中学实用参考手册

数学教与学

（一）

主编：卢炳瑞

延边大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

中学实用参考手册/卢炳瑞主编. —延吉:
延边大学出版社, 2004.11
ISBN 7-5634-2925-5
Ⅰ. 中… Ⅱ. 卢… Ⅲ. ①中学-教学
参考资料-丛书 Ⅳ. G633

中学实用参考手册·数学教与学（一）

作　　者：卢炳瑞
排版设计：盛世文化传播（北京）有限公司

出版发行：延边大学出版社
社　　址：延吉市公园街 105 号
邮政编码：133002

印　　刷：北京忠信诚印刷厂
开　　本：880×1230mm　1／32
总 印 张：575　字数：4 900 千字
版　　次：2004 年 11 月第一版
　　　　　2004 年 11 月第一次印刷
印　　数：1-1 000 册
书　　号：ISBN 7-5634-2925-5／G.026
总 定 价：1656.00　本册定价：18.00

目　录

◎ 哥德巴赫猜想

公元 1742 年 6 月 7 日德国的业余数学家哥德巴赫写信给当时的大数学家欧拉，提出了以下的猜想：

1、任何一个 n36 之偶数，都可以表示成两个奇质数之和。

2、任何一个 n39 之奇数，都可以表示成三个奇质数之和。

这就是著名的哥德巴赫猜想。从费马提出这个猜想至今，许多数学家都不断努力想攻克它，但都没有成功。当然曾经有人作了些具体的验证工作，例如：

6=3+3,8=3+5,10=5+5=3+7,12=5+7,14=7+7=3+11,
16=5+11,18=5+13……

有人对 33×108 以内且大过 6 之偶数一一进行验算，哥德巴赫猜想 1 都成立。但验格的数学证明尚待数学家的努力。目前最佳的结果是中国数学家陈景润于 1966 年证明的，称为陈氏定理——“任何充份大的偶数都是一个质数与一个自然数之和，而后者仅仅是两个质数的乘积。”通常都简称这个结果为大偶数可表示为“1+2”的形式。

在陈景润之前，关于偶数可表示为 s 个质数的乘积与 t 个质数的乘积之和(简称“s+t”问题)之进展情况如下：

1920 年，挪威的布朗(Brun)证明了“ 9+9 ”。

1924 年，德国的拉特马赫证明了“ 7+7 ”。

1932 年，英国的埃斯特曼证明了“ 6+6 ”。

1937 年,意大利的蕾西先后证明了“ 5+7 ”,“ 4+9 ”,“ 3+15 ”和“ 2+366 ”。

1938 年，苏联的布赫夕太勃证明了“ 5+5 ”。

1940 年，苏联的布赫夕太勃证明了“ 4+4 ”。

1948 年，匈牙利的瑞尼证明了“ 1+c ”，其中 c 是一很大的自然数。

1956 年，中国的王元证明了“ 3+4 ”。

1957 年,中国的王元先后证明了“ 3+3 ”和“ 2+3 ”。

1962 年，中国的潘承洞和苏联的巴尔巴恩(BapoaH)证明了“ 1+5 ”,

中国的王元证明了“ 1+4 ”。

1965 年，苏联的布赫夕太勃和小维诺格拉多夫，及意大利的朋比利证明了“ 1+3 ”。

1966 年，中国的陈景润证明了“ 1+2 ”。

最终会由谁攻克“ 1+1 ”这个难题呢？现在还没法预测。

◎ 费马大定理

费马去世后，他的儿子把费马的著述、书信以及费马校订丢番图的著作一起发表了，但没有发现费马

大定理的证明。费马是否真正能够证明这个猜测，至今仍是个谜。

三百多年以来，许多优秀的数学家采用种种方法试图补证这个定理，但始终都未能获得成功，直至最近才由英国的维尔斯解决。历史性的转变发生在 1993 年 6 月 21 日至 23 日这三天，当时在普林斯顿数学系任教的 40 岁的维尔斯正在英国剑桥大学举行一次约有 40 至 60 人出席的数学会议上，每天作一段演讲，题目是“模形式，椭圆曲线和伽罗华表示”。从题目上看不出他要讲的是费马大定理，但是他演讲的最后一句话是 :“这表明费马大定理成立，证毕。”

