



# 数学辅导与训练

六年级用雪

黄汉禹 主编

上海科学技术出版社

上海教育出版社

## 内 容 提 要

《数学辅导与训练》一书依据上海市数学学科课程标准编写而成. 全书分学习要求, 解题指导, 疑难分析, 基本训练, 自我评估, 本章测试等部分组成. 本书通过提示各个知识要点, 指导各类题的解法, 让学生牢固掌握数学基础知识, 提高学生分析和解决问题的能力.

# 编写说明

本书以 1998 年修订的学科课程标准和教材使用意见(初中部分)为依据,内容紧密配合课本,旨在帮助学生克服学习上的困难,增强阅读能力和自学能力,提高学科素质,及时消化所学的知识内容(包括基本概念、基本理论、基本要求,以及有关的难点、重点),并为学有余力的学生提供一些深、宽度略高于课程标准的学习资料.书中章、节或有关内容前凡有“\*”的均为选学内容.

由上海中小学课程教材改革委员会组织编写的、供国家发达地区使用的中、小学数学教材,经过多年试用,越来越被广大教师、家长和社会认同与接受.由于这套教材的成功,数学编写组曾于 1994 年获得了“苏步青教育奖”,在社会上取得了良好的信誉.为更好地体现这套教材的精神,本辅导与练习在结构上由知识系统、学习要求、解题指导、疑难分析、基本训练等部分组成.

[知识系统]旨在将本章的知识点,串点成线,编织成知识网络,充分揭示知识间的相互联系,从而对本章内容的概貌首先有一个完整的了解.

[学习要求]简明、扼要地分条列出教学要求.

[解题指导]精选例题,力求使每个例题都有其显明的目的性.每个例题视其难易,可设有分析、解(包括多种典型解法)、解后适当而恰如其分地提出“注意”、“说明”、“思考”、“研究”等项目.这里“注意”是指解题的注意事项,指出其容易出错或疏忽的地方;“说明”是指通过本例阐明解题的一般规律,告诉学生解题的基本方法;“思考”是指当本例题的条件和结论作适当改变时,命题将起何变化,也在解题方法上提出思考性问题;“研究”是更高层次上的“思考”,使学生对某些数学规律能自我发现.

[疑难分析]将解题中的疑难所在作简明扼要的概括分析.

[基本训练]通过解题指导和疑难分析之后,让学生进行必要的、基本的解题训练,以使有关的数学知识和数学思想方法及时得到落实.

本书除基本训练之外,还设有单元和本章测试、期末测试,可以进一步帮助学生巩固所学知识,加深理解,熟练技能,达到自我检查的效果.

本书由黄汉禹担任主编,邹一心、周玉刚主审.其中第一章由齐敏编写,第

二章由史久甫编写,第三、四章由岳德明编写,第五、六、七章由刘凤鸣编写,第一、二学期期末测试题由史久甫、岳德明、刘凤鸣编写,参加本书编写的还有育知等.

本丛书已在教学实践中使用了两至三轮.广大师生在教学过程中,一方面对本书的内容、编制的体例和格局深深厚爱;另一方面又热情地给我们指出了其中的一些不足之处.为使本书修改得更好,本版由史久甫、岳德明进行了全面修订,黄汉禹审阅了修订稿.限于我们的水平,书中仍难免有不足之处,恳请广大师生、家长多提宝贵意见.

上海科学技术出版社

上海教育出版社

2002年2月

# 目 录

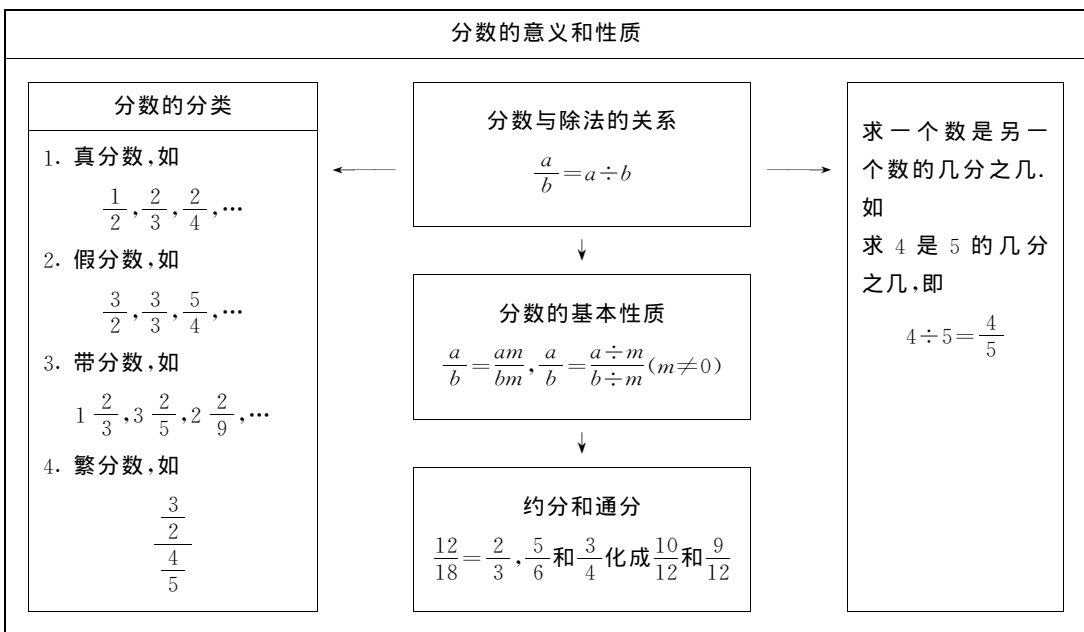
第一章 分数	1
一、分数的意义和性质	2
单元测试(A卷)	19
单元测试(B卷)	21
二、分数的加减法	23
单元测试(A卷)	33
单元测试(B卷)	34
三、分数的乘除法	36
单元测试(A卷)	59
单元测试(B卷)	60
本章测试(A卷)	62
本章测试(B卷)	64
第二章 圆、圆柱和圆锥	67
一、圆的周长和面积	68
单元测试(A卷)	79
单元测试(B卷)	81
二、圆柱的表面积和体积	83
单元测试(A卷)	88
单元测试(B卷)	90
* 三、圆锥的体积	92
单元测试(A卷)	96
单元测试(B卷)	98
本章测试(A卷)	99
本章测试(B卷)	101
第一学期期末测试	103
A卷	103
B卷	105
第三章 比和百分比	107
一、比的意义和性质	107
单元测试(A卷)	113
单元测试(B卷)	114
二、百分比	116

