数学建模与数学实验

Mathematical Modeling and Mathematical Experiments

第 2 版

主　编　赵　静　但　琦
副主编　严尚安　杨秀文

编委（按姓氏笔划）
付诗禄　严尚安　余建民　但　琦
杨秀文　赵　静　蒋银华　蒋继宏

主　审　汪达成

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

图书在版编目(CIP)数据

数学建模与数学实验/赵静　但琦 主编;严尚安等 编. - 2版. - 北京:高等教育出版社,2003.6

ISBN 7 - 04 - 　　　　 -

Ⅰ.数…　Ⅱ.①赵… ②但… ③严…　Ⅲ.①数学模型 - 建立模型 ②数学 - 实验　Ⅳ.

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第　　　号

责任编辑　徐　可　　封面设计　王凌波　　责任印制　陈伟光

数学建模与数学实验　第2版
赵静　但琦　主编

出版发行	高等教育出版社		
社　　址	北京市东城区沙滩后街55号	邮政编码	100009
电　　话	010 - 64054588	传　　真	010 - 64014048
网　　址	http://www.hep.edu.cn http://www.hep.com.cn		
经　　销	新华书店北京发行所		
印　　刷	北京民族印刷厂		
开　　本	787×1092　1/16	版　　次	2003年6月第1版
印　　张	21.75	印　　次	2003年6月第1次印刷
字　　数	540 000	定　　价	29.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

序

一提起数学，人们首先想到的是它的抽象和难懂，以及它的严密的推理和证明．抽象的理论，固然是数学的一个重要方面；但不可否认的是，数学还有另一个重要方面，那就是其广泛的应用性．数学从一开始就是为了实际运用的需要而产生的，数学的很多重大发现（比如微积分）是顺应实际运用的需要而出现的．当然，也有大量的数学成果是来源于解决数学自身提出的问题的努力，这些成果也许不能立即转化成生产力，应用于当时社会实际，但有可能多年以后发现它们有很大的实际效用．随着社会的发展、科学技术的更新，数学的应用越来越广泛．特别是计算机技术的飞速发展和广泛应用，更是导致了数学的越来越广泛深入的应用．在这样的形势下，学校的数学教育，就不能还是按照传统的模式，教师靠粉笔和黑板传授知识，学生靠纸和笔学习知识．数学教学要联系实际应用，要与计算机结合起来，学生不只靠听课和看书接受数学知识，而且要自己动手，借助于计算机，尝试数学的应用，以便在毕业之后能更快更好地适应社会的需要．数学建模和数学实验课程的开设，数学建模竞赛活动的开展，也就适应这一社会需求应运而生了．

数学怎样用来解决实际问题？首先需要用数学的语言来描述实际问题，将它变成一个数学问题，利用现成的数学工具或发展新的数学工具来加以解决．将实际问题变成数学问题的这个过程，就是数学建模．实际上，从数学一开始产生，就是不断在进行数学建模．但是，即使在十年以前，数学建模这个词对于大多数大学生甚至大学教师来说还是陌生的、感觉遥远的．那时我国还只有少数大学在尝试开设数学模型课，开始参加美国的大学生数学建模竞赛．只经过了短短十年，数学建模竞赛已经在全国各高校广泛开展起来，声势浩大，数学建模也随之而广为人知．当然，竞赛只是一种手段，一种形式，而不是目的．但正是通过这种手段和形式，一批又一批大学生受到了培养和锻炼，他们体验了建立数学模型解决实际问题的全过程，体验了合作，体验了创造的艰苦和欢乐，体验了如何使用计算机为解决问题服务，体验了如何将自己的成果写成论文以有利于获得承认和采纳，等等．参加过竞赛的学生普遍感到，得到的收获远不是一张奖状所能表达的．而当他们进入社会之后，竞赛的效果更加显现出来，参加竞赛的经验对于他们适应社会的需要起到了巨大的作用．我们反对应试教育而提倡素质教育．数学建模竞赛也是在"应试"，但这样的"应试"所产生的效果，至少在目前看来，是大有利于学生素质的培养和提高的．这说明，问题不在于是不是有考试这个指挥棒，而在于这个指挥棒指向何方．除了对学生的锻炼和培养外，通过数学建模竞赛，在全国各高校还都形成了一支教练队伍，他们成为推动数学走向应用的一支生力军．比如，本书的作者们就是这样．他们是解放军后勤工程学院的一批年轻教员，他们开设数学建模课程，从1994年起开始带领本校学生参加全国大学生数学建模竞赛，并取得了优异的成绩．他们既培养了学生，也提高了自己，在数学教育和应用方面积累了丰富的经验．本书就是这一经验的结晶．本书的前身是数学建模与数学实验讲义，1997年由后勤工程学院出版，沿用至今，效果良好．经过进一步修改加工成为本书．

