

全国中小学教师继续教育数学专业教材

数学教育比较与研究  
(修订本)

陈昌平 主 编

黄建弘 邹一心 副主编

教育部师范教育司组织评审

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学教育比较与研究/陈昌平主编。-上海:华东师范大学出版社,2000.12

ISBN7-5617-2449-7

I. 数... .陈... . 中小学—数学课—教学研究:对比研究—世界  
IV. G633.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 58673 号

数学教育比较与研究(修订本)

主 编 陈昌平

责任编辑 宋维锋

封面设计 黄惠敏

版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社

发行部 电话 021-62571961

传真 021-62860410

社 址 上海市中山北路 3663 号

邮编 200062

印 刷 者 浙江大学印刷厂

开 本 890×1240 32 开

印 张 14.5

字 数 395 千字

版 次 2000 年 12 月第一版

印 次 2000 年 12 月第一次

印 数 8000

书 号 ISBN7-5617-2449-7/0.093

定 价 19.00 元

出 版 人 朱杰人

主 编 陈昌平  
副主编 黄建弘 邹一心

编著者

毛力熊 上海浦东新区教育培训中心数学教育硕士  
孙联荣 上海新世纪实验学校数学教育硕士  
王家凤 上海普陀区教育学院副教授  
忻重义 华东师范大学数学系副编审  
邹一心 华东师范大学数学系编审  
陈昌平 华东师范大学数学系教授  
张福生 上海市教委教研室数学特级教师  
郑 炼 上海师范大学数学系副教授  
赵小平 华东师范大学数学系副教授  
唐复苏 苏州大学数学系教授  
黄建弘 上海师资培训实验基地数学特级教师

## 前言

全面推进素质教育，是当前我国现代化建设的一项紧迫任务，是我国教育事业的一场深刻变革，是教育思想和人才培养模式的重大进步。实施“中小学教师继续教育工程”，提高教师素质，是全面推进素质教育的根本保证。

开展中小学教师继续教育，课程教材建设是关键。当务之急是设计一系列适合中小学各学科教师继续教育急需的示范性课程，编写一批继续教育教材。在教材编写方面，我司采取了以下几种做法：

(1)组织专家对全国各省(区、市)推荐的中小学教师继续教育教材进行评审，筛选出了 200 余种可供教师学习使用的优秀教材和学习参考书；

(2)组织专门的编写队伍，编写了 61 种教材，包括中小学思想政治、教育法规、教育理论、教育技术等公共必修课教材；中小学语文、数学，中学英语、物理、化学、生物，小学社会、自然等学科专业课教材。上述教材，已经在 1999 年底以《全国中小学教师继续教育 1999 年推荐用书目录》(教师司[1999]60 号)的形式向全国推荐。

(3)向全国 40 余家出版社进行招标，组织有关专家对出版社投标的教材编写大纲进行认真的评审和筛选，初步确定了 200 余种中小学教师继续教育教材，这批教材，目前正在编写过程中，将于 2001 年上半年陆续出版。我们将陆续向全国教师进修院校、教师培训基地和中小学教师推荐，供开设中小学教师继续教育相关课程时选用。

在选择、设计和编写中小学教师继续教育教材过程中，我们遵循了以下原则：

1. 从教师可持续发展和终身学习的战略高度，在课程体系中，加强了反映现代教育思想、现代科学技术发展和应用的课程。

2. 将教育理论和教师教育实践经验密切结合，用现代教育理论和方法、优秀课堂教学范例。从理论和实践两个方面，总结教学经验，帮助教师提高实施素质教育的能力和水平。

3. 强调教材内容的科学性、先进性、针对性和实效性，并兼顾几方面的高度统一。从教师的实际需要出发，提高培训质量。

4. 注意反映基础教育课程改革的新思想和新要求，以使教师尽快适应改革的需要。

中小学教师继续教育教材建设是一项系统工程，尚处在起步阶段，缺乏足够的经验，肯定存在许多问题。各地在使用教材的过程中，有什么问题和建议，请及时告诉我们，以便改进工作，不断加强和完善中小学教师继续教育教材体系建设。