单元测试(A卷)·····	127
单元测试(B卷)·····	128
本章测试(A卷)·····	129
本章测试(B卷)·····	130
第四章 有理数·····	132
一、有理数的意义·····	133
单元测试(A卷)·····	138
单元测试(B卷)·····	139
二、有理数的运算·····	140
单元测试(A卷)·····	161
单元测试(B卷)·····	162
本章测试(A卷)·····	163
本章测试(B卷)·····	164
第五章 整式的加减·····	166
一、整式·····	167
二、整式的加减·····	170
本章测试(A卷)·····	174
本章测试(B卷)·····	175
第六章 长方形和长方体·····	177
一、长方体的再认识·····	177
二、长方体中垂直关系的认识·····	179
三、长方体中平行关系的认识·····	180
本章测试(A卷)·····	182
本章测试(B卷)·····	182
第七章 线段、角和三角形·····	184
一、线段·····	185
二、角·····	188
三、三角形·····	190
四、多边形·····	192
本章测试(A卷)·····	193
本章测试(B卷)·····	194
第二学期期末测试·····	196
A卷·····	196
B卷·····	197
参考答案·····	199

# 第一章

# 分数

[知识系统]



分数的运算	
分数的加减法	分数乘法
<p><b>同分母分数的加减法:</b></p> <p>如 <math>\frac{1}{12} + \frac{5}{12} = \frac{1}{2}</math></p> <p><b>异分母分数的加减法:</b></p> <p>如 <math>\frac{9}{10} - \frac{3}{8} = \frac{36}{40} - \frac{15}{40} = \frac{21}{40}</math></p> <p><b>带分数的加减法:</b></p> <p>如 <math>2\frac{1}{5} + 1\frac{2}{5} = 3\frac{3}{5}</math></p> <p><b>负分数的加减法:</b></p> <p>如 <math>-\frac{1}{6} + \frac{2}{5} = \frac{7}{30}</math></p>	<p><b>分数乘以或除以整数:</b></p> <p>如 <math>\frac{3}{10} \times 5 = \frac{3 \times 5}{10} = 1\frac{1}{2}</math></p> <p><b>一个数乘以或除以分数:</b> 如 <math>\frac{3}{7} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{14}</math></p> <p><b>带分数的乘除法:</b> 如 <math>2\frac{1}{7} \div 1\frac{4}{5} = 1\frac{4}{21}</math></p> <p><b>负分数的乘除法:</b> 如 <math>(-\frac{4}{9}) \div (-\frac{11}{21}) = \frac{28}{33}</math></p> <p><b>* 繁分数化简:</b> 如 <math>\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{5}{7}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{7}} = \frac{7}{6}</math></p>

# 一、分数的意义和性质

## [学习要求]

本单元学习你要达到下列要求:

1. 知道分数的意义,掌握分数与正整数除法的关系,即会用分数表示两个正整数相除所得的商,也会把分数写成两个正整数相除的式子.
2. 知道真分数、假分数和带分数的概念及特征,能把假分数化成带分数或整数,把带分数化成假分数,包括把正整数化为分母是任意正整数的假分数,会把分母只含 2 和 5 质因素的分数化为小数.
3. 记住分数的基本性质,并会运用.
4. 知道最简分数的概念,能判断一个分数是不是最简分数,会把一个分数通过约分化成最简分数,会把小数化成分数,能判别一个分数能否化成有限小数.
5. 知道通分的意义,能进行通分运算,会利用通分进行异分母分数大小的比较.
6. 熟练掌握求一个数是另一个数的几分之几,会把两个数的倍数关系与几分之几关系统一起来.
7. 知道负分数的概念及分数符号变化规律,会求一个分数的相反数,并能把分数及它的相反数用数轴上的点表示出来,利用数轴上点的位置比较两个数的大小.

## [解题指导]

**例 1** 1 只蛋糕平均分给 5 个学生,每个学生可得到多少只蛋糕? 3 个学生共得到多少只蛋糕?

**分析** 把 1 只蛋糕平均分给 5 个学生,就是把 1 只蛋糕平均分成 5 份,其中每一份是  $1 \div 5$ ,利用除法与分数的关系,用分数表示即为  $\frac{1}{5}$ . 3 个学生共得到其中的 3 份,即 3 个  $\frac{1}{5}$ ,就是  $\frac{3}{5}$ .

