

中学实用参考手册

数学教与学

(二)

主编：卢炳瑞

延边大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

中学实用参考手册 / 卢炳瑞主编. - 延吉:
延边大学出版社, 2004.11
ISBN 7-5634-2925-5
. 中... . 卢... . 中学-教学
参考资料-丛书 . G633

中学实用参考手册·数学教与学(二)

作 者: 卢炳瑞

排版设计: 盛世文化传播(北京)有限公司

出版发行: 延边大学出版社

社 址: 延吉市公园街 105 号

邮政编码: 133002

印 刷: 北京忠信诚印刷厂

开 本: 880×1230mm 1/32

总 印 张: 575 字数: 4 900 千字

版 次: 2004 年 11 月第一版

2004 年 11 月第一次印刷

印 数: 1-1 000 册

书 号: ISBN 7-5634-2925-5 / G.026

总 定 价: 1656.00 本册定价: 18.00

目 录

几何之父——欧几里德	1
全能数学家——彭加勒	2
数学奇才——伽罗华	4
为科学而疯的康托尔	5
信仰“数即万物”的毕达哥拉斯	7
解析几何的创始人——笛卡尔	8
第一个算出天文历算	10
数学	27
数学天才——高 斯	30
数学之神——阿基米德	38
欧拉	40
数学奇才、计算机之父——冯·诺依曼	49
西方理性数学的倡导者——泰 勒 斯	54
韦达	57
毕达哥拉斯	57
祖暅	58
贾宪	58
赵爽	59

曼德布罗特集的秘密	60
图释与分形	66
数学、分形与龙	68
分形几何	71
埃舍尔的数学的艺术	76
赌场里产生的数学	86
分数与小数	89
高次方程的求解	92
古希腊数学与中国数学的比较	96
数系	103
完数——一个新数种	108
数字的缺口——数字 2 的直观分析	141
数学奇才——耐普尔	144
数学家博切尔兹	145
诺维科夫	146
博学而另类的代数几何学家格罗腾迪克	147
数学家吴文俊	149
中国古代数学在几何学领域的独特贡献	150
悖论	152
费尔玛猜想	153
四色猜想	156

比贝尔巴赫猜想	158
广义克拉茨	160
6174 猜想.....	162
国际数学界的最高奖——菲尔兹奖和国际 数学家大会	164

几何之父——欧几里德

我们现在学习的几何学，是由古希腊数学家欧几里德(公元前 330—前 275)创立的。他在公元前 300 年编写的《几何原本》，2000 多年来都被看作学习几何的标准课本，所以称欧几里德为几何之父。

欧几里德生于雅典，接受了希腊古典数学及各种科学文化，30 岁就成了有名的学者。应当时埃及国王的邀请，他客居亚历山大城，一边教学，一边从事研究。

古希腊的数学研究有着十分悠久的历史，曾经出过一些几何学著作，但都是讨论某一方面的问题，内容不够系统。欧几里德汇集了前人的成果，采用前所未有的独特编写方式，先提出定义、公理、公设，然后由简到繁地证明了一系列定理，讨论了平面图形和立体图形，还讨论了整数、分数、比例等等，终于完成了《几何原本》这部巨著。

《原本》问世后，它的手抄本流传了 1800 多年。1482 年印刷发行以后，重版了大约一千版次，还被译为世界各主要语种。13 世纪时曾传入中国，不久就失传了，1607 年重新翻译了前六卷，1857 年又翻译了后九卷。

欧几里德善于用简单的方法解决复杂的问题。他

在人的身影与高正好相等的时刻，测量了金字塔影的长度，解决了当时无人能解的金字塔高度的大难题。他说：“此时塔影的长度就是金字塔的高度。”

欧几里德是位温良敦厚的教育家。他治学严谨，循循善诱。反对投机取巧、急功近利的作风。尽管欧几里德简化了他的几何学，国王还是不理解，希望找一条学习几何的捷径。欧几里德说：“在几何学里，大家只能走一条路，没有专为国王铺设的大道。”这句话成为千古传诵的学习箴言。一次，他的一个学生问他，学会几何学有什么好处？他幽默地对仆人说：“给他三个钱币，因为他想从学习中获取实利。”

全能数学家——彭加勒

一位数学史权威评价彭加勒时说，他是“对于数学和它的应用具有全面知识的最后一个人”。20世纪以来，数学进入了多学科、高难度的现代阶段，要想达到每个领域的最高成就已经不可能，但彭加勒确实是他那个时代的数学全才。

