

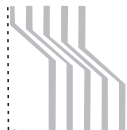
# 出版说明

为了适应基础教育课程改革的需要,变革课程教学论教材相对陈旧的状况,同时,也为了在新世纪开始之际,通过历史回顾和初步总结,促使学科教学论的日趋成熟,陕西师范大学出版社策划编写一套《21世纪高等师范院校学科教学论》教材。经过各学科专家的多次讨论,确定了此套教材的四个基本特色。

1. 体现时代特色。此套教材是在中国教育大变革过程中组织编写的高等师范院校本科教材,一方面体现基础教育课程改革的理念和要求,另一方面体现高等师范教育自身发展的特色和与时俱进的最新成果,包括现代教育理论成果和近年来成功的教学实践成果。

2. 体现创新特色。此套教材在继承教材教法经验的基础上,对传统学科教学论的框架有所突破,内容有所创新,体现现代教育理念和先进的方法体系,成为新世纪贯彻素质教育的学科教学论新平台。

3. 体现基础性特色。各科教材均精选教师教育所必备的基础知识和基本技能为其主干内容,以课程论、学习论、教学论、教育评价为主线展开,注重教师基本能力(包括多媒体技术的使用)的培养。



4. 体现实用性特色。明确为中学教学服务、为学生走上讲台服务的主旨,从内容到形式都为学生学习和将来适应中学教学工作的需要服务,体现可操作性。在对理论阐述的基础中,介绍具体方法和实施过程,体现案例教学,注重与社会生活的联系,使学生感到真实有用,乐于学习。

为此,各学科从提纲的草拟到编写人员的组织都经过了认真研讨和严格筛选。从目前的情况看,经过国内广大学者的共同努力,各科都实现了编写的意图。同时,我们也看到在学科性质与一般教育理论的结合上,在实践性与理论性的平衡上,在多学科融合与本学科独立性的协调上,还存在一些需要进一步研究的关系。这反映了学科教学论正处于发展中的特点,不同的观点、不同的角度恰好为学科教学论的建设注入了无穷无尽的活力。

如今,一套新教材伴随着新世纪教育的步伐摆在了大家的面前,效果如何,将接受专家和广大师生的实践检验。值此时机,我们特别感谢给予本套教材热切关注并亲自作序的华东师大课程与教学研究所所长、博士生导师钟启泉教授,感谢陕西师范大学出版社为本教材的出版付出的辛勤劳动和所提供的经费支持。

罗增儒

2002年12月

# 序

钟启泉

当代教育的改革和发展已经开始聚焦在变革学校课程与教学的层面上,当前我国正在进行的基础教育课程改革就在相当程度上回应了我国教育所面临的挑战和现实问题。课程改革是教育改革和发展的关键环节。2001年6月,教育部颁布了《基础教育课程改革纲要(试行)》,并决定从2001年秋季开始,用5年左右的时间,在全国范围内实行基础教育新的课程体系。新课程的实施是我国基础教育战线一场深刻的变革,新的课程理念、新的教材体系、新的评价观念,既强烈冲击着现有的师范教育体系,又对广大教育工作者提出了更高更新的要求。

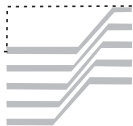
教师发展是课程开发的中心。课程与教学的变革和发展需要一线教师的积极参与,教师自身的理论素养和实践能力是决定课程与教学改革成败的关键。新课程在课程理念、课程目标、课程功能、课程结构、课程内容、课程实施、课程评价及课程管理等方面都发生了重大变革,较原来的课程有了重大创新和突破。它既要求师范院校在现有的教师培养过程中融入新课程理念,使未来的教师能够了解新课程、理解新课



程,又要求一线教师更新教育观念,改进原来习以为常的教学方法、教学行为和教学手段,重新确立和认识自己的角色,改变课堂专业生活方式,提升课程意识,提高教师专业化水平。

由陕西师范大学出版社出版发行的《21世纪高等师范院校学科教学论》系列教材,以培养适应新课程和新教材的新型教师为出发点,本着为教师教学服务的原则,努力凸现未来的教师以及在职教师如何更快更好地适应新课程理念下各学科的教学。本套教材在扼要阐述教学理论的基础上,详细介绍了各学科教学的具体方法、过程,展现多层次的、多种类的教学设计和方案,具有较强的实用性和可操作性。更难能可贵的是现代教育技术应用在该教材中自成章节,教学内容设计亦尽量利用现代教育技术,为未来的教师适应新课程下的教学需要提供了一个平台。