**解** 每个学生得到  $\frac{1}{5}$  只蛋糕,3 个学生共得到  $\frac{3}{5}$  只蛋糕.

**例 2** 用分数表示下列除法所得的商.

(1)  $3 \div 5$ ; (2)  $7 \div 6$ ; (3)  $5 \div 2$ ; (4)  $18 \div 13$ .

**分析** 除法所得的商用分数来表示,只需根据除法与分数的关系;被除数是分子,除数是分母,注意不要写颠倒.

**解** (1)  $3 \div 5 = \frac{3}{5}$ ; (2)  $7 \div 6 = \frac{7}{6}$ ;

(3)  $5 \div 2 = \frac{5}{2}$ ; (4)  $18 \div 13 = \frac{18}{13}$ .

**例 3** 将下列分数写成两数相除的式子.

(1)  $\frac{2}{5}$ ; (2)  $\frac{7}{3}$ ; (3)  $\frac{12}{12}$ .

**解** (1)  $\frac{2}{5} = 2 \div 5$ ; (2)  $\frac{7}{3} = 7 \div 3$ ; (3)  $\frac{12}{12} = 12 \div 12$ .

**例 4** 填空(1) 1 米的  $\frac{2}{3} = 2$  米的( );

(2) 3 吨的  $\frac{1}{4} =$  ( ) 吨的  $\frac{3}{4}$ .

分析 分别用图 1.1 表示.

把 1 米看作整体, 阴影部分是它的  $\frac{2}{3}$ , 即  $\frac{2}{3}$  米;

把 2 米看作整体, 阴影部分是它的  $\frac{1}{3}$ , 即  $\frac{2}{3}$  米.

所以  $\frac{2}{3}$  即可以看成 1 的  $\frac{2}{3}$ , 也可看成 2 的  $\frac{1}{3}$ . 同样, 3 的

$\frac{1}{4}$  也就是 1 的  $\frac{3}{4}$ .

解 (1) 1 米的  $\frac{2}{3} = 2$  米的  $(\frac{1}{3})$ ; (2) 3 吨的  $\frac{1}{4} = (1)$  吨的  $\frac{3}{4}$ .

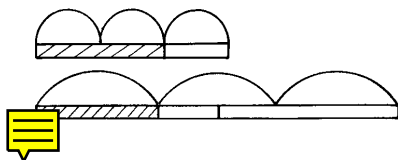
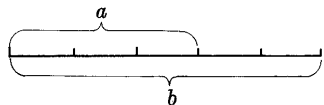


图 1.1

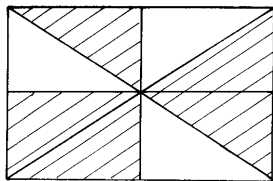
### 基本训练 1-1

#### 1. 填空题

- (1) 如图, 线段  $a$  是线段  $b$  的 \_\_\_\_\_;
- (2) 图中阴影部分占整体的 \_\_\_\_\_;
- (3)  $\frac{7}{8}$  表示 \_\_\_\_\_ 个  $\frac{1}{8}$ ;
- (4) 3 个  $\frac{1}{4}$  用分数表示为 \_\_\_\_\_;
- (5) 4 千克的  $\frac{1}{5}$  等于 1 千克的 \_\_\_\_\_;
- (6) 5 米长的绳子平均剪成四段, 每段长是 \_\_\_\_\_ 米, 每段长是全长的 \_\_\_\_\_.



[第(1)题]



[第(2)题]

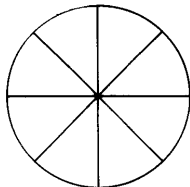
#### 2. 用分数表示下列除法的商:

- (1)  $3 \div 4$ ; (2)  $9 \div 8$ ; (3)  $17 \div 15$ ; (4)  $18 \div 11$ .

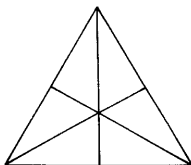
#### 3. 把下列分数写成两个数相除的式子:

- (1)  $\frac{1}{5}$ ; (2)  $\frac{23}{12}$ ; (3)  $\frac{10}{10}$ ; (4)  $\frac{14}{1}$ .

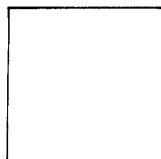
#### 4. 在下面的图中画上阴影部分, 以表示所给定的分数.



$\frac{3}{8}$



$\frac{2}{3}$



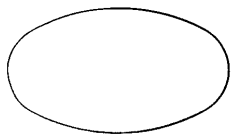
$\frac{3}{4}$

(第 4 题)

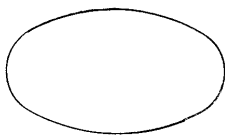
5. 某商店五月份共卖出 48 台彩电, 平均每天卖出多少台彩电? 用分数表示.
6. 某校六(1)班共有男生 28 人, 女生 25 人, 问:
- (1) 女生人数是男生人数的几分之几? 是全班人数的几分之几?
- (2) 男生人数是女生人数的几分之几? 是全班人数的几分之几?

例 5 下列分数中哪些是真分数, 哪些是假分数? 把它们填在相应的集合内(图 1.2).

$$\frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{8}{4}, \frac{5}{5}, \frac{7}{1}, \frac{1}{7}.$$



真分数



假分数

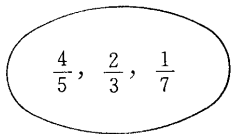
图 1.2

分析 所谓真分数就是分子比分母小的分数, 所谓假分数就是分子大于或等于分母的分数, 因此任何分数不是真分数就是假分数, 真分数都比 1 小, 假分数都不小于 1.

