拟考试。按照学校的规定，每次模拟考试之后，教师必须找成绩排名最后的几个学生面谈。

S同学两次都在面谈之列。其实她平时学习成绩还可以，高一、高二时还进入过班级前十名，但到了高三以后，考试成绩总是不理想，眼看着我内定的“本科苗子”就要“泡汤”，真是急死人。

第一次模拟考试之后，我曾狠狠地批评了她，责令她在办公室重做了一遍，不到半小时她就做完了，但是在第二次考试中她又重犯了第一次考试中的错误。这次面谈我想换一种办法。

“报告”，听到这胆怯的声音，我知道S来了。她满脸通红，眼泪都快流出来了。我连忙笑着安慰道：“不要紧张，这次我们一起分析一下错误原因好吗？”看我今天的脸色“阴转多云”，S的胆子也渐渐大起来。“其实我会做，一出考场我就知道怎么做了。不知道怎么搞的，一到考试我就紧张，就怕考不好。”S指着试卷对我说：“第8题我看漏了题目中括号内的条件 $a > b$ ，第10题我忘了 $q = 1$ 的特例，第17题和您上周讲的一道题类型差不多，这种类型的题目我都已经做过十几题了，可在考试时，我怎么也想不起来……”听完了S的叙述，我们一起做了统计，共错八题。其中的三题是审题不清或是遗忘了隐含条件，两题是因

为方法选择错误导致运算错误,还有两题的类型都会做,但当题目中问题的角度变换之后,就联想不起来,真正不会做的就一题。送走她,我陷入了深思。S同学的问题到底出在哪儿呢?

在高三复习过程中,教师往往只注重知识的传授,忽视了学生心理素质的培养。升学的压力、过重的课业负担,使学生承受着巨大的心理压力,容易造成心理失衡,出现了一考试就紧张,越紧张越考不好的现象,严重影响了他们学习成绩的提高。长达一年多的高三复习强化训练,从表面上看,学生温习和熟知了一大堆知识,教师也完成了教学任务,但实际上,这些知识往往容易被遗忘,根本没有内化为学生的知识和能力,稍加变化,学生便不会变通,影响考试成绩,影响心理健康。反思我们的教育,应该从中吸取教训。加强学生特别是高三学生心理健康教育应该是整个教育工作的重要环节之一,高三学生依然需要有一个宽松的学习环境,需要适时的心理调节和愉快的课外活动。教师不但要关心学生的成绩,还要关心他们的兴趣、意志、体力、精力等等方面。

除了心理压力,还有一些因素也影响着学生考试成绩的提高。比如,一部分学生知识掌握不完整,对有些定理、概念成立的条件不明确,忘记了特例,如等比数列求和公式中的 $q \neq 1$,而导致错误;有些学生采用的解题方法不好或不合理,导致运算烦琐,计算量大,准确性差;有些学生审题不准确、不仔细、不深刻,忽视对题目中隐含条件的挖掘,如函数定义域的范围,导致错误;还有些学生思维不开阔,当面对问题苦苦不得其解时,往往不会转换思考角度,寻找新的思路。

在复习形式上,教师通常习惯于“归纳题型”式的复习模式,重模仿,轻创造,以至于题目一变有些学生就束手无策。教师应该多给学生尝试发现的机会,尽可能让学生自我实践、自我建构数学的知识、思想、方法,应该在学生有了充分的数学实践和探求问题解决的经验以后让他们自己体会和总结。教师应了解学生的认知过程,使自己的教学方法更具有针对性和适应性,提高教学效率。

反省的同时,我也在思考:“不会做”、“其实会做”和“会做”之间到底有多大距离?