教育部师范教育司

二〇〇一年十一月一日

## 原序

多年来，我由于指导数学教育与数学哲学专业研究生的需要，除了对我国中小学数学教育的现状和历史作较深入的了解外，还通过各种途径(包括邀请外国专家来华讲学和自己到国外参加学术交流活动，收集和阅读外国的教学大纲、教材和数学教育理论书籍，实地参观访问外国中小学的教学活动等)对一些发达国家的数学教育状况进行调查研究的需要，就尤为殷切。但是，随着我的了解渐多，我的感触也愈深。我深深感到，我国的数学教育工作虽然有着自己的特点和长处，诸如我们几十年来一贯地强调基本知识和基本技能的重要性，一贯地重视培养学生的运算能力、逻辑推理能力、空间想象能力、分析问题和解决问题的能力，等等；这些观点和相应的措施使我国学生在数学基本知识和基本技能方面得到了较好的学习和训练，可以说，在这方面走在世界的前列。这种长处是值得我们努力保持的。但是，另一方面，我们的工作由于受到了片面追求升学率这个紧箍咒的严酷的束缚，或许还添上别的一些什么原因(例如近年来搞得泛滥成灾的数学竞赛)，越来越向窄而深的方向走，以解难题、偏题、怪题为荣，还竟然以“培养突出人才”相标榜。这种状况，拿来同一些发达国家比较，就显出了我们的工作保守有余而开拓无力的龙钟老态。特别是，当我见到美国人在数学教育研究中所表现出来的强烈的时代感、对信息社会与工业社会的数学教育特点的异同研究、及对新世纪数学教育应有风貌的探索中所显示的热情；法国人对数学教育现代化与民主化的执着追求和对教学实施中许多新见解的提出(如对图象——包括荧屏演示——的重要性及其做法的论述)；德国人对皮亚杰理论的推崇与贯彻、以及对数学教育和数学史所抱有的人文主义的态度；日本人的使用“数学素养”(Mathematical Literacy)和“数学思维”(Mathematical Thinking)的交与并去确定数学必修课与选修课范围

与内容的理论等等，这时回观我国数学教育的现状，就使我不禁生出一种危机感，即如果我们还继续陶醉于奥林匹克金牌的耀眼光辉，还继续迷恋于追求高考的高分而固步自封，停滞不前，那么我们难免会受到历史的惩罚的。这种危机感使我萌生了一种愿望，即把我们所知的有关发达国家数学教育中的一些最重要的事项介绍给我国的数学教育界，以期获得“他山之石，可以攻玉”的效果。恰在这时，上海市教育局师教处为教师进修院校数学教师培训的工作而需要编写教材。于是在上述愿望与需要的共同推动下，我和黄建弘、邹一心两位老师一起，邀集了一群志同道合的同志，参考了由上海市教育局师教处主持论证并通过了的师资培训教学大纲，经过四年的工作，撰写了这本书。

本书分为两篇。第一篇“发达国家的中小学数学教育”；第二篇“中小学教学中数学思想方法的形成与发展”。

对第一篇的写作，我们虽然有比较(也有研究)之意，但我们却无意于按严格意义下的“比较教育学”的要求(1)去进行工作，而是抱一种低姿态，即从我们收集到的各国数学教育的资料中，摘其精华，分成“学制与课程设置”、“教学大纲”、“教材特点”、“教学特点——回顾与展望”四个部分，对六个国家的数学教育进行介绍，并把这种介绍简单地、直接地呈献于读者，让读者自己去比较，特别是拿各外国的状况来同我国的状况进行比较。我们这样做，一方面是因为我们能收集到的资料有限，而更为重要的是我们认为“数学教育学是数学教师职业的科学”(2)的提法比较正确，比较可取，它(数学教育)需要有正确的理论指导，但尤其重要的是必须结合实际。如果我们的数学教师(他们是我们心目中的主要读者)能从我们的介绍中，结合自己的教学实践进行思考而获得点滴的启发，那么我们认为我们的工作就达到它的目的了。我们虽然抱着这种低姿态，但在撰写中，我们也有着自己的追求，其中最主要的有以下几点。1. 资料尽量地要求原始、新颖——即直接采自各该国近年来发表的资料。2. 在篇幅容许的范围内，信息量要尽可能地大。3. 介绍各种论点时，要忠实于原材料，不要掺杂笔者个人的意见，让原始材料说话，而把判断留给读者。