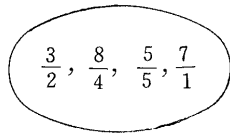
注意 目前为止, 我们所讨论的真分数、假分数, 其分子、分母都是指正整数. 不出现零分数概念, 如  $\frac{0}{3}$  等, 也不出现  $-\frac{1}{4}$  等.

解 分数  $\frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{7}$  是真分数.

分数  $\frac{3}{2}, \frac{8}{4}, \frac{5}{5}, \frac{7}{1}$  是假分数. 把它们填入相应的集合内, 如图 1.3 所示.



真分数



假分数

图 1.3

说明 分子等于分母的分数化简后是整数 1, 但根据假分数的概念, 它属于假分数! 分母是 1 的分数也是假分数, 因此任何整数都可以写成分数的形式.

研究 观察假分数  $\frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{7}{4}, \frac{8}{4}, \frac{9}{4}, \dots$  用分子除以分母结果有什么相同或不同? 能否按某一标准把它们分成两类?

例 6 把下列假分数化成带分数或整数形式:

$$\frac{3}{2}, \frac{8}{4}, \frac{12}{5}, \frac{92}{17}.$$

分析 所谓带分数就是用—个整数与—个真分数相加所得的分数, 它是假分数的另一种表达形式, 因此任何一个假分数都可以化成—个带分数或—个整数的形式. 具体方法是把分子除以分母, 所得的商即为整数部分, 若余数不为 0, 则余数是真分数部分的分子, 原分数中的分母是真分数部分的分母; 若余数为 0.

则这个假分数就化为了整数,如  $\frac{3}{2} = 3 \div 2 = 1 \cdots \cdots 1$  所以  $\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2} = 1 \frac{1}{2}$ ; 又如  $\frac{92}{17} = 92 \div 17 = 5 \cdots \cdots 7$  所以  $\frac{92}{17} = 5 + \frac{7}{17} = 5 \frac{7}{17}$ .

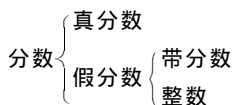
$$\text{解} \quad \frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2} = 1 \frac{1}{2}.$$

$$\frac{8}{4} = 2.$$

$$\frac{12}{5} = 2 + \frac{2}{5} = 2 \frac{2}{5}.$$

$$\frac{92}{17} = 5 + \frac{7}{17} = 5 \frac{7}{17}.$$

说明 分数可这样分类:



例 7 (1) 把带分数  $4 \frac{3}{7}$ 、 $13 \frac{3}{4}$  化成假分数;

(2) 把整数 5 分别化成分母为 1 和 3 的假分数.

分析 把带分数化成假分数是根据有余除法的验算,是用带分数中分数部分的分母做分母,把它的整数部分的整数乘以分母后加上原分数部分的分子做假分数的分子即成. 整数化假分数的方法也类似.

$$\text{解} \quad (1) \quad 4 \frac{3}{7} = \frac{4 \times 7 + 3}{7} = \frac{31}{7};$$

$$13 \frac{3}{4} = \frac{13 \times 4 + 3}{4} = \frac{55}{4};$$

$$(2) \quad 5 = \frac{5}{1}, 5 = \frac{5 \times 3}{3} = \frac{15}{3}.$$

说明 任意自然数都可以化成分母是任意自然数的假分数.

例 8 1 厘米等于多少米? 53 厘米等于多少米? 531 厘米等于多少米?

解 因为 1 米 = 10 分米 = 100 厘米, 所以 1 厘米 =  $\frac{1}{100}$  米.

所以 53 厘米 =  $\frac{53}{100}$  米. 同理 531 厘米 =  $\frac{531}{100}$  米 =  $5 \frac{31}{100}$  米.

例 9  $5 \frac{3}{4}$  中有几个  $\frac{1}{4}$ ? 8 中有几个  $\frac{1}{4}$ ?

分析 带分数形式下回答此问题较难,要看清 1 中有 4 个  $\frac{1}{4}$ , 5 中就有 20 个  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$  中又有 3 个  $\frac{1}{4}$ , 加起来一共有 23 个  $\frac{1}{4}$ . 若把带分数化成假分数,则问题就比较容易回答.

$$\text{解} \quad \because 5 \frac{3}{4} = \frac{5 \times 4 + 3}{4} = \frac{23}{4}, \quad \therefore 5 \frac{3}{4} \text{ 中有 } 23 \text{ 个 } \frac{1}{4}.$$

$$\because 8 = \frac{8 \times 5}{5} = \frac{40}{5}, \quad \therefore 8 \text{ 中有 } 40 \text{ 个 } \frac{1}{5}.$$

例 10 把下列分数化成小数.

$$\frac{1}{4}, \frac{9}{4}, 2 \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{10}, 3 \frac{47}{10000}.$$

分析 我们知道,例如真分数  $\frac{1}{4}$ ,既可看作两个整数相除,即  $1 \div 4$ ,又可看作两个整数相除所得的商,到了六年级第二学期学习了“比和百分比”,还可看成 1 比 4,记作 1 : 4,于是,分数的意义可看作“除法”、“商”或“比”,三者可以互相转化.为此,把  $\frac{1}{4}$  化为小数时,只需要进行除法,  $1 \div 4 = 0.25$ .

具体的运算规律总结如下:

(1) 分数化小数可根据分数与除法的关系用分子除以分母即可.其结果有两种情况:一是分子被分母

除尽,即可化为有限小数;二是分子不能被分母除尽,则可化为循环小数.