这套教材突破传统学科教学论的局限,体现当代基础教育课程改革指导纲要的基本思想,以新的教育理念贯穿全书,把新课程标准的各项要求融入其中,力图把握学科教育发展的脉搏,介绍和分析各学科教学的特点,勾勒出各学科教学的整体轮廓;同时,教材所表达的学科教学发展的最新理念将对我国学科教学的转型产生一定的促进作用,而其分析和介绍的学科教学的实践模式亦将对我国新的课程改革和教学实践产生一定的促进作用。而且,这套教材具有相对完整的体系,它由八部著作组成,既阐释和分析了学科教学的一般理念和学科教学的设计范式,也包容了学校课程体系中的绝大部分



学科。就整套教材来看,它又是我国课程和学科教学论研究的一项系统工程,它的出版在一定程度上推动了我国学科教学论的理论研究和实践探索,同时也有效地推进了学科教学过程的优化。

这套系列教材由全国基础教育课程标准研制核心组成员、学科教育专家以及一大批长期从事学科教学论教学的中青年学者共同参与编写。教材所涉内容贴近一线教师的教学实践,充分反映学科教学方面最新的研究成果,为师范院校本科生的学习和在职教师的进修提供了系统的学科教育观念、教学设计的策略以及课程教学的科学性知识。它既可作为师范院校本科生必修的教材教法课教材,也可作为教师在职培训的适用教材,也是在职教师更新教育教学观念、理解新课程标准、提高教学艺术较好的参考读物。

目前,几乎所有国家的课程与教学改革中,教师专业素养的提高都被视作一项重要的策略和任务,我国现实的基础教育课程改革同样高度重视这项策略和任务的有效完成。教师专业素养的提高是一项复杂而艰巨的工程,它既需要师范院校的专门培养,又需要教育主管部门有计划地开展正规的师资培训,既需要推广和实践我们已经取得的成功经验,更需要教师从专业发展的角度展开积极的自主学习和研究。“21世纪高等师范院校学科教学论”系列教材为广大教师提高专业素养开辟了一条很好的途径。

课程改革的成败关键在于教师。希冀师范院校学生和广大教师能够积极了解新课程、理解新课程,增强课程改革的信



心,提高运用新课程的能力和水平;以课程改革为重要契机,在理论上提升,在实践中学习,在反思中进步,努力提高专业化水平,并以主人翁的姿态投入到实践新课程的浪潮之中。

愿我们与新课程共同成长!

2002年12月8日于华东师范大学



# 目 录

第一章 数学教育学概述 .....	( 1 )
第一节 数学教育学的形成过程 .....	( 1 )
第二节 数学教育学的基本特点 .....	( 4 )
第三节 数学教育学的研究对象 .....	( 7 )
* 第四节 数学教育学的研究方法 .....	( 9 )
* 第五节 数学的发展趋势及其新的特点 .....	( 13 )
* 第六节 数学教育改革的趋势 .....	( 17 )
第二章 数学课程问题 .....	( 24 )
第一节 数学课程的基本问题 .....	( 24 )
* 第二节 我国数学课程的演变与发展 .....	( 32 )
第三节 中学数学课程的改革 .....	( 36 )
第三章 数学学习问题 .....	( 83 )
第一节 数学学习的概念及特点 .....	( 83 )
第二节 教育心理学与数学学习 .....	( 87 )
第三节 数学学习的过程 .....	( 100 )
第四节 数学学习的记忆和迁移 .....	( 115 )
第五节 非认知因素对数学学习的影响 .....	( 120 )
第六节 数学学习原则 .....	( 133 )
第七节 数学学习方法及学法指导 .....	( 137 )