对第二篇的写作，我们采取了相似于第一篇的态度：不作一般性理论的探讨，而只根据作者们在自己长期的教学与研究中所获得的心得体会，对在中小学各阶段的数学教学中，如何实施有关数学思想方法的形成与发展的教学，以加强数学能力培养的问题，阐述自己的意见。我们认为，具体的教学是一种复杂的过程，其成败优劣，受制于众多的因素，因此教师必须根据当时当地的具体情况随机应变地去选择适当的教学方法，这种情况使得有人有“教无定法”之叹。这种感叹是有它的道理的。所以，我们在本书的论述，只作为一种参考意见，呈献于读者，其主要意义不在于给出什么答案，而在于提出问题。我们认为，在教学方法的范畴里，提出问题比给出答案远为重要。倘若我们所提的问题和所作的阐述能引起读者的注意和思考，那末我们认为我们这部分的工作就达到它的目的了。

从以上所说，读者容易觉察到，我们的书留下了一个巨大的缺口，那就是：缺乏一般性理论的探讨（其实，无论对国外经验的考察，或对教学方法的思考，都需要一定的理论知识加以指导）。这种感觉是正确的。实际上，本书起初的计划，除上述两篇外，还有第三篇，即“现代数学理论纲要”篇（这也含在上海市教育局师教处通过的师资培训教材大纲之中），企图对现代、特别是对第二次世界大战后国际国内的数学教育理论，作精要的阐述。但限于篇幅，只得暂时割爱，而把它留作我们第二步的工作了。

本书的撰写工作分配如下。第一章陈昌平，第二章和第三章黄建弘，第四章郑炼，第五章唐复苏，第六章毛力熊，第七章严华祥，第八章邹一心、奚定华，第九章王家凤，第十章赵小平，第十一章朱成杰。

在撰写本书的过程中，我们得到了许多国际友人、学者和国内同志们的帮助。其中，我们特别要感谢的是法国巴黎赛利让松高中数学老师拉波莉夫人(Mme Colette Laborie, ycee Jansondeailly)；德国魏恩嘉尔登高等师范学院的费烈德利希教授(Prof. Dr. Anna Maria Fraedrich, Weingarten Pädagogische Hochschule)，德国汉斯·赛得尔基金会上海师资培训中心德方负责人雷纳先生(Herr

Günter Renner), 德国迪林根教师进修学院的菲希特纳先生(Herr Richard Fichtner, Dillingen Akademie für Lehrerfortbildung); 日本国立教育研究所科学教育研究中心主任泽田利夫先生; 俄国莫斯科大学副校长、莫斯科大学附属数理中学校长德米特·阿勒拉罗夫(Д. М. Алларов)教授; 英国拉夫伯勒理工大学的格林博士(Dr. D. R. Green, Loughborough University of Technology); 美国南伊利诺斯州大学的贝克教授(Prof. Jerry Becker, Southern Illinois University), 美国芝加哥大学的尤西斯金教授(Prof. Zalman Usiskin, University of Chicago)。他们给我们提供了大量的资料。

我们还要特别感谢上海徐汇区教育局的陈永明老师和华东师范大学出版社倪明同志。陈永明老师在 1991 和 1992 年本书草创期间为本书的撰写做了许多奠基的工作; 倪明同志对本书多处的内容提出过宝贵的意见, 都为我们高兴地采纳了。最后, 我们也还要特别感谢上海师资培训实验基地, 它为我们提供了大量的中外文资料。