(2) 带分数化小数时,整数部分不变,小数部分就是原带分数的真分数部分所化成的小数.也可把带分数化成假分数,用分子除以分母得到,但显然不及前一种方法简便.

(3) 若分母是 10、100、1000、… 的分数,可用移动小数点位置的方法直接得到,即直接去掉分母,看分母中 1 的右边有几个零,就把分子中的小数点向左移动几位,(整数的小数点在个位数字的右下方,如 23 可写成 23.0,小数点在个位数字 3 的后面).位数不够时用零补足.

$$\text{解 } \frac{1}{4} = 1 \div 4 = 0.25, \quad \frac{9}{4} = 9 \div 4 = 2.25,$$

$$2\frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4} = 2 + 0.75 = 2.75,$$

$$\frac{5}{6} = 0.8\dot{3}, \quad \frac{7}{10} = 0.7,$$

$$3\frac{47}{10000} = 3 + \frac{47}{10000} = 3 + 0.0047 = 3.0047.$$

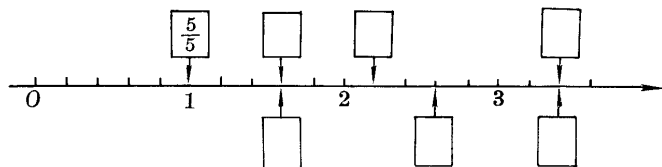
## 基本训练 1-2

### 1. 判断题\*

- (1) 真分数都小于 1. ( )
- (2) 假分数都不小于 1. ( )
- (3) 真分数的分子一定小于分母. ( )
- (4) 假分数的分子一定比分母大. ( )
- (5)  $3\frac{3}{4}$  是带分数. ( )

### 2. 填空题

- (1) 在  $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{10}{5}$ 、 $\frac{8}{7}$ 、 $\frac{23}{50}$ 、 $\frac{91}{76}$  中,真分数有\_\_\_\_\_,能化为整数的假分数有\_\_\_\_\_,能化为带分数的假分数有\_\_\_\_\_;
- (2) 32 厘米 = \_\_\_\_\_ 米,57 克 = \_\_\_\_\_ 千克,7563 克 = \_\_\_\_\_ 千克,78 时 = \_\_\_\_\_ 天;
- (3)  $4\frac{1}{3}$  中有\_\_\_\_\_个  $\frac{1}{3}$ ,9 个  $\frac{1}{4}$  用带分数表示为\_\_\_\_\_;
- (4)  $3 = \frac{(\quad)}{1} = \frac{(\quad)}{2} = \frac{(\quad)}{3} = \frac{(\quad)}{4} = \frac{(\quad)}{5} = \frac{33}{(\quad)}$ ;
- (5) 已知  $x$  是正整数,且  $\frac{x}{5}$  是假分数, $\frac{x}{8}$  是真分数,则  $x$  为\_\_\_\_\_;
- (6) 在数轴上方的空格内填入适当的假分数,在数轴下方的空格内填入带分数.



[第(6)题]

\* 本书中的判断题,正确的在题后的括号内打“√”,错误的打“×”,下同.

3. 把下列假分数化成带分数或整数.

$$\frac{5}{3}, \frac{13}{4}, \frac{56}{7}, \frac{64}{13}, \frac{83}{15}, \frac{72}{18}.$$

4. 把下列带分数化成假分数.

$$1\frac{2}{5}, 4\frac{1}{3}, 7\frac{5}{6}, 12\frac{3}{8}, 9\frac{1}{11}, 13\frac{5}{13}.$$

5. 把下列分数化成小数.

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{2}{3}, 2\frac{5}{6}, 2\frac{7}{10}, 4\frac{3}{7}.$$

并说出哪些是有限小数,哪些是循环小数?

6. 分子是正整数,分母是5的分数中,真分数有几个?把它们写出来;假分数有几个?把其中最小的假分数写出来.
7. 一本书共有129页,小王准备用一个星期看完,那么平均每天要看几页?平均每天看了全书的几分之几?
8. 有一个带分数,它的整数部分和分数部分的分子、分母是3个连续的自然数,把这个带分数化成假分数后,它的分子是14,求符合条件的最大带分数.

**例 11** 利用分数的基本性质求  $x$ :

$$(1) \frac{3}{4} = \frac{x}{8}; (2) \frac{12}{18} = \frac{2}{x}; (3) \frac{x}{5} = \frac{8}{20}; (4) \frac{16}{x} = \frac{4}{3}.$$

**分析** 现在两个分数的值相等,要求其中一个分数的分子或分母,只需利用分数的基本性质,观察已知的两个分母(或两个分子)扩大或缩小了多少倍,相应的分子(或分母)也应扩大或缩小多少倍.

**解** (1)  $\frac{3}{4} = \frac{x}{8}$  中,因为分母  $8 = 4 \times 2$ ,所以分子  $x = 3 \times 2 = 6$ ;

(2)  $\frac{12}{18} = \frac{2}{x}$  中,因为分子  $2 = 12 \div 6$ ,所以分母  $x = 18 \div 6 = 3$ ;

(3)  $\frac{x}{5} = \frac{8}{20}$  中,因为分母  $5 = 20 \div 4$ ,所以分子  $x = 8 \div 4 = 2$ ;

(4)  $\frac{16}{x} = \frac{4}{3}$  中,因为分子  $16 = 4 \times 4$ ,所以分母  $x = 3 \times 4 = 12$ .