第四章 数学教学问题 .....	(156)
* 第一节 数学教学总论 .....	(156)
第二节 数学教学目的 .....	(163)
* 第三节 关于教学目的的理论研究 .....	(173)
第四节 数学教学原则 .....	(183)
第五节 数学教学的传统方法 .....	(194)
第六节 数学教学的新方法 .....	(209)
第七节 数学教学过程 .....	(223)
第八节 数学教学工作(一) .....	(234)
第九节 数学教学工作(二) .....	(247)
第十节 数学教学工作(三) .....	(264)
* 第十一节 数学思维 .....	(283)
* 第十二节 数学思想、数学方法与数学思想方法 .....	(306)
第十三节 数学课堂教学的技能 .....	(320)
* 第十四节 数学教师的素质与培养 .....	(336)
第十五节 现代信息技术与数学教学 .....	(344)
第五章 数学教育评价 .....	(379)
第一节 数学教育评价的概念与功能 .....	(379)
第二节 数学教育评价的过程 .....	(385)
* 第三节 对数学教材的评价 .....	(400)
* 第四节 对数学教师的评价 .....	(403)
* 第五节 对数学学习的评价 .....	(415)
第六节 对学生数学能力的评价 .....	(435)
* 第七节 常用统计量和统计方法 .....	(441)
附录:《高中数学课程标准(讨论稿)》(节选) .....	(459)
后记 .....	(469)


## 第四章

### 数学教学问题



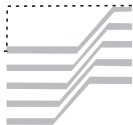
#### 本章题旨

数学教学论是数学教育学的重要组成部分,主要内容包括:数学教学论总论、数学教学目的、数学教学原则、数学教学方法、数学教学过程、数学教学工作以及数学思维、数学思想、数学方法和数学教学技能、数学教师的素质与培养等内容。

新世纪的高等师范院校数学系的大学生,应该对数学教学论的主要内容有较为深入的了解,具有开阔的视野。因此,本章的许多专题是从居高临下、讲清来龙去脉的指导思想下选材的。按照“体现时代特色、创新特色和基础性特色”的要求,在选材与内容处理上作了不少改变;而为了使教材具备实用性和可操作性,又较为详尽地介绍了教师应该掌握的基本功。本章的最后,系统地介绍了现代信息技术在数学教学中的应用,这是因为信息技术的快速发展与数学教学改革的需要而增加的内容。

#### \* 第一节 数学教学总论

“教学论”按照捷克教育家夸美纽斯(J. A. Comenius, 1592~1670)的理解是“教学的艺术”。数学教学论属学科教学论,也可以理解为是进行数学教学的艺术,即一种与多门科学结合在一起的艺术。它是数学教育学的一个重要组成部分。



## 一、数学教学论的研究对象

数学教学论是研究数学教学过程中教与学的相互关系、相互影响、相互作用及其统一规律的科学。它阐述数学教育和数学教学过程中的原则、方法及数学思维、数学能力培养与训练的理论 and 实践问题。其中,掌握数学科学的基本知识体系和数学思想方法,掌握数学技能技巧和形成应用数学的意识,从而形成科学世界观、方法论,这是数学教育问题,而通过课堂教学、课外活动的有效组织,以实现数学教育的目的,这是数学教学问题。

从总的方面说来,数学教学包括教师“教”的活动和学生“学”的活动两个方面。教就是通过向学生传授数学知识、训练数学思维、培养数学能力、发展数学素质、形成科学的数学观和掌握数学思想方法的过程;学就是学生自身通过掌握数学基础知识,在理解、体验、做数学和用数学的实践中,完成上述科学数学观和思想方法的形成过程。

具体说来,数学教学论研究的数学教学是师生合作,教与学相辅相成的数学活动。它要深刻地揭示数学教学过程的基本要素,包括教学目标、教学内容、教学原则、教学方法、教学组织、教学过程等,还包括学生的数学思维、数学方法、数学能力、数学意识等。研究和揭示这些基本要素的固有特征和相互联系;研究反映学生的能力与素质水平和教师的教学水平的检测与评定;从理论与实践及其结合上,解决数学教学中“怎样教”、“怎样学”。“教什么”、“学什么”以及“为什么教”、“为什么学”等问题。

## 二、数学教学论的产生和发展

如前所述,数学教学论是教学论的一个学科分支,因而它是伴随着教学论的产生而产生、随着教学论的发展而发展的。它的原则、方法、组织、过程都受着教学论的一般理论的指导和制约。