(安徽省广德中学 程建中)

从上述实例,我们可以了解到,所谓数学教育的“个案”,就是一个特定的故事,是指发生在数学教育过程中的某个方面的、含有丰富

信息和意义的一个事件,或是一组纵向或横向的事件。它比较详细地叙述一段具体的故事情节,一件发生过的事实,向人们提供人物、场合、过程、后果,引发思索。它包含有足够多的信息,可以代表或反映一类事物,蕴涵一定程度的理论原理,传达作者的某些理念和价值观,表达作者在某种层次上的感受、想法、态度及意愿。它可以指导数学教学与教育,帮助树立一种观念,明白一个道理,理解一个概念,学到一些方法。但个案本身不必都要正面陈述理论概念或观点,不一定直接探讨理论问题。个案还有个性特点,它呈现特定的问题情境,探讨因素和影响,作一定的分析和反思,希望引发讨论。

个案与教案有所不同。它是一个片段,一段情节,形式简洁,主题明确,比较集中。它包含的内容比教案更广泛,在形式上也比教案更自由,可以像文学中的散文那样,不拘一格,任作者发挥。当然,个案中可以包含教案或教学过程的片段,按作者的需要以说明某一主题。好的个案写得生动形象,不枯燥,不说教,且有“戏剧性”。描述的过程引人入胜,包含了令人感兴趣的悬念和矛盾冲突(例如,新旧观念不一致的看法;好的教学设计却引不出上佳的效果等等)。事件的发生、发展既在情理之中,又在意料之外,吸引读者身临其境,参与思考。

个案的显著特点是,以实际情境和过程为焦点,以其斑斓多彩、栩栩如生吸引大家的注意力,让大家从具体问题着手作理性的思考,深刻反省实际,分析矛盾,设想解决问题的途径,理解或树立有关的理论观点,有利于数学教育的改革实践。

第二节 什么是“个案学习”?

对于数学教师在职培训来说,大家的关注所在,自然是理论与实际的结合点。其实,任何一种教学或培训总会考虑到这个问题。然而,在职教师出于职业的本能,将会比接受职前培训的大学生更注重理论的适用性及实际效果。为此,我们需要有不同的思路去寻找结合点。过去,我们走的是从理论到实际的道路。首先着眼于以理论

原理及观点为框架,而后再去找实例,给以解释和说明,是“由上而下”的方式。这种方式本身是有用的,必要的,但它的弱点也已有所闻,例如:受训者在理论的俯视下可能会滋生“手足无措”的感觉,甚至会觉得理论不知所云。现在换一种思路,就可以得到“由下而上”的途径。从发生在中小学数学教师身边最常见的、最熟悉的现象或事件入手进行学习,效果将可能更好。

在本课程中,要求大家通过一批个案材料(书面的、录像的或口述的),了解关于数学教育方面的特定事件,先由个人对其进行评价和反思,然后在小组讨论中作交流,同时有针对性地学习数学教育的理论观点。我们还把受培训者自己编写个案作为个案学习的一项任务。所以,我们拟定的个案学习,为下列几个步骤:

1. 阅读个案
2. 分析思考
3. 学习理论
4. 讨论交流
5. 撰写个案

这是在教师集体培训的条件下的学习步骤,其他情况下开展个案学习也可作参考。

个案学习的特点是,以实际情境和过程为思考的焦点,让大家从具体问题着手作理论思考,反省实际,分析矛盾,设想解决问题的途径,理解有关的理论观点。先寻找实例,提供反思的对象,受培训者的学习兴趣与动机油然而生。然后,在分析讨论中他们会自然而然地不满足于就事论事的认识,诱发出寻找开展分析的理论工具的要求,进而转换成学习理论的动因。我们的尝试证明,受培训教师更乐意接受从实际问题入手展开的实践性和理论性学习。

“个案学习”不同于“个案研究”。个案研究是教育、心理等学科领域里的一种特殊的研究方式。它有特定的目标,用观察、测试、实验等等的手段,侧重对某一个人或一件事进行专门的调查了解,充分考虑具体特点,深入探索有关的信息,详细展示特定过程,以得出研究结论。个案学习则相对开放,比较“松散”,仅侧重于了解、讨论特