**思考** 已知:  $\frac{x}{3} = \frac{4}{5}$ ,求  $x$ .

**例 12** 已知:  $\frac{3}{7} = \frac{3+6}{7+x}$ ,求  $x$ .

**分析** 分数的基本性质是分子分母同时乘以或除以不为零的同一个数,分数值的大小不变.而现在分子加上6,则  $x$  一般不会等于分子上加上的6! 我们只能根据题意另想办法,尽量利用分数的基本性质.等号左边  $\frac{3}{7}$  的分子加了6,变成9,扩大了3倍,根据分数的基本性质,要使分数的值不变,分母也应扩大3倍为21,即  $7+x=21$ ,因此

$$x = 21 - 7 = 14.$$

**解**  $\frac{3}{7} = \frac{3+6}{7+x}$ . 即  $\frac{3}{7} = \frac{9}{7+x}$ . 由于  $\frac{3}{7} = \frac{9}{21}$ , 于是,  $\frac{9}{21} = \frac{9}{7+x}$ .

因为当两个分数的值相等,而分子相同,则分母也必相同,于是

$$21 = 7 + x, x = 21 - 7, \therefore x = 14.$$

**研究** 真分数的分子与分母同时加上一个相同的自然数,分数的值怎样变化?

例 13 把下列分数化成分母都是 12 的分数,再按从小到大的顺序用“<”符号连结.

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{4}{24}, \frac{44}{48}.$$

分析 要比较分数的大小一般把分数的分母化成相同的数,然后比较分子,分子越大,分数的值也越大.有时根据题目所给的分数,也可把分子化成相同的数,然后比较分母,分母越大,分数的值越小.

$$\text{解} \quad \frac{1}{2} = \frac{6}{12}, \quad \frac{2}{3} = \frac{8}{12}, \quad \frac{3}{4} = \frac{9}{12}, \quad \frac{5}{6} = \frac{10}{12}, \quad \frac{4}{24} = \frac{2}{12}, \quad \frac{44}{48} = \frac{11}{12}.$$

$$\therefore \frac{4}{24} < \frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6} < \frac{44}{48}.$$

## 基本训练 1-3

### 1. 判断题

(1)  $\frac{3}{4} = \frac{3+3}{4+4}$ . ( )

(2)  $\frac{5}{7} = \frac{5-4}{7-4}$ . ( )

(3)  $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 4}$ . ( )

(4)  $\frac{3}{2} = \frac{3 \div 5}{2 \div 5}$ . ( )

(5)  $\frac{2}{3} = \frac{2(m-1)}{3(m-1)}$  ( $m$  为正整数). ( )

(6)  $\frac{2}{5} = \frac{2 \div (m+1)}{5 \div (m+1)}$  ( $m$  为正整数). ( )

(7) 真分数的分子和分母都加上 1, 所得的分数比原分数大. ( )

### 2. 在括号内填上适当的数:

(1)  $\frac{3}{5} = \frac{3 \times (\quad)}{5 \times (\quad)} = \frac{(\quad)}{20}$ ; (2)  $\frac{36}{48} = \frac{36 \div (\quad)}{48 \div (\quad)} = \frac{6}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{4}$ ;

(3)  $2 \frac{4}{9} = 2 \frac{(\quad)}{36} = \frac{(\quad)}{36}$ ; (4)  $7 \frac{16}{24} = 7 \frac{2}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{(\quad)}$ ;

(5)  $9 \div 33 = \frac{3}{(\quad)} = \frac{33}{(\quad)}$ ; (6)  $\frac{2}{3} = \frac{2 + (\quad)}{3 + 6}$ .

### 3. 选择题\*

(1) 下列各组等式中, 错误的是( )

(A)  $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ . (B)  $\frac{4}{3} = \frac{20}{15}$ . (C)  $1 \frac{4}{5} = 2 \frac{8}{10}$ . (D)  $8 \frac{10}{20} = 8 \frac{1}{2}$ .

(2) 下列各组不等式中, 正确的是( )

(A)  $\frac{3}{5} < \frac{6}{10}$ . (B)  $\frac{7}{12} > \frac{20}{36}$ . (C)  $\frac{8}{32} > \frac{2}{6}$ . (D)  $\frac{22}{13} < 1$ .

(3)  $\frac{4}{9}$  的分子加上 12, 要使原分数大小不变, 分母应加上( )

(A) 12. (B) 27. (C) 36. (D) 45.

(4) 一个分数的分子缩小 2 倍, 分母扩大 4 倍, 这个分数就( )

\* 本书中的选择题, 每个小题都给出了代号为 A、B、C、D 的四个结论, 其中只有一个结论是正确的, 把你认为正确的结论的代号写在题后的括号内, 下同.

(A) 扩大 2 倍. (B) 扩大 8 倍. (C) 缩小 2 倍. (D) 缩小 8 倍.

(5) 一个分数的分子扩大 3 倍, 分母缩小 3 倍后是  $1\frac{1}{2}$ , 那么原来的分数是 ( )

(A)  $\frac{1}{6}$ . (B)  $\frac{3}{2}$ . (C)  $\frac{2}{3}$ . (D)  $\frac{5}{6}$ .

4. 把  $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{2}{5}$  化成分母都为 60 的分数, 然后按从小到大的顺序用“<”符号连结.

5. 小王 5 分钟做了 3 道题目, 小李 3 分钟做了 2 道题目, 小张 7 分钟做了 6 道题目, 问他们 3 人解题的平均速度谁最慢?