一般数学划分为算术、代数、几何和分析四个领域，彭加勒对各个领域的研究成果，都是第一流的。他成功地解决了像太阳、地球、月亮间相互运动这一类的三体问题，他是现代物理的两大支柱——相对论和量子力学的思想先驱；他研究科学哲学提出的“约

定着重分析了人类理性认识的基本法则”，日益受到当代哲学家的重视。在他从事科学研究的 34 年里，发表论文 500 篇，著作 30 多部，获得过法国、英国、俄国、瑞典、匈牙利等国家的奖赏。被聘为 30 多个国家的科学院院士。

1912 年 6 月 26 日，彭加勒病逝前 20 天作了最后一次讲演，他说：“人生就是持续斗争。”彭加勒的一生就是斗争的一生。他因为小时候得过病，语言不够流畅，写字画图都有困难，还留下了喉头麻痹和身体虚弱的后遗症。不少人把他当作笨人。他成为数学家后，一位心理学家通过测验仍然认定他是“笨人”。

彭加勒取得成就的关键是注意力高度集中。他一生最大的嗜好就是读书，读书速度快，记忆准确持久。因为视力不好，书写困难，他上课不记笔记，全神贯注于听讲、思索、理解，长期的磨练，使他具备了运用大脑完成复杂运算，构思长篇论文的能力。1871 年，17 岁的彭加勒报考高等工业学校，轻松地解决了主考官特意为他设计的难题，尽管他的几何作图得了零分，学校也破格录取。1879 年，25 岁的彭加勒获数学博士学位，32 岁任数学和物理学教授，以后在科学园里辛勤耕耘了 26 年。

数学奇才——伽罗华

1832年5月30日晨，在巴黎的葛拉塞尔湖附近躺着一个昏迷的年轻人，过路的农民从枪伤判断他是决斗后受了重伤，就把这个不知名的青年抬到医院。第二天早晨十点钟，他就离开了人世。数学史上最年轻、最有创造性的头脑停止了思考。人们说，他的死使数学发展推迟了好几十年。这个青年就是死时不满21岁的伽罗华。

伽罗华(1811~1832)生于离巴黎不远的一个小城镇，父亲是学校校长，还当过多年市长。家庭的影响使伽罗华一向勇往直前，无所畏惧。1823年，12岁的伽罗华离开双亲到巴黎求学，他不满足呆板的课堂灌输，自己去找最难的数学原著研究，一些老师也给他很大帮助。老师们对他的评价是“只宜在数学的尖端领域里工作”。

1828年，17岁的伽罗华开始研究方程论，创造了“置换群”的概念和方法，解决了几百年来使人头痛的方程来解决问题。伽罗华最重要的成就，是提出了“群”的概念，用群论改变了整个数学的面貌。1829年5月，伽罗华把他的成果写成论文，递交法国科学院，但伴随着这篇杰作而来的是一连串的打击和不幸。先是父亲因不堪忍受教士诽谤而自杀，接着因他

的答辩既简捷又深奥令考官们不满而未能进入著名的巴黎综合技术学校。至于他的论文，先是被认为新概念太多又过于简略而要求重写；第二份推导详尽的稿子又因审稿人病逝而下落不明；1831年1月提交的第三份论文又因评阅人不能全部看懂而被否定。青年伽罗华一方面追求数学的真知，另一方面又献身于追求社会正义的事业。在1831年法国的“七月革命”中，作为高等师范学校新生，伽罗华率领群众走上街头，抗议国王的专制统治，不幸被捕。在狱中，他染上了霍乱。即使在这样的恶劣条件下，伽罗华仍然继续搞他的数学研究，并且写成了论文，准备出狱后发表。出狱不久，因为卷入一场无聊的“爱情”纠葛而决斗身亡。

伽罗华去世后16年，他留存下来的60页手稿才得以发表，科学界才传遍了他的名字。

为科学而疯的康托尔

由于研究无穷时往往推出一些合乎逻辑的但又荒谬的结果(称为“悖论”)，许多大数学家唯恐陷进去而采取退避三舍的态度。在1874~1876年期间，不到30岁的年轻德国数学家康托尔向神秘的无穷宣战。他靠着辛勤的汗水，成功地证明了一条直线上的点能够和一个平面上的点一一对应，也能和空间中的点一

一对应。这样看起来，1厘米长的线段内的点与太平洋面上的点，以及整个地球内部的点都“一样多”，后来几年，康托尔对这类“无穷集合”问题发表了一系列文章，通过严格证明得出了许多惊人的结论。

