

第一章 数学教学设计概述

第一节 什么是数学教学设计

一、数学教学设计的概念

数学教学是数学教师引起、维持、促进学生数学学习的所有行为方式。数学教师的主要行为包括教师的呈现、对话与辅导 辅助行为包括激发动机、期望效应、课堂交流和课堂管理等 数学教师通过这些行为活动 在课堂上有计划、有组织、有目的地使学生获得数学知识、技能、形成道德品质和世界观 发展智力和个性。为了提高数学教学的质量 在实施教学前 数学教师要对教学行为进行周密的思考和安排 考虑教什么、如何教 要达到什么要求等 也就是先必须对数学教学活动进行设计。

什么是数学教学设计？数学教学设计是以数学学习论、数学教学论等理论为基础 运用系统方法分析数学教学问题 确定数学教学目标 设计解决数学教学问题的策略方案、试行方案、评价试行结果和修改方案的过程。

任何设计工作要保证其设计方案的科学性，必须以一定的科学理论为指导。数学教学设计是对数学教学中学和教的双边活动进行设计 必须以数学学习论、数学教学论等理论作为数学教学设计的基础 以它们为指导 才能使数学教学设计达到最优化。

数学教学是由数学教师、学生、数学教学内容等要素组成的系统 要进行成功的数学教学设计 必须运用系统论的观点和方法 对

数学教学系统中的各个要素进行整体的分析和策划。通过系统分析、系统决策和系统评价的操作程序进行教学设计。

数学教学设计非常重视教学效果的评价，注意教学信息的反馈。数学教学设计的过程不仅包括数学教学活动的方案的设计，而且还要包括方案的试行，方案的评价和方案的修改。

数学教学设计是一门科学 科学的真谛在于求真 在数学学习理论、数学教学理论、教育传播理论、教学媒体理论和教学评价理论的指导下 根据学和教的基本规律 建立合理的数学教学目标、内容、方法的策略体系 运用系统方法对各个教学要素及其联系进行分析和策划。

数学教学设计又是一门艺术。艺术的生命在于创造，数学教师在进行数学教学设计的过程中 要根据教材、学生的不同特点 发挥个人的智慧 进行创造性的劳动。艺术具有丰富的审美价值，一份好的数学教学设计方案 既新颖独特、别具匠心 又层次清晰、富有成效 会给人以美的享受。

由此可见，数学教学设计是科学和艺术的高度统一和完美结合，我们既要以科学的理论指导数学教学设计，不断提高数学教学设计的科学化水平 又要发挥数学教学设计的艺术特色 不断进行教学艺术的创造，力争使数学教学设计达到完美的境界。

数学教学设计是一项多因素、多层次的系统工程 它通常有两种类型：

1. 数学课程设计 包括：

制定数学课程标准。

编选数学教材。

2. 数学课堂教学设计 包括：

数学单元教学设计。

数学课时教学设计。

本书主要研究数学课堂教学设计，以下简称为数学教学设计。

二、研究数学教学设计的意义

研究数学教学设计具有非常重要的意义，具体表现在以下几个

方面。

1. 数学教学设计有助于数学教学科学化

数学教学设计与传统的数学备课工作不同，过去备课主要是凭个人的经验，备课的质量往往取决于经验的多少，备课的决策往往取决于个人的主观意向，没有科学的理论指导，也没有明确的分析研究方法和科学的操作步骤和程序。而数学教学设计则是将数学教学活动的设计建立在科学的基础上，以数学学习论、数学教学论等理论为依据，指导数学教学设计。运用科学的系统方法，分析数学教学问题，设计数学教学方案，把数学教学理论转化为数学教学技能，使数学教学走上科学化的轨道。

2. 数学教学设计有助于数学教学现代化

数学教学设计是一项现代数学教学技能，它在现代教育理论指导下，运用现代科学方法和现代科学技术，包括多媒体信息技术，对数学教学活动进行设计，使数学教学逐步实现现代化。

3. 数学教学设计有助于提高数学教学质量

由于数学教学设计是在正确的理论指导下，运用科学的方法，对数学教学内容、目标、方法、形式和手段进行系统的分析、组织、实施和评价，进行一系列的优化设计、优化控制和优化决策，构建数学教学过程的最优化的教学结构，使数学教学系统达到最佳状态。因此，它有助于实现数学教学过程最优化，有利于提高数学教学质量。