**例 14** 把  $\frac{9}{12}$ 、 $\frac{100}{40}$ 、 $\frac{93}{111}$ 、 $3\frac{18}{24}$  化成最简分数.

**分析** 所谓最简分数是指分子与分母是互质的分数, 即分数的分子与分母没有除 1 以外的公约数. 在  $\frac{100}{40}$  中, 分子 100 与分母 40 中显然有公约数 10, 则  $\frac{100}{40} = \frac{10}{4}$ , 在  $\frac{10}{4}$  中的分子 10 与分母 4 中还有公约数 2, 所以  $\frac{10}{4}$  不是最简分数, 需继续约分. 即分子与分母还要同时除以 2 得  $\frac{100}{40} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$ , 才成为最简分数, 因此约分可逐步进行. 熟练后, 也可直接用最大公约数一次约分得最简分数. 带分数化最简分数只需把真分数部分化成最简分数即可, 整数部分不变.

**解**  $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ ,  $\frac{100}{40} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$ ,  $\frac{93}{111} = \frac{31}{37}$ ,  $3\frac{18}{24} = 3\frac{3}{4}$ .

**说明** 分子与分母都是偶数时, 必有公约数 2; 分子与分母的各位数字之和都是 3 的倍数时, 必有公约数 3; 分子与分母的末位数是 0 或 5 时, 必有公约数 5.

最大公约数的求法可用短除法, 如:

$$\begin{array}{r|l} 2 & 100 \quad 40 \\ \hline 2 & 50 \quad 20 \\ \hline 5 & 25 \quad 10 \\ \hline & 5 \quad 2 \end{array}$$

所以 100 与 40 的最大公约数  $(100, 40) = 2 \times 2 \times 5 = 20$ .

也可用分解质因数的方法计算, 如:

$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 5^2 \quad 40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 2^3 \times 5,$$

找它们公有的因数  $2^2 \cdot 5$ ,  $2^2$  与 5 之积即为最大公约数, 所以  $(100, 40) = 2^2 \times 5 = 20$ .

**例 15** 写出分母是 9 的最简真分数.

**分析** 分母是 9 的真分数有  $\frac{1}{9}$ 、 $\frac{2}{9}$ 、 $\frac{3}{9}$ 、 $\frac{4}{9}$ 、 $\frac{5}{9}$ 、 $\frac{6}{9}$ 、 $\frac{7}{9}$ 、 $\frac{8}{9}$  共 8 个, 在这 8 个真分数中还要根据题目要求找出最简分数, 因此要排除  $\frac{3}{9}$ 、 $\frac{6}{9}$  这两个分子与分母不互质的分数.

**解** 分母是 9 的最简真分数有  $\frac{1}{9}$ 、 $\frac{2}{9}$ 、 $\frac{4}{9}$ 、 $\frac{5}{9}$ 、 $\frac{7}{9}$ 、 $\frac{8}{9}$  共 6 个.

**例 16** 甲、乙两人加工同样一批零件, 甲 8 个小时加工 18 个零件, 乙 12 个小时加工 27 个零件, 甲、乙两人谁的工作效率高? 为什么?

**分析** 所谓的工作效率是单位时间内的工作量, 即工作效率 = 工作量 ÷ 工作时间.

**解** 甲的工作效率为:  $\frac{18}{8} = \frac{9}{4}$ ,

乙的工作效率为:  $\frac{27}{12} = \frac{9}{4}$ ,

因此甲、乙两人的工作效率一样高.

### 例 17 把 0.75、0.0012、2.25、3.04 化成分数.

分析 由小数的意义知, 0.1 表示  $\frac{1}{10}$ , 0.01 表示  $\frac{1}{100}$ , 所以 0.75 可以写成分数  $\frac{75}{100}$ .

$$\text{因此 } 0.75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}.$$

为此, 我们可以总结出如下的规律: 小数化分数, 对纯小数(如 0.75)而言, 原来几位小数就在 1 后面写几个零作为分母, 把原来的小数去掉小数点(包括去掉从左向右第一个不为零的数字左边的一些零)作分子, 注意能约分的要约分, 化成最简分数; 若像 2.25 含有整数部分的小数化分数时, 整数部分不变, 小数部分按纯小数化分数的方法进行, 最后结果可用带分数表示.

$$\text{解 } 0.75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4},$$

$$0.0012 = \frac{12}{10000} = \frac{3}{2500},$$

$$2.25 = 2 + 0.25 = 2 + \frac{25}{100} = 2 + \frac{1}{4} = 2\frac{1}{4},$$

$$3.04 = 3 + 0.04 = 3 + \frac{4}{100} = 3 + \frac{1}{25} = 3\frac{1}{25}.$$

### 例 18 用最简分数表示 576 分等于多少时.

分析 因为 1 时等于 60 分, 因此 1 分等于  $\frac{1}{60}$  时, 576 分等于 576 个  $\frac{1}{60}$  时, 即  $\frac{576}{60}$  时.

$$\text{解 } 576 \text{ 分} = \frac{576}{60} \text{ 时} = \frac{48}{5} \text{ 时} = 9\frac{3}{5} \text{ 时}.$$

### 例 19 分数 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{7}{4}$ 、 $\frac{5}{6}$ 、 $\frac{9}{12}$ 、 $\frac{8}{14}$ 、 $\frac{7}{16}$ 、 $\frac{16}{30}$ 、 $\frac{22}{55}$ 中, 能化为有限小数的有哪几个?