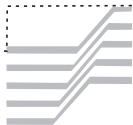
同时,数学教学论又是数学教育学的一个分支,因而它更与数学教育学的产生和发展有着密切的联系。国际上,数学教育学的研究开始于20世纪的70年代,它的主要组成部分就是数学教学论、数学课程论和数学学习论。由此可以看出,数学教学论是教学论的延伸学科,又在数学学科内与其他相关分支建构成了复合的新兴理论体系,并在其产生和发展的过程中,不断充实、不断完善。

在我国,数学教学论通常叫做数学教材教法总论(简称数学教学法)。把它归并,并称之为“数学教育学”,一直是一个争议很大的事情。从20世纪80年代中期开始,越来越多的人倾向于建构统一的“数学教育学”体系。随着国际上数学教育的发展和对中国影响的加大,特别是中国数学教育改革的深入,数学教学论也逐步形成自己的体系。在这个体系中,下述内容一般是不可缺少的:数学教学目的和课堂教学目标、数学教学原则、数学教学方法、数学教学过程、数学思维、数学能力、数学方法、数学教学技能。此外,越来越多的人加强了对数学教师素质要求与培养的研究,并把它作为高等师范院校数学教学论教材的重要章节。

### 三、数学教学论与相关学科的关系

数学教学论可以看做一门独立的新兴学科,它又是一门发展着的边缘学科,它与数学、教学论、教育学、心理学、逻辑学以及哲学都有着密切的关系。以下摘其要加以简单说明:

数学教学论必须与数学相结合,这是显而易见的。因为数学要给数学教学论提供加工的基础材料,把科学的数学加工为教育的数学,按照教学的规律和一定的程序呈现给学习者,这是一个用数学教学论分析数学活动的过程。所以,数学教学论的基本内容是数学,数学是数学教学论的重要的“物资”基础。



在探讨数学教学的理论问题时,数学教学论必须和教学论、教育学相结合,接受教学论和教育学的一般原理的指导与制约。因此,教学论、教育学是数学教学论的基本形式和主要规范。

数学教学论的产生和发展,还接受了心理学、特别是教育心理学的指导。这是由于数学教学是数学活动的教学,而数学活动主要是学生的活动,特别是学生的思维活动。而与思维活动密切相关的是学生的智力因素、非智力因素以及基于此的能力与方法。而这些都是心理学、教育心理学的内容。数学教学必须了解学生的心理特点、性格气质及其发展变化规律,才能提高数学教学质量,收到好的效果。所以,心理学为数学教学论提供理论的支撑,这种支撑是必不可少的,其规律是不可违背的。

数学教学论的某些原理是用逻辑方法或实验方法建立起来的。这些科学的方法是数学教学论进行理论论证和探究的基础,是获取某些理论知识的源泉之一。逻辑学在数学教学论中的作用有两点:一是直接研究数学教学中的逻辑知识,二是研究数学教学中提出的教育和教学问题。数学教学论中引进逻辑知识和采用逻辑方法,是为了提高数学教学效果、促进学生逻辑思维和推理能力的发展,所以逻辑学是数学教学论的重要的理论基础之一,实验方法,作为科学研究的一种基本方法,在数学教学论中占有特殊的地位。不论是教学原则还是教学方法,在数学教学中是否有效,都必须经过实践的检验,而实验方法正是进行科学研究与探讨的最具生命力的方法,只有经过局部实验的验证,才能为大规模、大范围的实践提供经验和方向。

数学与哲学的关系,不仅表现为理论的基础,而且反映为方法的基础。哲学理论为数学教学论提供教学论原则所必需的知识 and 指导思想,它还是数学思想、数学方法和数学观念的基础。

数学教学论与以上各相关学科的关系,是通过数学教学内



容、教学目的、教学原则、教学方法、教学组织形式、具体的教学活动来实现的,而不是脱离师生的教与学的活动过程来进行的。

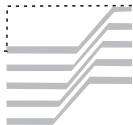
#### 四、数学教学的传统观念与现代观念之比较

传统的数学教学观念也有一个历史的发展与形成过程。从我国的情形来看,建国以后,由于受前苏联凯洛夫教育学的影响,在长期的教学实践中,形成了以“课堂教学、课本知识、学科教师”为中心的“三中心”的教学理念,认为学生知识的主要来源是在课堂上老师讲的书本知识。坚信“只有老师讲得多、学生才能学得多”,“只有老师讲得深、讲得清楚、学生才能学得好、听得明白”。