维尔斯的证明引起了数学界的很大关注，他的初稿虽然有少许瑕疵，但稍后亦被维尔斯自己修正过来。纽约时报曾在 1993 年 6 月 29 日以“安德鲁.维尔斯放出数学卫星，350 年的古老问题已被攻克”为题发表有关报导。

◎ 三维数论

内容提要：

三维数论认为，整数的性质并不是一维的而是三维的；一切整数直观的表现为一个能够占据三维空间的立方体，因此整数又应该叫做三维数；任何一个三维数或立方体都具有三个不同方向上的量，我们把这

个量就叫做该三维数或立方体的维量；任何一个三维数或立方体的大小都是由三个（而不是一个）维量的大小共同确定的，缺一不可；这就是三维数论的最基本观点。

与三维数论不同，现有数论从来没有把整数明确地理解成三维数，并且不能把“数”与“维量”的概念相区别；在现有数论看来，一切整数只具有一维性质，任何一个整数的大小只需一个维量就可以单独确定，这是现有数论的错误根源。

由于现有数论对于整数性质的错误理解，必然导致对于一些基本概念和基本计算方法的错误解释和使用。比如对于整数、偶数和素数等基本概念的错误解释和使用以及对于加、减、乘、除等基本计算方法的错误解释和使用；可想而知，如果连这些最基本的概念和计算方法都是错误的或是不严谨的，那么由此而建立起来的现有数论体系还能是牢靠的吗？回答当然是否定的。

“三维数论”用最简单的事实和方法论证了一切整数所应该具有的三维性质，同时第一次把“数”与“维量”的概念严格地区分开来，并在此基础上对原有的一些基本概念和基本计算方法进行了修改或重新定义。通过两种数论的真实对比，一方面我们可以

清楚地发现现有数论中存在的明显错误和矛盾，以及造成这些错误和矛盾的误区所在；另一方面我们还可以真正地领悟到三维数论所具有的简单性和合理性。

毋庸讳言，建立三维数论的目的就是要最终取代现有数论，因为现有数论中存在的错误是致命的，如果这些错误到现在还得不到彻底的纠正，数学的发展必将走进死胡同，这决不是耸人听闻。

一定有人不同意我的观点，认为现有的传统数论已经被我们应用了成百上千年，从未发现其中有什么明显的缺陷，因此它是一套非常完备的理论。在这里我要问：既然这套理论已经非常完备，为什么仍有许多像哥德巴赫猜想这样的数学难题经过了几百年的时间还得不到最终的解答？究竟是我们的思维能力存在着问题还是我们的思维方式本身存在着问题？如果一种数学理论总是不能解答数学难题还能算是完备的理论吗？

应该说凡是不能解决数学难题的数学理论自身肯定是有问题的，只有先存在着有问题的理论才会存在所谓的数学难题，而在正确的数学理论面前是不应该有难题可言的；比如像哥德巴赫猜想这样的“数学难题”之所以始终得不到解答，并不是因为难题太难，而是在于我们使用的数学基本概念（偶数、素数、整

数）本身早就存在着错误。错误的概念只能推导出错误的猜想，我们又误把这些错误的猜想当成“数学难题”来看待。可以肯定地说，错误的猜想永远不能得出正确的答案，如果我们能够及时和彻底的纠正传统理论当中存在的错误，一切所谓“数学难题”将迎刃而解。

新思想的产生必须是在否定旧思想的基础之上建立起来的，如果我们没有足够的勇气向传统观念挑战，而是死抱着前人现成的、看似正确的观点不放，那么新思想即使出现了也将没有容身之地。

接受新思想并不是一件容易的事情，必须具备以下条件：跳出原有的思维模式、改变观察问题的角度和位置、充分发挥想象力、真正的独立思考、足够的耐心和虚心、不要迷信权威、相信“谁”都会出错。

二十一世纪是创新的时代，人们每天都在呼唤着新思想的早日出现，并猜想着它的样子，一旦有一天新思想真的出现了，我们是否已经有了充分的心理准备？我们是否能够接受它？我们不会是叶公好龙吧？第一个理解“三维数论”者一定是天才。