本书的题目是"数学建模与数学实验".数学实验是近几年才在我国大学中新开设的一门课程,对于它的宗旨和具体做法,大家都处于摸索阶段,还没有形成一个统一的模式.我以为,不应当过早形成统一的模式,而应当鼓励各种不同模式进行试点和探索.但大体统一的是 数学实验既然是实验,就不应当由老师传授知识为主,而应当以学生自己动手为主.还有一点,数学实验的主要实验"仪器"是计算机,数学实验就是要让学生利用计算机来学习和应用数学.本书的特点是将数学知识、数学实验与数学建模结合起来,在数学实验中强调如何利用计算机及其软件来求解数学模型.书中既简要介绍一些最常用的解决实际问题的应用数学知识,又联系实例介绍应用相应的数学知识建立数学模型,并用合适的数学软件包(主要是 MATLAB 软件包)进行求解.在大多数章的最后一节,结合相应知识和软件包介绍一个大型的、综合的数学建模案例,这些案例主要取材于最近几年全国大学生数学建模竞赛题.这样的选材和组织,使本书很实用,既适用于作为工科院校数学建模课、数学实验课和数学建模竞赛培训教材,也可作为应用数学知识及软件使用方面的易于入门的参考书.

李尚志
中国科学技术大学数学系
2003 年 4 月

第 2 版前言

在面向 21 世纪的工科数学教学改革中，许多高校对工科数学的教学内容和课程体系进行了一系列的改革尝试，并开设了数学建模或数学实验课程. 全国大学生数学建模竞赛活动也开展了多年. 随着改革的深入，数学实验课程的重要性日益显著. 在全国高等学校工科数学课程指导委员会的关于工科数学系列课程教学改革的建议中，指出微积分、几何与代数、概率与统计、数学实验是 21 世纪高级人才应该普遍具备的数学基础.

数学实验就是运用现代计算机技术和软件包来进行数学模型的求解. 数学实验课应该是数学建模教学过程中必不可少的一个实践性环节，开设数学实验课是工科数学教学改革的进一步深入和延续，对于推进高等院校数学课程教学内容和课程体系的改革，培养学生具有跨世纪的解决实际问题的能力和创造精神，均会起到积极的作用.

本书集应用数学知识、数学建模和数学实验为一体. 既简要介绍一些最常用的解决实际问题的应用数学知识，又联系实例介绍应用相应的数学知识建立数学模型，并用合适的数学软件包（本书主要用 MATLAB 软件包）来求解模型. 在大多数章的最后一节，结合相应知识和软件包介绍一个大型的数学建模案例，这些案例主要取材于最近几年全国大学生数学建模竞赛题. 与其他数学建模教材和数学实验课教材相比，本教材更注重应用数学知识以及软件的使用.