传统的数学教学观念的基本特征是:重教学、轻学习;重知识、轻能力;重结果、轻过程;重模仿、轻创新;重理论、轻应用;重智力、轻非智力。不能发挥学生的主动性和开拓精神,难以达到现代化建设人才对人的综合素质的要求。因此,必须抛弃传统数学教学观念中的陈旧内容,按照现代教育观念来培养和造就人才。

现代数学教育观念是在现代社会中形成的,它接受各种科学理论和现代教育理论的指导,而且随着数学教学改革的深入发展,正在逐步形成和完善。其主要特征如下:

在教学目的和课堂教学目标上,现代数学教育观念主张:数学教学应该在数学活动中进行,把数学知识的传授作为数学能力培养的基础和载体,在“做”中体验数学、理解数学;在“用”中培养学生的数学意识、提高数学素质、促进学生思维品质的优化和创新能力的提高。不主张死记硬背、生搬硬套和一招一式的解题模式(不是不记忆必要的基础知识)。让各种不同水平的学生学习和掌握符合本人个性特点的数学,特别要关照那些数学学习困难的学差生。



在指导思想上不“一刀切”、“齐步走”,注意发掘数学的德育功能和素质因素。打破一切为了考试、一切为了分数的片面观点,让学生主动地饶有兴趣地去“体验数学”、“用数学”,着眼于提高学生的数学素质和用数学的意识,着眼于提高学生解决实际问题的能力。

在教学内容上,按照教育部组织研制的新课程标准,在继承我国数学教育的优良传统、对基础知识和基本技能给予充分关注的同时,删除繁杂、陈旧、不利于学生发展的内容,增加密切联系生活、反映数学发展的新内容,充分重视信息技术的运用。把转变学生的情感、态度、价值观和关注其一般能力的发展放在重要位置,为学生的终身可持续发展打好基础作为选择教学内容的最根本的原则,转变传统观念中以获取数学知识的多少、解题技能的高低和数学能力的强弱为首要目标的做法,提倡以“问题情境—建立模型—解释与反思”的基本模式展开教学内容,让学生经历“数学化”和“再创造”的过程,形成自己对数学概念的理解,获得对自己有价值的、必要的数学。

在教学方法上,根本转变单纯在课堂的封闭环境中“老师讲、学生听”或“老师讲例题、学生做习题”的传统方式。数学学习是一种高级形式的学习,主要的不是习惯式的或机械性的学习,而应该是理解式的学习。传统的教学方法,从20世纪50年代的“讲深讲透”,到60年代的“精讲多练”,再到70年代至80年代以追逐高分、应试教育而达到高峰的“题海战术”,都是以注入式地灌输为特征的习惯式机械性的学习,它从根本上违反了数学学习应该是学习者的主体活动的客观规律。从心理学的角度来看,“我们需要更多地了解数学是怎样被掌握的”。从这个意义上说,教与学的问题从根本上来说是心理学问题。因而,教学法的设计与采用,必须围绕着学生这个主体来进行。教师作

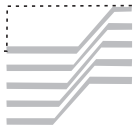


为数学学习的引导者和组织者,同时也应该是学生学习的合作者和参与者。特别是在学生交流与讨论的小组活动中,教师应该既是教练,又是运动员,既当导演,又当演员,特别是在参与学生“发现数学”、“探究求索”的过程中,教师的平等参与对增强学生的自信与合作精神、培养学生的求实求是的科学精神和科学态度,是特别重要的。

现代数学教育观念的变革也与数学自身的变革与发展有关。20世纪以来,数学的发展与膨胀,使数学分成了侧重自身理论研究的“基础数学”和侧重于应用的“应用数学”。20世纪70年代以后,数学的分化更为剧烈,以至于大家同为“应用数学”,也“隔行如隔山”。不仅计算数学、统计数学进一步独立成门,在应用科学、工程技术、生命科学以及经济管理科学等领域又出现了新的分支,而原本纯数学的分支也有了非凡的应用,如数论、拓扑、泛函、抽象代数、范畴论、代数几何、数理逻辑、组合数学等,对现代计算机科学、生物学、编码学、分子遗传学、基因研究等,也有大量应用。反过来,计算机的出现,也极大地影响和促进了数学的发展,模糊数学的发展等,不仅显示了计算机在解决和处理数学问题中的巨大威力,也推动了数学新学科的产生和发展。