一、什么叫三维数？

任何数都是有形的，不存在没有形状的数;反之，任何形状都是有大小的，不存在没有大小的形。因此

我们说数就是形，形就是数，数用形描述，形用数表示，两者不可分。

所谓三维数就是能够占据三维空间的数，比如 1 就不能算做三维数，因为 1 只代表一个维，一个维是不能占据三维空间的。如果我们把 1 看成是 1 立方的话，它就是一个三维数了，因为 1 立方正好能够占据三维空间。

现在我们知道了三维数必须是一个能够占据三维空间的立方体，同时，一个立方体也应该叫做三维数。任何一个三维数或立方体都具有三个不同方向上的量，我们把这个量叫做该三维数或立方体的维量。任何一个三维数或立方体的大小都是由三个（而不是一个）维量的大小共同确定的，这就是三维数的最基本特征，也是三维数论与现有数论的本质区别。

1 立方是三维数中的最小单位，一切大于 1 立方的三维数都是由 1 立方构成的。1 立方具有三个维量，其中每个维量都是 1。1 立方用数字表示应写成（1×1×1），注意：1 在这里只能代表一个维量而不是一个完整数，任何一个完整数或叫三维数至少要由三个 1 组成，更确切地说是由三个维量组成的。在（1×1×1）中，乘号并不代表乘法而是表示维量与维量之间的关系，乘号两边只能是维量而不是数，这就是说（1

×1×1）并不等于三个1相乘，而是表示一个数的三个维量。必须指出，现有数论中1的概念是含混不清的，本来1应该表示1立方，但是人们又认为（1×1×1）应该=1，于是就把1立方省略成了其中的一个维量，这是非常错误的。应该说（1×1×1）是一个完整的三维数，缺一不可，如果我们把（1×1×1）省略成1就等于把一个三维数变成了一维数，这样数的性质就会发生变化。要知道1只能做为一个维量而不是一个数，真正的一维数是不可能存在的，因为它不能占据三维空间，同时也就不能用几何图形来描述。

在现有数论中，由于1的概念的使用错误，必然导致一切数的错误，几千年来人们在数学中所理解的数都是只有一个维量，而一个真正完整的数必须具有三个维量。

1立方用几何图形表示应写成,,与（1×1×1）具有同等的含义，唯一的区别在于一个代表形，另一个代表数。在三维数中，1立方是一个特殊的数，它的三个维量都是1且相等，具有明显的对称性，我们把它叫做饱和数，除了1立方以外，三维数还有三种不同的形式：

第一种形式是只有一个维量既第一个维量大于

1，而另外两个维量等于 1 的数，我们把它们叫做一位三维数，如：两立方（2×1×1）、8 立方（8×1×1）和 10 立方（10×1×1）等。这些数用图形表示应分别写成：

2 立方（2×1×1）8 立方（8×1×1）10 立方（10×1×1）

第二种形式是第一、第二个维量都大于 1，而第三个维量等于 1 的数，如（10×2×1）等，我们把这样的数叫做二位三维数，用图形表示应写成：

20 立方（10×2×1）

第三种形式是三个维量都大于 1 的数，我们把这样的数叫做三位三维数，比如 200 立方（10×10×2）等，用图形表示应写成：

200 立方（10×10×2）

如果一个数的三个维量都大于 1 且相等，它就具有了 1 立方的性质,所以我们把这样的数也称之为饱和数，如：(2×2×2)、(8×8×8)、(10×10×10) 等。

总之，任何一个完整的三维数都具有三个维量，它的大小必须由三个维量的大小共同确定，缺一不可，这就是三维数的最本质特征。

二、三维数的进制

所谓进制就是进位的方法，在三维数论中进位是指一个数的增加不能总在一个维量上进行，而应该在三个维量中依次进行。进位的本质就是数在三维空间中的分布。

三维数与现有数一样,一般也采用十进位的方法。十进位是指三维数的任何一个维量都不能大于 10,超出的部分只能向下一个维量进位。十进制三维数的进位是按顺序进行的，具体方法是：当第一个维量增加到 10 时，数的继续增加就要从第二个维量上开始，当第二个维量也增加到 10 时，继续增加的部分就要从第三个维量上开始，当第三个维量也满 10 时，数的继续增加就要重新在第一个维量中进行，如此循环往复 .。