本书的作者均是后勤工程学院数学建模教练，他们从 1994 年开始带领学生参加全国大学生数学建模竞赛，取得了优秀的成绩，积累了丰富的经验. 将这些年来在数学建模培训中的讲稿经过不断的补充和完善，编写成了讲义《数学建模与数学实验》，自 1997 年在后勤工程学院和重庆市一些高校陆续使用，教练员和学生反映良好，并且在数学建模培训中起到了很好的作用. 本书第 1 版是在原讲义的基础上进一步修改而成，于 2000 年由高等教育出版社和施普林格出版社出版. 现在的第 2 版在第 1 版的基础上作了以下改进：

第一，根据教学的实际需要，增加了两章内容（即第 1 章——数学建模简介和第 2 章——MATLAB 入门）；

第二，第 1 版使用的是 MATLAB 5.3 版，第 2 版采用了最新的 MATLAB 6.3版. 6.3 版的功能更强大，使用更方便，尤其是其优化工具箱有很大的改进；

第三，补充了例子，使内容更丰富；

第四，第 2 版附上了教学光盘，光盘中包含本书的全部源程序和适用于课堂教学的 POWERPOINT 幻灯片. 教师可直接用于课堂教学，对学生课外自学和复习也大有帮助.

本书编写的具体分工如下：赵静撰写第 1、11、13、15、17 章及全书 MATLAB 编程；但琦撰写第 9、10 章；严尚安撰写第 16 章；杨秀文撰写第 12、14 章；蒋银华撰写第 3 章；余建民撰写第 4、7 章；付诗禄撰写第 5、6、18 章；蒋继宏撰写第 8 章；赵静、但琦共同撰写第 2 章. 本书所附教学光盘由赵静、杨秀文、付诗禄共同研制，余文革、吴松林也做了部分工作. 赵静、严尚安负责全书质量把关；但琦、杨秀文负责组织协调工作.

本书由重庆交通学院汪达成副教授担任主审.解放军后勤工程学院马凡柯副教授、数学教研室许多同志提出了宝贵的意见,在此深表谢意.

本书可作为工科院校本科数学建模课、数学实验课或数学建模竞赛培训的教材,也可作为应用数学知识方面的参考书.

编　者

2003 年 6 月

目　　录

第 1 章　数学建模简介

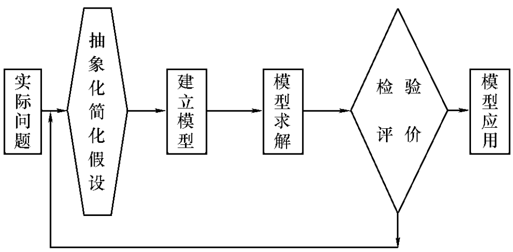
1.1　关于数学建模

所谓数学模型，是关于部分现实世界为一定目的而作的抽象、简化的数学结构．简言之，数学模型是用数学术语对部分现实世界的描述．

数学建模就是构造数学模型的过程，即用数学的语言 —— 即公式、符号、图表等刻画和描述一个实际问题，然后经过数学的处理 —— 即计算、迭代等得到定量的结果，以供人们作分析、预报、决策和控制．

在对实际问题建立数学模型时，需要解决的问题往往涉及众多的因素，这就需要分清问题的主要因素和次要因素，恰当地抛弃次要因素，提出合理的假设，建立相应的数学模型，并用相应的数学方法（或现有软件）求解模型，然后将所得的解与实际问题作比较，找出存在的差距和原因，对问题作进一步的分析，提出新的假设，逐步修改完善模型，使问题得到更好的解决．

上述数学建模过程可用流程图表述如下：



数学建模是一个实践性很强的学科，它具有以下特点：

1．涉及到广泛的应用领域，如物理学、力学、工程学、生物学、医学、经济学、军事学、体育运动学等．而不少完全不同的实际问题，在一定的简化层次下，它们的模型是相同或相似的．这就要求我们培养广泛的兴趣，拓宽知识面，从而发展联想能力，通过对各种问题的分析、研究、比较，逐步达到触类旁通的境界．