第二节 数学教学设计的指导思想

数学教师要教好数学，要搞好数学教学设计，必须对数学教学有正确的认识，要有正确的指导思想。它决定数学教师的教育价值取向，影响和制约数学教师对教学目标、教学原则和教学过程的认识，制约他们对教学策略的选择。数学教学设计的指导思想主要有以下几个方面。

一、素质教育

要树立正确的数学教育观念，首先必须用素质教育观武装自己。

素质教育是全面贯彻党的教育方针 以德育为核心 将培养学生的创新精神和实践能力作为重点 面向全体学生 使学生在德智体美各方面都得到生动活泼、积极主动的发展。素质教育观主要包括以下几种教育观念：

1. 全面发展的教育目的观

近代中国的教育目的观经历了三个发展阶段：双基观—智能观—素质观。长期以来，双基观在我国教育中占据统治地位，“落实双基”是我们学校教育的主要目标。主要表现为以课本为中心，以课堂为中心，满堂灌，死记硬背，强化训练。到了20世纪70年代，提出了“加强基础，发展智力，培养能力”的口号，要求在落实双基的同时发展学生的智能。开始抛弃注入式，提倡启发式教学。从20世纪80年代中期到90年代提出了素质教育，要求不仅要落实双基，发展智能，而且要全面提高学生的素质。未来社会的发展，将比以往任何时代更需要人的和谐、全面的发展。面向未来的教育必须满足人类个性均衡和全面发展的需要，即智力、审美观、情感、态度和体能发展方面的需要。必须全面提高学生的思想道德素质、文化科学素质、身体心理素质和劳动技能素质，使学生在德智体美各方面都得到发展。课堂教学不仅要学习基础知识、训练基本技能、培养认知能力，而且要渗透思想品德教育，注重学生健全人格的形成和发展，使他们逐步具有积极的情感、良好的意志品质、正确的态度和价值观、规范的行为方式，并在学会认知的同时，学会做事、学会共同生活、学会生存和发展。

2. 面向全体的学生观

素质教育以提高国民素质为根本宗旨，要提高整个民族的素质，教育必须面向学生整体，最大限度地开发每一个学生的潜能，使每一个学生的素质都能得到提高。因此素质教育是面向全体学生的教育，是使每一个学生的基本素质都得到发展的教育。素质教育不是面向少数尖子学生的教育，不是选拔性、淘汰性的教育。实施素质教育要求尊重每一个学生，发展每一个学生。不能放弃任何一个学生，不能歧视任何一个学生。在课堂教学中，要面向全体学生，为每一个

学生的发展创造条件。让优秀生不断出现，并且加快发展。让后进生也能跟上 并且在原有的基础上有较大的提高 达到个人发展的较好水平。

3. 面向未来的人才观

教育以培养人才为目的 但什么是人才 不同的社会不同的时代有不同的标准。传统的人才观认为 分数高的是人才 考上大学的是人才 听话的、唯上唯书的是人才。21世纪是知识经济的时代 知识经济需要德才兼备、创造型、智能型的人才。这种人才必须热爱党、热爱社会主义祖国 具有为人民服务的崇高信念 为国家、为人民作贡献的事业心和工作责任感 掌握现代文化科学知识和高新技术 具备信息处理能力、创新精神和创造能力、独立思考能力、丰富的想象能力和动手实践能力 特别是创新精神。江泽民同志指出：“创造是一个民族的灵魂，一个国家兴旺发达的动力。”知识经济的发展 必须不断进行知识创新 只有不断进行知识创新 才能促进知识经济的持续发展。素质教育就是培养未来社会所需要的人才，要培养这样的人才 必须以德育为核心 以培养创新精神和实践能力为重点。以马克思主义、毛泽东思想和邓小平理论为指导 加强辩证唯物主义和历史唯物主义教育，使学生树立科学的世界观和人生观。开展爱国主义、集体主义和社会主义教育 在各学科教学中渗透德育。培养学生科学精神和创新思维习惯 培养学生收集处理信息的能力、获取新知识的能力、分析和解决问题的能力、语言文字表达能力、动手实践能力、团结协作和社会活动的的能力。在课堂教学中要给学生创造良好的条件和环境，构建以培养人的创新精神为基本价值取向的教育内容和方法的体系 引导学生开展积极的思维活动 激发学生强烈的求知欲望 培养学生独立思考的意识 探索真理的志向 使学生的各种感官和心理活动与他们已有的知识经验和潜能相结合，求得开发学生的创造潜力的最佳效果。