康托尔的创造性工作与传统的数学观念发生了尖锐冲突，遭到一些人的反对、攻击甚至谩骂。有人说，康托尔的集合论是一种“疾病”，康托尔的概念是“雾中之雾”，甚至说康托尔是“疯子”。来自数学权威们的巨大精神压力终于摧垮了康托尔，使他心力交瘁，患了精神分裂症，被送进精神病医院。

真金不怕火炼，康托尔的思想终于大放光彩。1897年举行的第一次国际数学家会议上，他的成就得到承认，伟大的哲学家、数学家罗素称赞康托尔的工作“可能是这个时代所能夸耀的最巨大的工作。”可是这时康托尔仍然神志恍惚，不能从人们的崇敬中得到安慰和喜悦。1918年1月6日，康托尔在一家精神病院去世。

康托尔(1845~1918)，生于俄国彼得堡一丹麦犹太血统的富商家庭，10岁随家迁居德国，自幼对数学有浓厚兴趣。23岁获博士学位，以后一直从事数学教学与研究。他所创立的集合论已被公认为全部数学的基础。

信仰“数即万物”的毕达哥拉斯

无论是解说外在物质世界，还是描写内在精神世界，都不能没有数学！，最早悟出万事万物背后都有数的法则在起作用的，是生活在 2500 年前的古希腊数学家、哲学家毕达哥拉斯(公元前 572 ~ 前 497)。

毕达哥拉斯出生在爱琴海中的萨摩斯岛(今希腊东部小岛)，自幼聪明好学，曾在名师门下学习几何学、自然科学和哲学。以后因为向往东方的智慧，经过万水千山来到巴比伦、印度和埃及，吸收了阿拉伯文明和印度文明甚至中国文明的丰富营养，大约在公元前 530 年又返回萨摩斯岛。后来又迁居意大利南部的克罗通，创建了自己的学派，一边从事教育，一边从事数学研究。

毕达哥拉斯和他的学派在数学上有很多创造，尤其对整数的变化规律感兴趣。例如，把(除其本身以外)全部因数之和等于本身的数称为完全数(如 6, 28, 496 等)，而将本身大于其因数之和的数称为盈数；将小于其因数之和的数称为亏数。他们还发现了“直角三角形两直角边平方和等于斜边平方”，西方人称之为毕达哥拉斯定理，我国称为勾股定理。当今数学上又有“毕达哥拉斯三元数组”的概念，指的是可作为直角三角形三条边的三数组的集合。

在几何学方面，毕达哥拉斯学派证明了“三角形内角之和等于两个直角”的论断；研究了黄金分割；发现了正五边形和相似多边形的作法；还证明了正多面体只有五种——正四面体、正六面体、正八面体、正十二面体和正二十面体。

毕达哥拉斯学派认为数最崇高，最神秘，他们所讲的数是指整数。“数即万物”，也就是说宇宙间各种关系都可以用整数或整数之比来表达。但是，有一个名叫希帕索斯的学生发现，边长为1的正方形，它的对角线却不能用整数之比来表达。这就触犯了这个学派的信条，于是规定了一条纪律：谁都不准泄露存在无理数的秘密。天真的希帕索斯无意中向别人谈到了他的发现，结果被杀害。但很快就引起了数学思想的大革命。科学史上把这件事称为“第一次数学危机”。希帕索斯殉难留下的教训是：科学是没有止境的，谁为科学划定禁区，谁就变成科学的敌人，最终被科学所埋葬。

可惜，朝气蓬勃的毕达哥拉斯，到了晚年不仅学术上趋向保守，而且政治上反对新生事物，最后死于非命

解析几何的创始人——笛卡尔

法国数学家、物理学家、哲学家笛卡尔(1596~

1650)，生前因怀疑教会信条受到迫害，长年在海外避难。他的著作生前或被禁止出版或被烧毁，他死后多年还被列入“禁书目录”。但在今天，法国首都巴黎安葬民族先贤的圣日耳曼圣心堂中，庄重的大理石墓碑上镌刻着“笛卡尔，欧洲文艺复兴以来，第一个为人类争取并保证理性权利的人”。

笛卡尔的著作，无论是数学、自然科学，还是哲学，都开创了这些学科的崭新时代。《几何学》是他公开发表的唯一数学著作，虽则只有 117 页，但它标志着代数与几何的第一次完美结合，使形形色色的代数方程表现为不同的几何图形，许多相当难解的几何题转化为代数题后能轻而易举地找到答案，所以说笛卡尔是解析几何的创始人。