2．需要灵活运用各种数学知识．在数学建模过程中，数学始终是我们主要的工具．要根据实际问题的需要，灵活运用各种数学知识如微分方程、运筹学、概率统计、图论、层次分析、变分法等，去描述和解决实际问题．这要求我们一方面要加深数学知识的学习；另一方面，更重要的是培养应用已学到的数学方法和思想进行综合应用和分析，进行合理的抽象及简化的能力．

3．需要各种技术手段的配合，如查阅各种文献资料、使用计算机和各种数学软件包等．

4．建立一个数学模型与求解一道数学题目有极大的差别．求解数学题目往往有唯一正确

的答案，而数学建模没有唯一正确的答案. 对同一个实际问题可能建立起若干不同的模型，模型无所谓"对"与"错"，评价模型优劣的唯一标准是实践.

5. 建立的数学模型与建模的目的有关. 对同一个实际对象，建模目的之不同导致建模的侧重点和出发点也不同.

因此，对一个实际问题而言，数学建模没有确定的模式，它与问题的性质、建模目的、建模者自身的数学素质有关，甚至还与建模者的灵性有关. 经验、想象力、洞察力、判断及直觉、灵感在建模过程中起着与数学知识同样重要的作用. 数学建模是一门科学，它更是一门艺术. 要成为一名出色的艺术家，需要大量的观摩和前辈的指导，更需要亲身的实践. 同样，要掌握数学建模这门艺术，既要学习、分析、评价、改进别人做过的模型，更要亲自动手，认真做一些实际题目.

1.2　数学建模实例：人口预报问题

这里介绍一个建立人口预报数学模型的实例，希望读者从中体会数学建模的过程.

1. 问题

人口问题是当前世界上人们最关心的问题之一. 认识人口数量的变化规律，作出较准确的预报，是有效控制人口增长的前提. 下面介绍两个最基本的人口模型，并利用表 1 给出的近两百年的美国人口统计数据，对模型做出检验，最后用它预报 2000 年、2010 年的美国人口.

表 1　美国人口统计数据

年(公元)	1790	1800	1810	1820	1830	1840	1850
人口(百万)	3.9	5.3	7.2	9.6	12.9	17.1	23.2
年(公元)	1860	1870	1880	1890	1900	1910	1920
人口(百万)	31.4	38.6	50.2	62.9	76.0	92.0	106.5
年(公元)	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990
人口(百万)	123.2	131.7	150.7	179.3	204.0	226.5	251.4

2. 指数增长模型(马尔萨斯人口模型)

此模型由英国人口学家马尔萨斯(Malthus，1766—1834) 于 1798 年提出.

[1] 假设：人口增长率 r 是常数(或单位时间内人口的增长量与当时的人口成正比).

[2] 建立模型：记时刻 $t=0$ 时人口数为 x_0，时刻 t 的人口为 $x(t)$，由于量大，$x(t)$ 可视为连续、可微函数. t 到 $t+\Delta t$ 时间段内人口的增量为：

$$\frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t}=rx(t)$$

于是 $x(t)$ 满足微分方程：

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=rx \\ x(0)=x_0\end{cases} \tag{1}$$

[3] 模型求解：解微分方程(1)，得

$$x(t) = x_0 e^{rt} \tag{2}$$

表明：$t \to \infty$ 时，$x(t) \to \infty (r > 0)$.

[4] 模型的参数估计：

要用模型的结果(2)来预报人口，必须对其中的参数 r 进行估计，这可以用表 1 的数据通过拟合得到. 拟合的具体方法见本书第 16 章或第 18 章.

通过表中 1790—1980 的数据拟合得：$r = 0.307$.

[5] 模型检验：

将 $x_0 = 3.9$，$r = 0.307$ 代入公式(2)，求出用指数增长模型预测的 1810—1920 的人口数，见表 2.