定事件的过程、信息及特点,根据各人的实际需要和现有水平,反思实践,获取经验教训。相对而言个案学习不是那么“严谨”,却容易开展。正是因为这种特点,几乎每一位数学教师都有能力直接介入到个案学习的活动中来,取得较大的收获。我们的另一个经验是:个案学习可以成为个案研究入门的“敲门砖”。通过个案学习,教师可以亲身体会、了解个案的意义及作用,转而产生掌握个案研究方法的要求,打开走上个案研究道路的大门。在我校进行的中学数学骨干教师的国家级培训活动中,当学员要着手数学教育课题研究时,许多人就把“个案研究”选为教育科学研究的方法之一。所以,“个案学习”与“个案研究”又有了联系,这也加大了“个案学习”的作用和影响。

第三节 个案学习的意义

数学教育的个案学习,是要通过实例介绍,个案反思、讨论及写作,引导受培训教师把注意力聚焦于实际的教育情境中的不太清晰的争议点上,引发深入的思考;并为探讨问题拟定分析的框架,确定讨论的中心及解释情境的多个侧面,以认识潜在的长处和缺陷,预测结果,检验教学原理在课堂教学中的适用性,思考今后的做法。最终是要达到分析问题,认识症结,理解原理,开阔眼界,转换思路,更新观念的目的。个案学习将由下而上地沟通和协调数学教育的实践与理论两个方面,形成结合点,成为数学教师职前教育和在职培训的新的、有效的手段。

数学教师出于数学专业的职业习惯,最关心“普遍性”、“概括性”问题。个案学习,要通过学习一组特定情境中的具体个案来取得收获,于是大家就自然而然会产生一个疑问:学习具体实例有用吗?有没有普遍性意义?要回答这个问题,有一个理论视角问题需要弄清楚。显然,教育理论作为理论,总是具备概括性的意义,用来指导面上的工作。这应该是毋庸置疑的。但是,教育理论与数学理论之间存在着某种性质上的区别,那就是:教育学不是像数学那样的一门演绎性科学。数学是在纯粹的、理想的条件下讨论问题。理论一

旦证实和建立,它的观点(原理、定理、法则等等)即具备了绝对的一般性,将覆盖所涉及的范围,保证了具体应用的有效性。然而,教育理论不是同一回事。教育、教学理论也具备了一般性,但在使用中,一般性的结论将不可避免地受到许多现实因素的影响,不得不被许多实际条件所牵制。影响它应用的因素非常复杂,例如:地区的发展、教学的专题、学生的基础、教师的水平以及教学观念的变化、教学目的的修正等等。它们作为“参变量”,都会对理论应用于实际教学发生影响,产生偏差。因此,教育、教学理论的运用不是一件简单的、直截了当的事情,要在“初始条件”方面下很大的工夫去考虑其适用性,也需要在应用过程中作出不断的调整,才可能有效。换句话说,理论能够为教学的诊断提供基础知识,甚至可能开出“药方”,但由上而下的学习理论的途径并不一定向教师们提供将处方与特定情境联系起来的机会。教育、教学理论作为总体上的指导原理,对教师的实际操作来说,或多或少还是含糊的东西。要使之清晰起来,只有将其真正嵌入到纷杂的环境和过程中去。因此,“教师需要向经验学习”。

个案学习正好在这方面发挥优势,它以丰富的具体教学情境为理论与实践的结合提供生动的注解。个案涉及到事件的情节、前因后果,以及作者本人的感受和思考,把情境细化了;它将一段过程详细展开,娓娓道来,动态的描述给抽象理论以生命和血肉。针对有血有肉的事例,教师以看得到、摸得着的情境为载体开展理性思考,理论就不再是一些抽象的名词、原理。受培训教师的视线落在复杂多变的现实中,他们将把自己放到情境里,设身处地思考处境和对策,体会将十分真切,理论的理解和运用将变得更加迫切。

我们把个案学习定位在“向经验学习”,其含意是:以实践为出发点和归宿。这首先是指:了解提供的个案,就了解了自己以前未曾了解、今后可能会发生在自己身边的事件,看到了一些真实的问题、看法、思想,积累一些经验,铭记一些教训,见多识广,开阔眼界。这一点是基本的,当然很要紧,但是,仅仅停留在这一水平是不够的。个案学习要有更深刻的意图和更高的要求,需要尽量挖掘个案的功能,充分发挥它们的效益,“用足”个案资源。我们提议的个案学习的