我们希望本书除了可用作教师培训的教材外, 还能为数学教育研究工作者、数学教材编写者、数学教育行政管理人员等提供参考。限于我们的水平, 书中谬误之处, 在所难免, 我们诚恳希望读者指出, 帮助我们改正。

陈昌平

1994 年 10 月写于华东师范大学

[注释]

- (1)关于“比较教育学”, 可参阅《中国大百科全书·教育》第 20 页。
- (2)见 E. Wittmann 《Grundfragen des mathematikunterrichts》(《数学教育的基本问题》)。

## 修订本序

《数学教育比较与研究》出版后，深受中小学数学教育研究人员及教师的欢迎。上海师资培训中心实验基地、原上海教育学院数学系、上海有关区、县等单位都曾以此书举办了多次教师继续教育培训班，华东师大数学系也曾将此书作为研究生的教材，效果好，广受称誉。

在上述基础上，1999 年国家教育部师范司专家组推荐本书为全国继续教育的教材，并提出了对原书的修改意见。

编写组根据修改意见，对原书第一篇的有关章节增加了一些最新的信息材料，但第一篇的格局和第一版相比，基本相同。

修订工作主要在原书第二篇。

其一删去了原书的第二篇，以缩小书的篇幅，使更利于作为教本使用。

其二补充新的第二篇，名之为《国内外数学教育比较与研究》。结合中学数学的几个主要领域(代数、几何、概率统计、微积分初步、计算器应用)进行中外数学教育的比较论述，希望给读者以启发和引导。

我们的修订工作分配如下：

第一篇各章由原作者负责修订。

第二篇的作者为：第一节孙联荣，第二节张福生，第三节赵小平、张福生、邹一心，第四节王家凤，第五节忻重义。

整个修订工作的筹划与组织，主要地是在邹一心同志主持下进行和完成的。

这里还要说明的是我们对原书第二篇的态度：因这次的修订本主要地是作为教材使用，受篇幅所限，我们不得不将原书第二篇忍痛割爱。但原书第二篇深受读者钟爱。原书出版之初便有读者要求：希望第二篇独立成册出版，以便于使用。我们愿日后作进一步修改与补充，进一步提高质量、争取独立成书出版，以应读者要求。

最后，要感谢国家教育部师范司专家组的同志们，还要感谢华东师范大学出版社的倪明同志(第一版)及宋维锋同志(修订版)，在他们的大力帮助下，本书的修订本才得以顺利出版。

修订本不足之处，敬请读者赐教。

编者 二 年五月

## 目录

第一篇 发达国家的数学教育 .....	14
引言 .....	14
第一章 法国的中小学数学教育 .....	14
第一节 学制与课程设置 .....	14
第二节 教学大纲 .....	17
第三节 数学教材 .....	54
第四节 法国数学教学的特点(回顾与展望) .....	78
第二章 德国的中小学数学教育 .....	87
第一节 学制与课程设置 .....	88
第二节 中小学数学教学计划 .....	93
第三节 中小学数学教材 .....	118
第四节 德国中小学数学教育的由来与发展 .....	142
第三章 日本的中小学数学教育 .....	160
第一节 学制与课程设置 .....	160
第二节 算术·数学学习指导要领 .....	164
第三节 教材与教学研究 .....	183
第四节 日本中小学数学教育的由来与发展 .....	198
第四章 俄罗斯(及苏联)的中小学数学教育 .....	208
第一节 学制与课程 .....	208
第二节 教学大纲 .....	210
第三节 教材 .....	233
第四节 回顾与展望 .....	249
第五章 英国的中小学数学教育 .....	266
第一节 学制和课程设置 .....	266
第二节 国家课程中的数学与 A 水平数学 .....	269
第三节 教材简介 .....	296
第四节 英国中小学数学教育的特点 .....	317
第六章 美国的中小学数学教育 .....	327