表 2 美国实际人口与按指数增长模型计算的人口比较

年	实际人口（百万）	指数增长模型	
		预测人口(百万)	误差(%)
1790	3.9		
1800	5.3		
1810	7.2	7.3	1.4
1820	9.6	10.0	4.2
1830	12.9	13.7	6.2
1840	17.1	18.7	9.4
1850	23.2	25.6	10.3
1860	31.4	35.0	10.8
1870	38.6	47.8	23.8
1880	50.2	65.5	30.5
1890	62.9	89.6	42.4
1900	76.0	122.5	61.2
1910	92.0	167.6	82.1
1920	106.5	229.3	115.3

从表 2 可看出，1810—1870 间的预测人口数与实际人口数吻合较好，但 1880 年以后的误差越来越大.

分析原因，该模型的结果说明人口将以指数规律无限增长. 而事实上，随着人口的增加，自然资源、环境条件等因素对人口增长的限制作用越来越显著. 如果当人口较少时人口的自然增长率可以看作常数的话，那么当人口增加到一定数量以后，这个增长率就要随着人口增加而减少，于是应该对指数增长模型关于人口净增长率是常数的假设进行修改. 下面的模型是在修改的模型中著名的一个.

3. 阻滞增长模型(Logistic 模型)

[1] 假设：

(a) 人口增长率 r 为人口 $x(t)$ 的函数 $r(x)$（减函数），最简单假定 $r(x) = r - sx$，$r, s > 0$（线性函数），r 叫做固有增长率.

(b) 自然资源和环境条件年容纳的最大人口容量 x_m.

[2] 建立模型：

当 $x = x_m$ 时,增长率应为 0,即 $r(x_m) = 0$,于是 $s = \frac{r}{x_m}$,代入 $r(x) = r - sx$,得

$$r(x) = r\left(1 - \frac{x}{x_m}\right) \tag{3}$$

将(3) 式代入(1) 式得

$$\text{模型：}\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = r\left(1 - \dfrac{x}{x_m}\right)x \\ x(0) = x_0 \end{cases} \tag{4}$$

[3] 模型的求解 解方程(4),得

$$x(t) = \frac{x_m}{1 + \left(\dfrac{x_m}{x_0} - 1\right)\mathrm{e}^{-rt}} \tag{5}$$

根据方程(4) 作出$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \sim x$ 曲线图,见图 1 - 1,由该图可看出人口增长率随人口数的变化规律.根据结果(5) 作出 $x \sim t$ 曲线,见图 1 - 2,由该图可看出人口数随时间的变化规律.

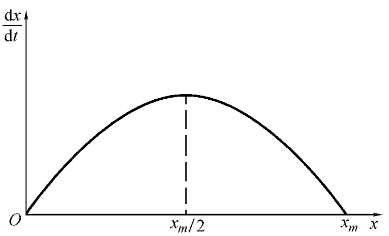


图 1 - 1　$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \sim x$ 曲线图

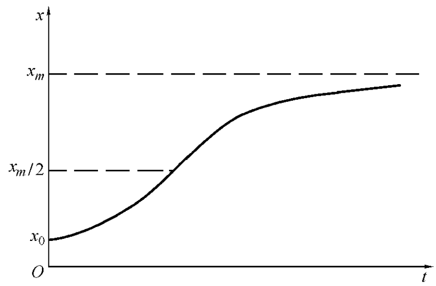


图 1 - 2　$x \sim t$ 曲线图

[4] 模型的参数估计：

利用表 1 中 1790—1980 的数据对 r 和 x_m 拟合得：$r = 0.2072$，$x_m = 464$.

[5] 模型检验：

将 $r = 0.2072$，$x_m = 464$ 代入公式(5),求出用指数增长模型预测的 1800—1990 的人口数,见表 3 第 3、4 列.

也可将方程(4) 离散化,得

$$x(t+1) = x(t) + \Delta x = x(t) + r\left[1 - \frac{x(t)}{x_m}\right]x(t),\quad t = 0,1,2,\cdots \tag{6}$$

用公式(6) 预测 1800—1990 的人口数,结果见表 3 第 5、6 列.