笛卡尔一生作出了多方面的贡献，他在 1634 年写的《宇宙学》，包含当时被教会视为“异端”的观点：他提出地球自转和宇宙无限；他提的漩涡说是当时最权威的太阳起源理论；他还提出了光的本性是粒子流的假说，并认为在广袤无垠的太空中存在着极其精细的以太。直到二百年以后，笛卡尔的这些观点仍具有很高的研究价值。

笛卡尔出生于法国拉哈的律师家庭，他一出世母亲就病故了，依靠保姆照料长大。笛卡尔在当时欧洲

最著名的拉夫雷士学校读书，他虽身体孱弱，但尊敬师长，勤奋刻苦。笛卡尔生活在资产阶级与封建领主、科学与神学进行激烈斗争的时代。从读书始便对僵化的说教有强烈的怀疑批判精神，坚定不移地寻找真理。笛卡尔在获得法学博士学位后，为了“读世界这本大书”，曾到荷兰服役，一边到各地旅行，一边和朋友讨论数学和科学问题。他探求正确的思想方法，创立为实践服务的哲学，“才能成为自然的主人”。退伍以后，主要居住在荷兰，也曾回到法国，从事学术研究。1649年应邀去瑞典担任女王的教师，最后因肺炎病逝在异国。

第一个算出天文历算

穆斯林在中国天文历算方面的贡献，早在唐宋时期就已开始了。

据中国史书记载，唐代曾有一种《九执历》，与中国的传统历法不同。《新唐书》记述说：“《九执历》度法六十，周天三百六十度，无余分。”而中国的传统历法则以周天为三百六十五度。到了明代，“回回科推验西域九执历法”，在此基础上推出更为精确的《回回历》，故清代《历代职官表》明确指出：《九执历》是中国“回回星学”之始。清代天文学家梅文鼎（1633~1721）也指出：以三百六十度为天周“实本

回回”，唐之《九执历》正是回回历法之权舆。因此，我们完全有理由认为，《九执历》是唐代来华的穆斯林对中国天文历学的最初贡献。

北宋初年，曾一度沿用五代时后周显德三年（956）王朴修撰的《钦天历》。《宋史》卷68《宋律？历志》记载：“建隆二年（961）五月，以其推验稍疏，乃诏司天少监王处讷等创造历法。四年（963）四月，新法成，赐号《应天历》。”

主持修订新历时，是司天少监王处讷；而《应天历》的真正修撰者，则是来自西域鲁穆的穆斯林马依泽。马依泽是今安徽安庆市南关城内回民马氏的始祖，其阿拉伯名讯已不可考。据《怀宁马氏宗谱》载，马依泽精通历学，“建隆二年应召入中国，修天文。越二年，书成，由王处讷上之。诏曰：可，授公钦天监正，袭侯爵。”

将《宗谱》与《宋史》的上述内容两相对照，我们发现完全吻合。可知《宋史》所谓“王处讷等”的“等”字，指的正是那位名不见经传的怀宁马氏始祖马依泽。马依泽自西域入华修历，是继唐代穆斯林之后又一位穆斯林对中国天文历学的重大贡献。

唐宋时期，穆斯林不仅带来了“西域历术”，而且带来了新鲜的天文学知识和术语。到北宋埋藏，这

些知识和术语已为中国天文工作者所接受并加以运用。

北宋庆历年间(1041~1048),曾公亮、丁度、杨惟德等人奉敕编撰了一部军事学著作《武经总要》。在这部著作中,编撰者选用白羊、金牛等黄道十二宫名,与中国传统二十四节气的十二中气相联系,以之作为六壬占卜吉凶的依据,“推步占验,行之军中”,为军事服务。

黄道十二宫,是阿拉伯历法的专门用语,指黄道两侧的十二个星座。按照这些星座在星空中分布的特征,古代阿拉伯的天文天文学者分别将其命名为白羊、金牛、双子(又作“阴阳”)、巨蟹、狮子(又作“天狮”)、室女(又作“双女”)、天秤、天蝎、人马、磨羯(又作“磨蝎”或“摩羯”)、宝瓶、双鱼。白羊至室女为南六宫,天秤至双鱼为北六宫。阿拉伯的太阳历故此又称宫分历,宫度起于白羊,以春分为岁首,依太阳行十二宫一周为十二个月。

白羊、金牛十二宫,相当于中国古代天文学的十二次:降娄(戌宫)、大梁(酉宫)、实沈(申宫)、鹑首(未宫)、鹑火(午宫)、鹑尾(巳宫)、寿星(辰宫)、大火(卯宫)、析木(寅宫)、星纪(丑宫)、玄枵(子宫)、{女取}訾(亥宫)。清代学者江永(1681~