4. 学生主体的发展观

素质是人的品格特征的深层内涵，教育只有通过内化才能转化为学生个体的素质。因此在教育过程中充分发挥学生主体作用是实

施素质教育的重要条件，也是素质教育发展的实质体现。实施素质教育要把学生作为认识和发展的主体，尊重学生的主体地位，培养学生的主体意识，充分发挥他们的主观能动作用。在课堂教学中要强调学生是学习的主人，让学生主动参与，积极思考，变被动接受的“要我学”为主动进取的“我要学”。鼓励学生敢于发表不同见解，塑造学生的独立人格。发展学生的能力，包括自我调控能力、创造性思维能力和适应社会的能力。

传统的教学观认为，课堂教学目标是掌握数学基础知识、基本技能。课堂教学过程是以教师为中心，教师讲、学生听，教师传授知识、学生接受知识的过程。教学方法主张注入式，重视教师教，忽视学生学。素质教育观则认为课堂教学目标是促使学生全面发展，教学过程是师生双边活动的过程，是信息传播和加工的过程，是促进学生发展的过程。必须充分发挥学生主体作用。在课堂教学中要实施素质教育，必须实现以下几个教学观念的转变：

从强调书本知识的传授和基本技能的训练，转向强调学生全面素质的提高和个性特长的发展。

从“以教师为中心”转向“以学生为主体”。

从“以课本为本”转向“以学生发展为本”。

从单纯的教师讲授转向师生的共同活动。

从强调学习的结果转向强调学习的过程。

其中最重要的是使教学过程从“以教师为中心”向“以学生为主体”的转变和从“以课本为本”向“以学生发展为本”的转变，充分发挥教师的主导作用，充分调动学生的主动性、积极性和创造性，发挥学生的主体作用，让学生学习自行获取数学知识的方法，学习主动参与数学实践的本领，获得终身受用的数学基础能力和创造才能。

二、现代数学教育观

要进行系统的、科学的数学教学设计，要在数学课内实施素质教育，还必须转变传统的数学教育观念，树立现代的数学教育观念。具体有以下几个方面：

1. 现代的数学观

恩格斯说：“数学是研究现实世界的数量关系和空间形式的科学。”但是随着 20 世纪以来数学飞速的发展，特别是计算机的普及和运用，数学的本质和应用都发生了巨大的变化。不仅发展了许多新的领域，而且应用数学的问题类型也快速增长，数学正经历着一场历史性的变革，数学原来的面貌改变了。数学方法越来越多地被应用于环境科学、自然资源模拟、经济学、社会学和心理学等学科。数学的发展使人们对数学的认识也不断深化，现代的观念大大超越了原始的意义。一方面是数学规定和构造现实世界的各种可能形式，另一方面是计算技术和用广泛统一的概念处理现实世界的各种数学模式，已成为当前数学发展的两个决定性特点。

(1) 数学是一门科学。数学是一门科学，观察、实验、发现和猜想等是数学的重要实践，尝试和试误、假说和调研以及度量和分类是常用的数学技巧。数学是客观世界模式和秩序的科学。在数学中通过模式的建构，并以此为直接对象来从事客观世界量性规律性的研究。数学理论是由数学模式组成的逻辑有序的系统结构，数学问题解决是从已知到目标的逻辑推理、演算的有序过程。数学领域扩大为科学中的数据 and 测量、观测资料，数学推断、演绎和证明，自然现象、人类行为和社会系统的数学模型。

(2) 数学是一门技术。数学又是一门技术。计算机的出现使数学成为一种普适性的技术，高技术本质上是一种数学技术。从航天到家庭，从宇宙到原子，从大型工程到工商管理，无一不受惠于数学技术。计算机的发展导致对数学和数学活动内容的看法有所改变，更加突出了数学的实验，把探索 and 发现看作数学教学过程的重要组成部分。