举例说明：1 立方是三维数中的最小单位，1 是维量中的最小单位。在（1×1×1）中，第一个维量是 1，由于不满 10 它可以继续增加，但至少要增加 1，这样（1×1×1）就可以变成（2×1×1)。在（2×1×1）中,第一个维量是 2 仍然不满 10,因此可以继续增加，直至达到 10 立方（10×1×1）为止。在（10×1×1）中，第一个维量已满 10，如若继续增加必须从第二个维量开始，但至少也要增加 1，这样（10×1×1）就可以增加到（10×2×1)、(10×3×1）直至（10×10

×1）为止。在（10×10×1）中，前两个维量已满10，要想继续增加只能从第三个维量开始，这样（10×10×1）就可以增加到（10×10×2）、（10×10×3）直到（10×10×10）为止。

根据前面的举例我们知道：一个三维数的第一个维量增加1，该三维数就增加1立方；如果第二个维量增加1，该三维数就增加一个10立方；如果第三个维量增加1，该三维数就增加十个10立方。这说明在三维数中，不同维量中的1的含义是不同的，如果1的含义可以不同，那么由1构成的其它量的含义也就可以不同。

也许有人还不清楚前面的解释,我们再举例说明：如果10立方（10×1×1）要想加1，究竟应该是哪个维量加1呢？这里有两个选择,一个是第一个维量10加1变成（11×1×1），另一个是第二个维量1加1变成（10×2×1）。毫无疑问，正确的选择应该是（10×2×1），因为10立方要想继续增加，至少要增加一个10立方而不能增加一个1立方，只有这样它才具有三维数的性质（三个维量）。如果10立方非要加1立方就应该写成（10×1×1）+（1×1×1），它们是两个独立的三维数，不可能真正合并成一个十进制三维数。所谓（11×1×1）虽然也可以算是一个三维数，

但它一定不是一个十进制的三维数，充其量也只能算是一个十一进制的三维数。事实上，（11×1×1）就是我们通常所说的 11，它的真正含义应该是一个 10 加一个 1，这样就又变成了（10×1×1）+（1×1×1），这充分说明了象 11、13 这样的数实际上并不是“一个”十进制数而是“两个”十进制数之和的简写。与（11×1×1）不同，（10×2×1）就是一个完整的十进制三维数了，因为它就是我们通常所说的 20，而 20 的真正含义是两个 10 或 2×10，这里的 10 当然指的是 10 立方（10×1×1），注意：20 一定不能写成（20×1×1），因为它不是十进制三维数，因此不能叫 20。

下面我们结合图形加以说明：

加应该＝而不应该＝它不能叫 11 或（11×1×1）

加应该＝而不应该＝它不能叫（10×2×1）

现在我们讨论十进制三维数的数序问题，数序是指三维数从小到大的排列顺序，下面我们将（10×10×10）以内的数序进行排列：

一位三维数：（1×1×1）、（2×1×1）、（3×1×1）---（10×1×1）

二位三维数：（10×2×1）、（10×3×1）、（10×4×1）-（10×10×1）

三位三维数：（10×10×2）、（10×10×3）、-----

（10×10×10）

上述三维数的数序相当于现有数论中的：

1、2、3、4、5、6、7、8、9、10。

20、30、40、50、60、70、80、90、100.

200、300、400、500、600、700、800、900、1000.

这些数应被视为上述三维数的简称。

现在我们接着把（10×10×10）以上的十进制三维数数序进行排列。前面说过，（10×10×10）是一个饱和数，具有（1×1×1）的性质，它相当于一千立方，因此我们把它缩写成（1×1×1）千方。以此类推，（10×10×10）以上三维数数序应写成：

四位三维数：(2×1×1）千方---------（10×1×1）千方

五位三维数：(10×2×1）千方--------（10×10×1）千方

六位三维数：(10×10×2）千方-------（10×10×10）千方

上述三维数数序相当于现有数论中的：

1000、2000、3000、4000、5000、6000、7000、----10000

20000 、 30000 、 40000 、 50000 、 60000 、70000------100000