表 3 美国实际人口与按阻滞增长模型计算的人口比较

年	实际人口(百万)	阻滞增长模型 公式(5) 预测人口(百万)	公式(5) 相对误差	公式(6) 预测人口(百万)	公式(6) 相对误差
1790	3.9				
1800	5.3	5.9025	0.1137	3.9000	0.2642
1810	7.2	7.2614	0.0085	6.5074	0.0962
1820	9.6	8.9332	0.0695	8.6810	0.0957
1830	12.9	10.9899	0.1481	11.4153	0.1151
1840	17.1	13.5201	0.2094	15.1232	0.1156
1850	23.2	16.6328	0.2831	19.8197	0.1457
1860	31.4	20.4621	0.3483	26.5228	0.1553
1870	38.6	25.1731	0.3478	35.4528	0.0815
1880	50.2	30.9687	0.3831	43.5329	0.1328
1890	62.9	38.0986	0.3943	56.1884	0.1067
1900	76.0	46.8699	0.3833	70.1459	0.0770
1910	92.0	57.6607	0.3733	84.7305	0.0790
1920	106.5	70.9359	0.3339	102.4626	0.0379
1930	123.2	87.2674	0.2917	118.9509	0.0345
1940	131.7	107.3588	0.1848	137.8810	0.0469
1950	150.7	132.0759	0.1236	148.7978	0.0126
1960	179.3	162.4835	0.0938	170.2765	0.0503
1970	204.0	199.8919	0.0201	201.1772	0.0138
1980	226.5	245.9127	0.0857	227.5748	0.0047
1990	251.4	302.5288	0.2034	250.4488	0.0038

[6] 模型应用：

现应用该模型预测人口. 用表 1 中 1790—1990 年的全部数据重新估计参数，可得 $r = 0.2083$，$x_m = 457.6$. 用公式(6)作预测得：

$$x(2000) = 275；\quad x(2010) = 297.9$$

也可用公式(5)进行预测.

1.3 数学建模论文的撰写方法

当参加数学建模竞赛时，竞赛论文是评价小组建模工作的唯一依据. 而竞赛要求在三天时间内完成建模的所有工作，包括论文写作. 因此论文写作的时间是非常紧迫的，在赛前有意识地进行论文写作的训练，是非常必要的. 一方面可增强良好的掌握时间节奏的能力；另一方面也可以熟悉建模论文各部分内容的写作方法.

在写作论文时，建模小组的各成员应齐心协力，既要各司其职，又要通力合作. 要做到这一点，必须将整个建模工作加以分解，理清各部分工作的并行或先后顺序关系以及在整个工作中的地位和作用. 负责各部分工作的成员，应将自己的工作完整地记录下来. 小组内应有一个主

笔人，负责对文章的整体把握，其工作包括拟制写作提纲和论文的最后写作. 提纲写出来后，应先在小组内讨论、修改和确定，然后再开始正式写作. 论文写出来后，小组内其他成员必须参与论文的检查和修改工作，这一方面是因为每个成员可以检查一下自己的工作是否都被准确地表达出来了；另一方面因为习惯性思维，主笔人一般不容易检查出自己的错误.

数学建模竞赛章程规定，对论文的评价应"以假设的合理性、建模的创造性、结果的正确性和文字表述的清晰性"为主要标准. 所以，在论文中应努力反映出这些特点.

下面，我们简单介绍数学建模论文的主要组成部分及各部分内容的撰写方法.

1. 题目

论文题目是一篇论文给出的涉及论文范围及水平的第一个重要信息. 要求简短精练、高度概括、准确得体、恰如其分. 既要准确表达论文内容，恰当反映所研究的范围和深度，又要尽可能概括、精练.