(3) 数学是一种文化。数学还是一种文化，数学是传播人类思想的一种基本方式，是人类的一种高级语言，也是自然与社会联系的一种工具。数学从思维和技术的角度为人类文化提供方法论基础和技术手段，推动人类文化的进步。在提高民族的科学文化素质中处于重要的地位。数学可以帮助人们认识自然和社会，理解周围世界，

可以促进人们有条理地思考 有效地进行表达和交流 培养实事求是的科学态度和勇于探索的创新精神，是人们的一种高尚的文化素养。

对数学的特性、领域和研究方法的新的认识 必将推动数学教育观念的现代化。

2. 现代数学学习观

数学教学的过程也是学生学习数学的过程，它必须遵循数学学习的规律。数学教学设计是对数学教学的活动和过程进行设计，只有当数学教学设计符合学生学习数学的规律时，才能有效地促进学习。因此数学教学设计必须以数学学习理论为基础，在数学学习理论的指导下 开展数学教学设计活动。

学习是指学习者因经验而引起的行为、能力和心理倾向的比较持久的变化。学习理论在历史上有各种流派。一种是行为主义心理学的刺激—反应理论 把学习看成是刺激与反应的联结 把环境看作刺激 把伴随刺激的有机体的行为看作反应 学习是环境对学习者的刺激和学习者对环境刺激作出的反应的联结。20世纪 50年代行为主义学习理论的代表人物斯金纳 提出的操作条件反射理论 对教学设计产生了巨大的影响。60年代掀起了一场“程序教学运动”以精确的方式 组织个别化、自定步调的学习 建立了一系列学习原则和开发程序教材的系统方法。人们运用行为主义学习理论的思想，在教学设计过程中建立了一系列的设计程序和技术步骤，开辟了技术和教学相结合的道路。但是，刺激—反应理论重视研究学习者的外部条件 忽视研究学习者的内部条件的作用 不重视学习者在学习过程中的心理过程。

近年来认知派学习理论逐渐在教学设计中占据重要地位，它认为学习不是环境刺激引起学习者的行为反应，而是学习者作用于环境，环境只是提供潜在的刺激，而这些刺激能否受到注意或被加工，取决于学习者的认知结构。所谓认知，是指人脑这一加工机器对外界信息的接收、编码、贮存、运算以及提取输出的过程。是人脑对外界事物的感知、理解、记忆、思维以及使用知识解决问题的过程。建构主义心理学是认知学习理论的进一步发展。建构主义理论认为，

认知不是主体对于客观实际的简单的、被动的反映 而是一个主动的建构过程。在建构的过程中，主体已有的认知结构发挥了特别重要的作用，而且后者处于不断发展之中。学习是学习者积极主动地建构内部心理表征的过程 学习者以已有认知结构 包括已有的知识经验、认知策略和认知方式等 为基础 对信息进行主动选择、推理、判断，从而建构起关于事物及其过程的表征。学习并不是个体积累越来越多的外部信息 而是学到越来越多的有关认识知识的程序 即建构了新的认知结构。这种新的认知结构不仅是原有认知结构的延续，而且是原有认知结构的改造与重组。学习过程是一个双向建构的活动过程 建构有两方面的含义：一是对新的信息的理解是借助于已有的经验 超越所提供的新信息而建构的；二是从已有认知结构中提取的有关信息也要按照具体情况进行建构，而不是单纯的提取。数学学习的过程是学生建构的过程。学生是信息的加工者，是数学学习的主体。通过数学学习 在学生的头脑中 对原有的数学认知结构进行加工、整合、重组 使认知结构从较低水平变成较高水平。而且这种建构过程是通过数学活动来实现的。在教师的引导下，在原有的数学认知结构的基础上 通过一系列的数学活动 建立新的认知结构。