第一节	美国的基础教育学制和课程设置 .....	327
第二节	美国中小学数学课程标准 .....	329
第三节	美国中小学数学课程和教材 .....	359
第四节	美国中小学数学教学特色 .....	375
第二篇	国内外数学教育比较与研究 .....	383
引言	.....	383
第七章	研究国际数学教学状况 改进我国数学教学 .....	383
第一节	方程与函数 .....	383
第二节	综合几何 .....	392
第三节	概率统计 .....	405
第四节	微积分 .....	429
第五节	计算器 .....	432

# 第一篇 发达国家的数学教育

## 引言

本篇收集了法国、德国、日本、俄罗斯(及苏联)、英国和美国中、小学数学教育的大量最新信息资料,虽然国与国之间发展不尽平衡,内容不尽相同,但每章都对下列四个方面作了比较详尽的介绍:

一、该国的现行教育体制,特别是中、小学的学制、课程设置、数学的课时数。

二、当前该国中、小学数学教育的目的、任务及教学大纲(教学计划或课程标准)。

三、该国中、小学数学现行教材。

四、该国数学教育的特点、回顾与展望。

我们希望通过上述发达国家数学教育的现状及发展趋势中揣摩出当今世界中、小学数学教育发展的大致走向及规律。这个走向与规律大体上是适合大部分国家的,因为它是学校数学教学的共同财富。我国的数学教育改革正随着经济的飞速发展而逐步深入,中国 21 世纪的数学教育将是一个什么样子呢?我们也希望从发达国家数学教育的发展趋势中能得到一些借鉴。

## 第一章 法国的中小小学数学教育

### 第一节 学制与课程设置

法国儿童 6 岁进小学,小学学制 5 年,属义务教育的初级阶段,第一年称预备阶段,第二、三年称基础阶段,第四、五年称中级阶段。1975 年颁布的《教育法》中规定:初等教育的任务是,“使儿童掌握认识事物的基础工具,发展智力、艺术灵感和手工以

及运动机能，与家庭共同进行道德与公民教育。”课程分为三类：(1)基础文化知识课(法语、数学)；(2)启蒙课(道德、历史、地理、观察实习、图画·手工、唱歌)；(3)体育课。<sup>[1]</sup>自1985年秋开始，根据教育部令，小学每年皆设法语、数学、科学·技术、历史·地理、公民教育、艺术教育、体育七门课程，每周授课时数皆为27学时，其中法语的周课时从第一学年至第五学年分别为10、9、8、8、8，数学则为6、6、6、6、6。

中等教育分初中、高中两个阶段。初中4年，高中3年。自小学至高中一年级的10年为义务教育期。

初中课程，1979年前有三类必修课：(1)基础课(法语、数学、外语、技术)；(2)启蒙课(史地、公民、生物、图画、音乐、教导)；(3)体育·运动课。第三、四学年添设选修课(法语、希腊语、第二外语、第一外语(补习))。1979年后，必修课改为九门(不再分类)：法语、数学、外语、史地、经济·公民、实验科学、艺术教育、手工·技术、体育·运动，其中数学课每周授课时数从第一学年至第四学年分别为4、4、5、5；选修课则增设为九门：拉丁语、希腊语、第二外语、第一外语(补习)、技术学A(美工)、技术学B(建筑)、技术学C(服务、衣料)、技术学—工业、技术学—经济，规定学生必须选修一门以上。必修课的周课时第一、二学年为29，第三、四学年为26.5。

高中分普通高中和职业高中两类。职业高中招收初中毕业生，学制2年，或招收初中前2年课程(1979年前称为“观察期”)学习结束的学生，学制3年。其任务是培养技术工人或职员，本书对它不再作介绍。

普通高中学制3年，采用分科制，以准备升学为主。自1981年起，高中一年级不再分科，其后两年则分为8类：A(文学哲学)、B(经济社会科学)、C(数学与物理)、D(数学与自然科学)、E(数学与技术)、F(工业技术)、G(经济技术)、H(信息学)。高中二年级把C、D二类合并称为S(科学)类。

高中课程设置繁多，这里将其中主要的予以介绍。

高中一年级的课程，自 1983 年以来开设如下：必修科目七门，其名称与周课时为：法语(5)、历史·地理·公民(4)、第一外国语(3)、数学(2.5+(1.5))、物理(2+(1.5))、自然科学(0.5+(1.5))、体育·运动(2)，周课时共计为 23.5，其中，数学、物理、自然科学三门课都规定每周要有 1.5 课时用于上习题课或实验课(如记号+(1.5)所示)，称为“强化学习”，旨在使学生扎实地掌握这些学科的知识。除必修课外，开设众多的选修课，分为指定选修科目和任意选修科目两类。指定选修科目有产业技术、实验技术、医疗技术、应用美术、第二外语、经营管理、打字、音乐、体育等十余门，要求学生至少选修其中一门；任意选修课有第三外国语、艺术、家政、劳作技术等。

高中二、三年级的课程，也分必修、指定选修、任意选修三类。自 1981 年以来，必修科目的开设，如表 1.1 和表 1.2 所示，各类学生所修课程相同，而每周的课时数不同。

高二、三年级的指定选修课有古代语、现代语、艺术等科目，学生必须选修其中的一门；任意选修课有拉丁语、希腊语、第二外语、第三外语、技术学、经济·管理、音乐、雕塑、手工技术、体育等。

表 1.1 高中二年级必修科目及每周课时

周 课 时 学科	类别	A		B	S (C, D)	E
		A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>			
法 语		5	5	4	4	4
史·地·公民		4	4	4	4	2
第一外语		3	3	3	3	3
自然科学		1+(1)	1+(1)	1+(1)	1+(1 $\frac{1}{2}$ )	
物 理		$\frac{1}{2}+(1)$	$\frac{1}{2}+(1)$	$\frac{1}{2}+(1)$	3 $\frac{1}{2}+(1 \frac{1}{2})$	3 $\frac{1}{2}+(1 \frac{1}{2})$
数 学		5	2	5	6	6
经济·社会 技 术				3+(1)		12
体育·运动		2	2	2	2	2

表 1.2 高中三年级必修科目及每周课时

周 课 时 学科	A		B	C	D	E
	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>				
哲 学	8	8	5	3	3	3
史·地·公民	4	4	4	3	3	
第一外语	3	3	3	2	2	2
自然科学				1+(1)	2+(3)	
物 理				$3\frac{1}{2} + (1\frac{1}{2})$	$3\frac{1}{2} + (1\frac{1}{2})$	$3\frac{1}{2} + (1\frac{1}{2})$
数 学	5	2	5	8+(1)	6	8+(1)
经济·社会			4+(1)			
技 术						11
体育·运动	2	2	2	2	2	2

## 第二节 教学大纲

### 一、小学数学教学大纲<sup>[2]</sup>

根据法国国民教 1990 年印发的文件《小学教学大纲书》，小学数学教学大纲是作为该文件的一部分而出现的。该文件强调了小学七门课程(见本章第一节)的内在联系，要求它们协调配合，以完成小学教育的任务，因此，它所提出的教育和教学原则，要求各门课程都要遵守。这些原则中，下列几点引人瞩目。

(1)鲜明地表达了教育为政治服务的思想。它提出“小学是传授基础知识的场所，它对民主政治的发展起着决定性的作用”，“它要教会学生独立思考，教育他们向往自由”。文件说，“本《大纲与指导书》所追求的目的就在于为国家提供坚强的、活跃的、面向未来的小学”。

(2)强调了现代化。认为这是培养 21 世纪公民所必需的。

(3)强调了基础知识的重要性。认为帮助学生掌握基础知识是小学成功之路。

(4)强调了教师的独创性与责任心。要求教师因地制宜、因材施教，选择适当的教学方法，激发学生的学习兴趣，开发学生的智慧，培养学生的能力；还要求教师对学生全面负责，认为即使在学校内部的或外部的管辖权力发生转移的情况下，也应如此。