“基本模式”是“个案+反思”。个案学习,除了了解个案事例外,重点应当放在反思上。“反思”,本来应当指自己对自己作反省,从较高层次进行再思考。现在,我们将教师作为一个整体看待,在这个意思上,对别的教师的个案作反省,仍然可以称为“反思”。由此,个案学习具有以下三方面的意义:

1. 个案学习可以帮助反思

每一位教师都有自己的教学实践。长期的日常工作积累了大量经验、教训和棘手的两难处境或百思不得其解的困惑。然而,有时反省自己并不是一件轻而易举的事,此所谓“只缘身在此山中”。现在,个案为我们呈现一批反思对象,开启了一扇特殊的反省教学实践的窗口。因为是他人的经历,而且有“半虚拟”的性质,大家将能跳出“当局者迷”的处境,可以用平等、以至俯瞰的眼光来审视,像旁观者那样,放开手脚,评头论足,说三道四,甚至可以吹毛求疵,语言尖锐、“刻薄”一点也无妨。

个案学习中,反思可以有很多层次,我们现在至少有三个层次的反思可以进行。第一层次的反思,指对个案中的实际事件反思。例如,对本章一开始的那篇个案可以考虑:事件中的人物究竟怎么啦?这位学生为什么会变成这样?有几种原因?教师起初怎么做?后来他想怎么做?他考虑到了什么问题?通过这一层次的反思,弄清基本事实及基本因果关系,并提出你的判断的根据。

第二层次的反思,是对个案作者的描述的反思。呈现在受培训者面前的个案,是由别的教师撰写的。它必定带有作者的思想倾向(例如:前面那个个案中,教师思考学生的智力的、情感的因素,分析环境影响,评价学生说法时的观点倾向),或是积极的,或是消极的,或是坚定的,或是犹豫不决的。你对这种倾向有何种看法?持什么态度?肯定之或否定之?为什么?等等。

第三层次的反思,对个案的讨论交流作反思。如:交流中大家发表各自的见解,遇到了怎样的碰撞和争议?为什么?你认为哪种观点更能说服人?如果大家的意见相当一致,你认为正常吗?有什么根据?等等。这一层次的反思,是对上面两个层次的反思的反省,

即对个案反思这个实践的反思。

这些反思,既可以是对个案的整体性的探究,也可以是局部或细节上的思索。正是通过这些反思,将个案学习在实践方面引向深入。

2. 个案学习可以帮助组织经验,更新教学观念

关于教与学的知识,是理论观点和个案的结合。个案作为一个侧面、一个例证,有其无可替代的作用。个案镶嵌于具体情境之中,有时间,有地点,有人物,有起始和结果,有过程和情节,于是,研究个案,将会更加关注理论原理的适用性问题。教师必定会将个案及其反省的心得与自己的工作联系起来。这种联系又可以是多方面的。例如:将个案与“回顾”联系。于是,就可能会把个案所提示的具体情况和具体做法,与自己过去遇到过的情况和做法作比较,开展分析,吸取营养。大家又会把个案与“展望”联系,也即:考虑将有关的体会与收获应用于将来的实际教学。例如:设想一些自己的具体情境,其中可能利用到个案中处理问题的方式;或是将个案的经验作归纳或类比,总结出自己的理性见解,用以指导一类情况;也可以将个案处理为自己理解某理论观点的一个“注解”。经过去粗取精、去伪存真、由表及里的反省分析,反思者将由下而上地发展出紧密结合教学理论的有效经验性的理解。个案写作,则提供了机会,让每一位教师能思考自己的实践,在书面描述的条件下,深刻反思和组织个人的经验教训。