现代认知理论的代表人物是布鲁纳和奥苏伯尔。布鲁纳的认知结构学习理论认为学习包括三种几乎同时发生的过程：新知识的获得、知识的转换和对知识的评价。提出知识可以有三种方式呈现给学习者 第一阶段是行为把握 第二阶段是图像把握 第三阶段是符号把握。提供了呈现教学的一般策略 即行为知识、图像知识和符号知识。又提出发现学习 让学习者自己去发现教材的结构、结论和规律。要求学习者像科学家那样进行独立思考 探索未知 最终达到对知识的理解和掌握。发现学习有助于开发学习者的智慧潜力，有利于调动学习者的内部动机 有利于学习者学会探索的方法 有利于学习者记忆的保持。

奥苏贝尔的同化学习理论，将认知方面的学习分为机械学习和有意义学习两类 其中有意义学习又可分为三类 代表性学习、概念

学习和命题学习。他认为有意义学习的心理机制是同化。新知识学习有三种不同的同化模式：下位学习、上位学习和并列学习。在教学设计时，根据同化模式可以确定所要教学的概念、命题及其条件。如果学生认知结构中已有的概念或命题的概括性和包容范围高于要学习的新概念或命题，那么新概念或命题属于下位学习，可以根据下位学习的同化模式安排学习的内外条件。如果新学习的概念或命题的概括性和包容范围高于原有的概念或命题，那么新概念或命题属于上位学习，可以根据上位学习的同化模式安排学习的内外条件。如果新学习的概念或命题与原有的概念或命题既无上位也无下位关系，而是存在某种并列关系，那么可以根据并列学习的同化模式安排学习的内外条件。

教育心理学家加涅既吸收信息加工的心理学思想，又吸收建构主义的心理学思想，提出一个能解释绝大部分课堂教学的学习论体系。包括学习结果分类论、学习层级论、学习过程论和学习条件论。将学习结果分成五类：智慧技能、认知策略、言语信息、动作技能和态度。又将学习分成八种层次：信号学习、刺激—反应学习、连锁形成学习、语言联合学习、辨别学习、概念学习、规则学习和问题解决学习。认为学习具有累积性，上一层次学习以下一层次学习为前提条件。提出学习过程分为九个阶段：注意、预期目标、提取原有知识、选择性知觉、语义编码、反应、强化、根据线索提取知识和技能一般化。加涅认为学习条件有内部条件和外部条件，不同种类的学习要求不同的学习条件。

以上这些思想对于数学教学设计都有非常重要的指导意义。

3. 现代数学教学观

20世纪80年代以来，世界各国都在进行数学教育的改革，提出了很多新的改革思路。许多数学教育家，如弗赖登塔尔、波伊亚和斯托里亚尔等也提出了不少现代数学教学的理念，归纳起来，大致有以下几个方面：

(1) 数学的应用。随着数学的发展，它的应用越来越广泛。世界各国的数学教育也越来越强调数学的应用。这是当前国际数学教

育的重要动向。各国都在数学课程中增加现代数学中具有广泛应用性的内容，注重从生活实际和学生知识背景中提出问题，结合生活中的具体实例教学数学知识，增强课堂教学中的实践环节，重视培养学生用数学的意识和用数学的能力，使学生能主动尝试用数学的知识和思想方法寻求解决问题的途径。在数学教学中，注意从实际问题的具体情景出发，经过抽象、分析和归纳，转化为数学问题，用数学方法使问题得到解决，然后再进一步回到实践中去，学习数学的应用。

(2) 问题解决和数学建模。20世纪80年代以来，问题解决已经成为数学教育的国际潮流，到了90年代，受到我国数学教育界的普遍重视。这里所指的问题不是我们通常所说的常规的习题，也不是一定有唯一答案的题目，而是现实生活中的实际问题 and 非常规的开放性问题。对数学问题解决有各种不同的理解，有的认为问题解决是数学教学的目的，数学教学的目的之一是培养和提高学生解决问题的能力。有的认为问题解决是数学教学的过程，是学生发现的过程、探索的过程、创新的过程。也有的认为问题解决是数学的能力，能把数学用于各种情况的能力。但不管怎样，它们有一个共同点，都是强调创造性地解决没有解决的问题，培养学生的数学思维能力，树立数学观念。问题解决的教学为学生提供发现和创新的环境与机会，为教师提供培养学生数学思维能力、数学应用能力和解决问题能力的方法和途径。它在中学数学教学中具有重要的地位。