现代数学在发展过程中显示出来的五大特点(应用的广泛性,理论的超前性,数学问题的多样性,数学理论与方法的统一性,计算机进入数学)更是把数学的发展与应用,推到一个更为广阔的天地。数学研究水平不断进入更高的层次,带有突破性和里程碑式的成果越来越多。

在这种形势下,数学教学论应该跟上时代的新成果发展的步伐,在保持基础性的同时,不断汲取新的营养,不断改进与变革,以更新的理念、更新的理论、更新的内容、更新的方法来适应



与时俱进的新形势,全面提高数学教学论的质量。

正在制订的全国从义务教育到高中再到高师的数学教育课程标准,拉开了数学教育改革的新的一幕,为适应这场波澜壮阔的改革,数学教学论应该而且必然以崭新的面貌出现。

## 第二节 数学教学目的

### 一、数学教学目的与课堂教学目标

数学教学目的是设计数学课程和进行数学教学的中心环节,是数学教学方向和性质的表述,也是一切数学教学活动的根据。不同国家和各个国家的不同历史时期都会有不同的提法,强调不同的重点。

从1999年3月起,由教育部组织的面向21世纪的“国家数学课程标准”则没有具体提数学教学目的或数学教学目标而称之为“课程目标”。比如《义务教育阶段国家数学课程标准·征求意见稿》中提出:“义务教育阶段数学课程应从现行大纲中以获取数学知识、技能和能力为首要目标,转变为首先关注每一个学生的情感、态度、价值观和一般能力的发展;使学生体会数学与自然及人类社会的密切关系;了解数学的价值,增进对数学的理解和应用数学的信心,学会运用数学的思维方式去观察、分析现实社会,去解决日常生活中的问题;形成勇于探索、勇于创新的科学精神,获得适应未来社会生活和进一步发展所必需的重要数学事实(包括数学知识、数学活动经验)以及基本的思想方法和必要的应用技能。”

义务教育数学课程的最终目的是为学生的终身可持续发展奠定良好的基础,实现:

——人人学有价值的数学;



- 人人都能获得必需的数学；
- 不同的人在数学上得到不同的发展。

教学目的与数学课堂教学目标是两个不同的概念,但在实际运用中却容易混淆。按照《辞海》的解释:“目的:人们行动之前根据需要在观念上为自己设计的要达到的目标或结果,目的贯穿实践过程的始终”;“目标:组织预期要达到的目的或结果,具有预测性、可计量性和激励性等特点”。由此可知,“目的”不同于“目标”,只有在对目的进行具体化之后,即提出达到目的的手段、时间以及检验目的是否达到的工具、步骤以后,目的才会变成目标。“目的”与“目标”的关系是一般与特殊、普遍要求与具体结果、宏观与微观、教师的愿望与学生的行为变化之间的关系。

一般情况下,教学活动都应该预先规定教学目标,一个好的表述的教学目标应有如下的两个特征:①包含要求达成的具体内容的明细规格;②能用规范的术语描述所达到的教学结果的明细规格。

教学目标应集中在学生能做什么,说明的是教学结果,而不是教学过程。教学目标的指向是学生主体,是预期达到的学习结果和标准,是学生学习之后行为所发生的变化。也就是说,教学目标是对学生学习可能发生的行为变化的预设。教师,作为教学主持者和教学目标设计者,不仅要考虑在这一节上,自己应该做什么,怎么做,做到什么程度,而应更重要地考虑学生应该做什么,怎么做,达到什么要求。对学生达到的要求,还应该能够检测这种行为,认定其行为的水平和达到某种水平的标准。这样,教师与学生合作进行的教学活动的深度、广度、活动方式就会在教学目标下统一起来、协调运作。在大多数情形下,学生能够在教学目标的指导下,自己学会和掌握所要求的知识,达到