3. 个案学习还可以沟通理论和实践,促进理论分析水平的提高

“麻雀虽小,五脏俱全”。好的个案,作为一类事件的“个别案例”,一种观点的典型、范例,本身蕴涵了一定意义上的“概括性”,能给理论的血脉增添新鲜血液。为将这种概括性清晰起来,突现出来,就需在理论层面上对个案作适当的分析。个案的理论分析也能促进个案含意的深入开发。这样,可以使我们避免“缺少实例的理论”和“缺少原理借鉴的实践”的状况。为达到这一目标,受培训者除了利用个人已掌握的观点,在现有水平上作探讨外,自然会要求开展恰当的理论学习,掌握武器,拓广眼界,用理论的解剖刀“解剖麻雀”,尽可能全面地剖析个案。这对中小学教师而言,既是一个机遇,也是一个

挑战。实践证明,由于有“对症下药”的实际需要,他们对由个案反思和讨论引发的理论学习很感兴趣,并且能收到一些“立竿见影”的效果。这种学习不必作统一要求,不必要求过高,可以作个性化的处理,各人“缺什么补什么”,扎扎实实地了解一些新的观点,又学会运用这些观点对具体问题作具体分析的方法。下面举一个例子。

某个案中,一位中学生在做一道解析几何题时,实在无法用代数方法求得某圆心的坐标。在百般无奈的境况中,她就把坐标系及图象画得准确点,再利用直尺量出了该点的位置,找到其坐标。对这种做法,她的老师评价说:“量,也是一个办法。”这个见解对不对?可不可以这样说?为什么?如此一个细节,既可简单评论,也可深入分析。如果按传统的、绝对主义的数学观看,这么做是不允许的,教师的说法就是错的;但如从教学的观点看,似乎应该准许这么做,学生毕竟有一点思路,好歹也看到了结论。而深入分析,就需借助理论,展开纵向和横向的讨论。例如,要是学习教师数学观发展的理论,就了解到,数学教师随着自己教学经验的增长和发展,他们的数学观会从数学的二元论转变到多元论,再到相对论。二元论将数学划定为两极世界,非对即错,并且要由权威裁决。上面的前一种判断就出于此。但多元论的观点意味着,即使在数学角度看来,一个做法也不是非好即坏,所以,学生这么办有一定的合理性,可以允许。在教学上,则应当宽容。而站在相对论的立场,眼界将更为开阔,学生做法的合理与不足都是相对的,应解释为它是学习发展过程中的某一步,还需要积极、恰当的推动和引导。问题解决得好与坏,关键要看教师肯定它以后,能否有进一步的说法与做法。由此,学生学的问题的判断也自然地转变成教师教的问题的思索,与教师反省自己挂上了钩。

不可否认的是,个案学习除了具有上述重要意义,还存在着局限性。这主要产生于个案自身。说到底,个案毕竟只是一般情况的一种具体的例证,它的寓意再深刻,也只能代表理论的普遍意义的一部分情境。这个局限性在整个学习过程中都应给以注意。但这并不妨碍个案学习方法的采用,它和专门的数学教育理论的学习能够互补,相得益彰。

第二章 个案精选

第一节 为什么而教？

个案 1 一节“拖堂”的公开课

初三年级开展教研活动，讨论如何在课堂教学中渗透素质教育思想。老师们一致认为应该改变过去“满堂灌”的做法，在课堂教学中给学生们较大的发展空间，培养他们的创新意识，并拟定由青年教师 A 上一次公开课。根据教学进度，这节课应该是函数这一章的复习课。

课前，A 老师向我谈了他的教学设计并让我提提意见。他设想要达到两个教学目的：一是巩固函数的概念，二是进一步熟悉在平面几何图形中建立两个变量之间函数关系式的方法。教学程序是：复习提问—展示例题—分析解法—学生练习—小结和布置作业。他打算安排 1 到 3 个例题，其中的一题是这样的：

“如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ， $BC = 6$ ， P 为 BC 上的一点，过点 P 作 BC 的垂线，交 AB 于点 D ，交 CA 的延长线于点 E 。设 $BP = x$ ，四边形 $PCAD$ 面积为 y ，求 y 关于 x 的函数关系式。”

我给 A 老师的建议是：① 例题只选这一题；② 讲完此题后，讨论图中还有哪些量可以表示成 x 的函数，要求学生给出尽可能多的解答，并写出函数关系式；③ 讨论以活动的形式进行，比如让学生