问题解决中的问题常常来自日常生活、生产实践，需要运用数学知识来解决。问题解决是将实际问题通过抽象，转化为数学问题后使问题得到解决。数学模型是对现实原型通过抽象，用数学符号、式子表示其关系和特性的一种数学结构。数学建模是对现实事物具体进行构造数学模型的过程。从这个意义上讲，数学建模是问题解决的一部分。通过数学建模的教学更有利于推进问题解决的教学。

(3) 数学交流。数学交流是现代数学教学的一个重要观念。数学教学过程必然伴随着数学交流的过程，有教师与学生的交流、学生与学生的交流、学生与教材的交流等。数学交流是数学学习的驱动力，通过交流可以帮助学生在非正式的、直觉的观念与抽象的数学语

言符号之间建立起联系 可以帮助学生把实物的、图画的、符号的、口头的以及心智描绘的数学概念联系起来，以发展和深化学生对数学的理解。数学交流还有利于激发学生学习的主动性和积极性，在师生之间、学生之间数学交流的过程中 学生能畅所欲言、热烈讨论、开展争论、提出疑问、发表观点 充分发挥学生的主体作用。

数学交流主要包括三个方面：

数学思想的表达。把自己的思想以某种形式（直观的或非直观的、口头的或书面的、普通语言的或数学语言的）表达出来。

数学思想的接受。以某种方式 听、读、看、做等 接受来自他人的思想。

数学思想载体的转换。把数学思想由一种表达方式转换成另一种表达方式。如把一个概念用图画或符号表示出来；把图表或实物模型转化成符号或语言 等等。

（4）数学思想方法。美国在“普及科学：——2061 计划”中指出，作为一个未来社会的典型成人，应充分理解数学的基本过程中反映出来的基本思想和方法。日本数学教育家米山国藏认为，学生在进入社会以后 如果没有什么机会应用数学 那么作为知识的数学 通常在校门外不到一两年就会忘掉，然而不管他们从事什么业务工作 那种铭刻在人脑中的数学精神和数学思想方法 会长期在他们的生活和工作中发挥重要作用。这说明数学思想方法对于数学学习是非常重要的。当前世界各国都越来越清楚地认识到这一点，因此也越来越重视数学思想方法的教学。

一般来说 数学思想是对数学事实、概念、理论和方法的本质认识 数学方法是实施有关数学思想的技术手段 它们是数学知识的核心。学习数学除了掌握一些具体的数学知识以外，很重要的是掌握数学思想方法 会“数学地”提出问题、思考问题和解决问题。这既是数学教学本身的需要，也是提高学生数学素养和培养学生良好的精神品格的需要。

数学思想方法通常分成三个层次：

数学思想。如函数思想、方程思想、等价转化思想、分类思想

和数形结合思想等。

逻辑方法。如归纳法、演绎法、类比法、分析法、综合法和反证法等。

具体的数学方法。如配方法、换元法和待定系数法等。

(5) 数学化。荷兰数学教育家弗赖登塔尔认为，数学化是运用数学的思想和方法来分析和研究客观世界中的种种现象并加以整理和组织的过程。数学化的对象有两类，一类是现实客观事物，另一类是数学本身。对客观事物数学化的结果是数学概念、定理、公式、法则和为解决具体问题而构造的数学模型等；对数学本身进行数学化，既可以是某些数学知识的深化，也可以是对已有的数学知识进行分类、整理、综合和构造，以形成不同层次的公理体系和形式体系。弗赖登塔尔提出，与其说让学生学习数学，还不如说让学生学习数学化。学生学习数学化的过程是将学生的数学现实进一步提高、抽象的过程。弗赖登塔尔引用特雷弗斯关于数学化的理论，将数学化分为水平和垂直两种，水平方向的数学化指的是将某一个向水平方向扩展，例如将一个现实问题转化为数学问题。垂直方向的数学化指的是将某一个向垂直方向深入，例如由特例推广建立一般的公式等。弗赖登塔尔根据这两种数学化的侧重点不同，将数学教学分为机械的、经验的、结构的和现实的四种教学模式。又引用希尔的理论，将数学化的过程分为五个阶段：直观阶段、分析阶段、抽象阶段、演绎阶段、严谨阶段。

(6) 数学教学是数学活动的教学。数学教学是数学活动的教学是苏联数学教育家斯托里亚尔提出的现代数学教学观念。数学活动的教学是在数学领域内思维活动的教学，而不仅是数学活动的结果——数学知识的教学。这里所说的数学活动是按照下列三个阶段进行的思维活动：

经验材料的数学组织化。即借助于观察、试验、归纳、类比、概括积累事实材料。

数学材料的逻辑组织化。即由积累的材料中抽象出原始概念和公理体系，并在这些概念和体系的基础上演绎地建立理论。

数学理论的应用。数学教学不仅要教给学生已发现的现成的数学理论，更重要的还要教给学生如何进行数学活动。要教给学生如何像数学家那样去活动，那样去思维。

(7) 猜想、发现和创造。数学教育家波伊亚认为 教师不但要教学生严格演绎思维证明问题 而且要教学生会猜测问题 不但要教正规的演绎推理 而且要教非正规的合情推理。他说：“数学家的创造性工作结果是论证推理 是证明 但证明又由合情推理、猜想等非严格逻辑思维而发现。”所以他向教师呼吁 让我们教猜想吧！

在数学课堂教学中，提倡让学生自己动手收集材料，分析数据类型，提出猜想，研究猜想的合理性，通过猜想—修正—再猜想—再修正……逐步获得接近于实际的某种结果，从而发现某些结论。

数学教育家弗赖登塔尔提出‘再创造’的数学教育原则。他认为真正的数学教育应遵循数学发展史所表明的渐近系统化的过程，教活动的数学 教学生像数学家那样用再创造的方法去学习 从自己所接触的数学现实中进行再创造 得出许多数学成果 从而找到一条培养学生数学创造能力的途径。

(8) 计算机和计算器。计算机和计算器的普及和应用对数学教育的改革带来巨大的影响，使数学教育发生深刻的变化。很多发达国家在数学教育中都已广泛使用计算机和计算器。在数学课堂教学中，计算机和计算器的应用已经成为数学教育现代化的重要标志。计算机和计算器可以用来帮助数学的探索 and 发现，提高数学活动的广度和深度。学生可以用它们进行运算、绘制图像、自我评价和个别化的训练。教师可以将它们作为工具辅助教学。而这一点正是目前我国数学教育的薄弱环节，需要我们进一步努力。

三、系统观

近 20 年来 系统论已被引入教育、教学领域 并取得不少成果。系统论为教学设计提供了指导思想和方法，运用系统方法进行教学设计 从整体和部分 整体和环境之间的相互联系、相互制约中 综合

地考察对象 统筹全局 选择最佳方案 达到最优设计的结果。

什么是系统？系统是为了达到共同的目的，具有相互作用、相互联系的许多要素组成的整体。系统由要素组成，要素之间相互关联，形成一定的结构。例如教学过程是一个系统，它由教师、学生和教材三个要素组成，它们之间相互联系，形成结构。

系统有以下几个特点：

(1) 整体性。这是系统的本质特征，它既是系统研究的出发点，又是系统研究的归宿。系统的各个部分有机地构成一个整体。组成系统的要素是相互关联的，它们之间受一定的规律制约，不能孤立地考察每一个要素，系统是一个整体，要把所有要素放在整个系统中考察。系统的功能不等于各个要素功能的总和。一个系统的功能是否优良，不仅要看每一个要素的功能是否优良，还要看各个要素之间的配合是否协调。如果配合得当，那么整体功能就大于部分功能之和；如果配合不得当，那么各个要素的功能会相互抵消，整体功能就会小于各部分功能之和。数学教学过程就是一个系统工程，必须运用系统论的观点，从整体出发来研究。数学教师要有优良的师德，较高的业务水平，较强的教学能力；学生要有认真的学习态度，扎实的基础知识，较强的学习能力；数学教材要有严密的逻辑体系。但光有这些还不够，它们之间还必须相互配合、相互协调、相互促进，数学教学过程才能得到优化。

(2) 层次性。系统是由各个要素按照一定的次序和方式构成的。系统的结构是分层次的，各个要素根据自己在系统中所处的地位和所起的作用不同，分别处于不同的层次。一个大系统可以分成若干个子系统。运用系统方法分析事物时，要对一个系统分别就各层次进行研究。教学设计是一项系统工程，可以分成两个层次。第一层次是宏观教学设计，是教学的总体规划设计，它包括设计课程方案、设计课程标准、编写教材等。第二层次是微观教学设计，是课堂教学过程设计，它包括单元教学设计、课时教学设计等。

(3) 动态性。任何一个系统都是处在不断运动、发展、变化的状态，都有一个产生、形成、完善和消亡的过程。在系统内部、

系统与环境之间，不断进行物质、能量和信息的交换。系统的状态随着时间而变化，系统的稳定是相对的。教学设计是一个系统，它也是动态的。预定的教学设计方案通过教学实践得到反馈信息，对原有的教学设计方案进行评价，然后进行修改，得到新的符合教学实际的方案。

系统论不仅为数学教学设计提供指导思想 从整体出发 全面综合地考虑教学设计过程中的每一个因素，使教学设计获得最佳的效果 而且为数学教学设计提供系统的方法 包括系统分析方法、系统综合方法和系统模型方法等，还提供了具体的分析和决策的操作过程和程序。分为三个阶段 系统分析、系统决策和系统评价。在系统分析阶段 通过系统分析技术 确定问题的需求和系统的功能、目标；在系统决策阶段 通过方案优选技术 考虑环境等约束条件 优选解决问题的策略 在系统评价阶段 通过评价调试技术 鉴定方案有效性 进而完善现有方案。还为制订计划和解决问题提供系统工具 如流程图、关键路径技术等。

第三节 数学教学设计过程

前面我们研究了数学教学设计的指导思想，下面我们来研究如何进行具体操作，解决怎样进行数学教学设计的问题。为了解决这个问题 根据系统论的观点 我们先来研究数学教学设计过程的基本要素，然后具体研究数学教学设计的过程。

一、数学教学设计过程的基本要素

数学教学设计有各种不同的设计过程模式，但是不管什么模式，它们都包含以下四个共同的要素；

数学教学对象。由于数学教学设计是以学生为中心，所设计的一切活动都是为了学生学好数学 因此 要使数学教学设计取得好的效果，必须重视对学生情况的分析。

数学教学目标。要进行数学教学活动和过程的设计，必须首

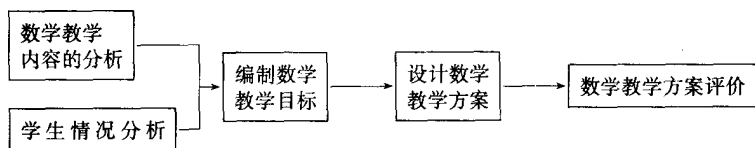
先明确为什么要教这些内容，通过教学要达到什么目标。这样进行教学设计，才有明确的方向和要求。

数学教学策略。这是解决如何进行数学教学的问题，是数学教学设计的重点。它包括教学方法、教学形式、教学活动和教学媒体等的选择和设计。

数学教学设计方案评价。为了知道数学教学设计的方案是否能取得理想的教学效果，必须对数学教学设计的方案进行评价，并在此基础上对方案进行修改。

二、数学教学设计过程

数学教学设计过程有各种模式，根据数学学习理论和教学理论的要求，以及数学教学的实践需要，我们通常采用以下的过程。这里我们先简要地加以说明，在第二、三、四章里将详细进行阐述）：



1. 数学教学设计前期分析

(1) 数学教学内容的分析。数学教师在进行数学教学设计时，第一步先要了解教师教什么，学生学什么，也就是先要知道教学内容，并对它进行详细的分析。

数学教学内容是指为了实现数学教学目标，要求学生学习的数学知识和技能总和。运用系统论的观点对数学教学内容进行分析，主要包括以下几个方面：

背景分析。主要分析这一部分数学知识发生、发展的过程，它与其他数学知识之间的联系，以及它在社会生活、生产和科学技术中的应用。

功能分析。主要分析这一部分数学内容在整个数学教学内容中的地位和作用，以及对于培养和提高学生数学素质所具有的功能。