2. 摘要

摘要是论文内容不加注释和评论的简短陈述，其作用是使读者不阅读论文全文即能获得必要的信息. 在数学建模论文中，摘要是非常重要的一部分. 数学建模论文的摘要应包含以下内容：所研究的实际问题、建立的模型、求解模型的方法、获得的基本结果以及对模型的检验或推广. 论文摘要需要用概括、简练的语言反映这些内容，尤其要突出论文的优点，如巧妙的建模方法、快速有效的算法、合理的推广等. 一般科技论文的摘要要求不列举例证，不出现图、表和数学公式，不自我评价，且字数应在 200 以内. 前几年，全国大学生数学建模竞赛要求摘要字数应在 300 字以内. 但从 2001 年开始，为了提高论文评选效率，要求将论文第一页全用作摘要，对字数已无明确限制. 故在摘要中也可适当出现反映结果的图、表和数学公式.

3. 问题重述

数学建模比赛要求解决给定的问题，所以论文中应叙述给定问题. 撰写这部分内容时，不要照抄原题，应把握住问题的实质，再用较精练的语言叙述问题.

4. 模型假设

建模时，要根据问题的特征和建模目的，抓住问题的本质，忽略次要因素，对问题进行必要的简化，做出一些合理的假设. 模型假设部分要求用精练、准确的语言列出问题中所给出的假设，以及为了解决问题所做的必要、合理的假设. 假设作得不合理或太简单，会导致错误的或无用的模型；假设作得过分详尽，试图把复杂对象的众多因素都考虑进去，会使工作很难或无法继续下去，因此常常需要在合理与简化之间作出恰当的折中.

5. 分析与建立模型

根据假设，用数学的语言、符号描述对象的内在规律，得到一个数学结构. 建模时应尽量采用简单的数学工具，使建立的模型易于被人理解. 在撰写这一部分时，对所用的变量、符号、计量单位应作解释，特定的变量和参数应在整篇文章保持一致. 为使模型易懂，可借助于适当的图形、表格来描述问题或数据.

6. 模型求解

使用各种数学方法或软件包求解数学模型. 此部分应包括求解过程的公式推导、算法步骤及计算结果. 为求解而编写的计算机程序应放在附录部分. 有时需要对求解结果进行数学上的

分析,如结果的误差分析、模型对数据的稳定性或灵敏度分析等.

7. 模型检验

把求解和分析结果翻译回到实际问题,与实际的现象、数据比较,检验模型的合理性和适用性.如果结果与实际不符,问题常出在模型假设上,应该修改、补充假设,重新建模.这一步对于模型是否真的有用十分关键.

8. 模型推广

将该问题的模型推广到解决更多的类似问题,或讨论给出该模型的更一般情况下的解法,或指出可能的深化、推广及进一步研究的建议.

9. 参考文献

在正文中提及或直接引用的材料或原始数据,应注明出处,并将相应的出版物列举在参考文献中.需标明出版物名称、页码、著者姓名、出版日期、出版单位等.

10. 附录

附录是正文的补充,与正文有关而又不便于编入正文的内容都收集在这里.包括:计算机程序、比较重要但数据量较大的中间结果等.为便于阅读,应在源程序中加入足够的注释和说明语句.

1.4 习 题

1. 1650 年世界人口为 5 亿,当时的年增长率为 0.3%,用指数增长模型计算什么时候世界人口达到 10 亿(实际上 1850 年前已超过 10 亿).1970 年世界人口为 36 亿,年增长率为 2.1%.用指数增长模型预测什么时候世界人口会翻一番(这个结果可信吗).你对同样的模型得出的两个结果有何看法.

2. 利用 1.1 节表 1 给出的美国 1790—1990 年人口资料建立一个分段的指数增长模型.比如把时间分为 3 段,分别确定增长率,并进行检验.

3. 假定人口的增长服从这样的规律:时刻 t 的人口为 $x(t)$,t 到 $t+\Delta t$ 时间段内人口的增长量与 $x_m - x(t)$ 成正比(其中 x_m 为最大人口容量).试建立模型并求解.作出解的图形并与指数增长模型、阻滞增长模型的结果进行比较.