分析 我们从课本上已经学习过, 当一个分数如果化成最简分数后, 分母中除了 2 和 5 以外, 不含有其他质因数, 这个分数就能化为有限小数, 否则就不能化为有限小数, 也即只能化为循环小数.

$$\text{解 (1) 化简: } \frac{9}{12} = \frac{3}{4}; \frac{8}{14} = \frac{4}{7}; \frac{16}{30} = \frac{8}{15}; \frac{22}{55} = \frac{2}{5}.$$

$$(2) \text{ 判断: 分母中除了 2 和 5 以外, 不含其他质因数有: } \frac{7}{4}, \frac{3}{4}, \frac{7}{16}, \frac{2}{5}.$$

所以能化为有限小数的分数有  $\frac{7}{4}$ 、 $\frac{9}{12}$ 、 $\frac{7}{16}$ 、 $\frac{22}{55}$  四个数.

注意 判断一个分数是否能化为有限小数, 一定要首先把原分数化为最简分数, 否则结论不一定正确. 如  $\frac{9}{12}$ , 分母中虽含有质因数 2 和 3, 但它是有限小数, 因为分子分母中都有公约数 3, 化为最简分数  $\frac{3}{4}$  后, 分母中仅含质因数 2, 所以可化为有限小数.

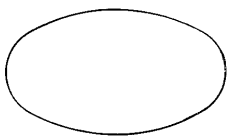
## 基本训练 1-4

### 1. 判断题

- (1) 最简分数的分子与分母一定都是质数. ( )
- (2) 假分数一定不是最简分数. ( )
- (3) 分母是 8 的最简真分数有 7 个. ( )
- (4) 把 3.4 化成分数为  $3.4 = \frac{34}{100} = \frac{17}{50}$ . ( )
- (5)  $\frac{14}{24}$  能化为有限小数. ( )

### 2. 把最简分数填入它的集合中, 把不是最简分数的化成最简分数.

$$\frac{9}{6}, \frac{7}{9}, \frac{8}{14}, \frac{27}{15}, \frac{51}{84}, 2\frac{8}{17}, 5\frac{15}{20}, 3\frac{18}{243}$$



最简分数  
(第2题)

3. 把下列小数化成分数:

$$0.2, 0.5, 0.25, 0.125, 0.7, 2.35, 4.02, 1.724.$$

4. 在括号内填上适当的数.

(1) 2.4 中有( )个  $\frac{1}{5}$ ;

(2) 1.75 中有( )个  $\frac{1}{8}$ ;

(3) 用分数表示 352 厘米 = ( ) 米;

(4) 用分数表示 352 厘米<sup>2</sup> = ( ) 米<sup>2</sup>;

(5) 在分数  $\frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{16}{9}, \frac{5}{14}, \frac{49}{28}, 2\frac{23}{40}$  中, 不能化为有限小数的有( )个;

(6) 比  $\frac{1}{8}$  大 而比  $\frac{7}{8}$  小的最简真分数有( )个.

5. 长方形的面积为 18 厘米<sup>2</sup>, 长为 12 厘米, 问宽为多少厘米?

6. 甲、乙两地相距 120 千米, 一辆汽车以每小时 80 千米的速度从甲地开往乙地, 问需时间多少时?

7. 一个分数的分母与分子的差为 8, 约分后得  $\frac{4}{5}$ , 求原来的分数.

例 20 把下列各组分数通分.

(1)  $\frac{5}{9}$  和  $\frac{2}{3}$ ; (2)  $\frac{3}{5}$  和  $\frac{4}{7}$ ; (3)  $\frac{5}{12}$  和  $\frac{7}{18}$ ;

(4)  $\frac{11}{24}$  和  $2\frac{3}{16}$ ; (5)  $\frac{3}{10}, \frac{2}{15}$  和  $\frac{1}{6}$ .

分析 所谓通分就是把几个分母不同的分数(即异分母)分别化成和原来分数相等的同分母分数. 带分数通分时, 整数部分不变, 只需把真分数部分进行通分即可.

解 (1) 因为 9 与 3 的最小公倍数是 9,  $\therefore \frac{5}{9} = \frac{5}{9}, \frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$ .

(2) 因为 5 与 7 的最小公倍数是 35,  $\therefore \frac{3}{5} = \frac{3 \times 7}{5 \times 7} = \frac{21}{35}, \frac{4}{7} = \frac{4 \times 5}{7 \times 5} = \frac{20}{35}$ .

(3) 因为 12 与 18 的最小公倍数是 36,  $\therefore \frac{5}{12} = \frac{5 \times 3}{12 \times 3} = \frac{15}{36}, \frac{7}{18} = \frac{7 \times 2}{18 \times 2} = \frac{14}{36}$ .

(4) 因为 24 与 16 的最小公倍数是 48,  $\therefore \frac{11}{24} = \frac{11 \times 2}{24 \times 2} = \frac{22}{48}, 2\frac{3}{16} = 2\frac{3 \times 3}{16 \times 3} = 2\frac{9}{48}$ .

(5) 因为 10、15、6 的最小公倍数是 30,  $\therefore \frac{3}{10} = \frac{3 \times 3}{10 \times 3} = \frac{9}{30}, \frac{2}{15} = \frac{2 \times 2}{15 \times 2} = \frac{4}{30}$ ,

$$\frac{1}{6} = \frac{1 \times 5}{6 \times 5} = \frac{5}{30}$$

说明 (1) 正整数的最小公倍数可用短除法计算, 如:

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \quad 18 \\ 3 & 6 \quad 9 \\ \hline & 2 \quad 3 \end{array}$$

所以 12 与 18 的最小公倍数  
 $[12, 18] = 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 36$ .

又如: