



数学辅导与训练

八年级用雪

黄汉禹 主编

上海科学技术出版社

上海教育出版社

内 容 提 要

本书依据上海市数学学科课程标准编写而成. 全书分知识系统、学习要求、解题指导、疑难分析、基本训练、单元测试、本章测试等组成. 该书通过提示各知识要点, 指导各类题的解法, 让学生牢固掌握数学基础知识, 提高学生分析问题和解决问题的能力.

新 版

数学辅导与训练

(八年级用)

黄汉禹 主编

上海科学技术出版社 上海教育出版社

(上海瑞金二路 450 号) (上海永福路 123 号)

出版、发行

新华书店上海发行所经销 上海新华印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 11.25 字数 260 000

2002 年 1 月第 1 版 2002 年 1 月第 1 次印刷

印数: 1—16 000

ISBN 7-5323-6330-9/G · 1412

定价: 28.00 元

本书如有缺页、错装或损坏等严重质量问题,
请向承印厂联系调换

编写说明

本书以 1998 年修订的学科课程标准和教材使用意见(初中部分)为依据,内容紧密配合课本,旨在帮助学生克服学习上的困难,增长阅读能力和自学能力,提高学科素质,及时消化所学的知识内容(包括基本概念、基本理论、基本要求,以及有关的难点、重点),并为学有余力的学生提供一些深、宽度略高于课程标准的学习资料。

由上海中小学课程教材改革委员会组织编写的、供国家发达地区使用的中、小学数学教材,经过多年试用,越来越被广大教师、家长和社会认同与接受。由于这套教材的成功,数学编写组曾于 1994 年获得了“苏步青教育奖”,在社会上取得了良好的信誉。为更好地体现这套教材的精神,本辅导与练习在结构上由知识系统、学习要求、解题指导、疑难分析、基本训练等部分组成。

[知识系统] 旨在将本章的知识点,串点成线,编织成知识网络,充分揭示知识间的相互联系,从而对本章内容的概貌首先有一个完整的了解。

[学习要求] 简明、扼要地分条列出教学要求。

[解题指导] 精选例题,力求使每个例题都有其显明的目的性。每个例题视其难易,可设有分析、解(包括多种典型解法)、解后适当而恰如其分地提出“注意”、“说明”、“思考”、“研究”等项目。这里“注意”是指解题的注意事项,指出其容易出错或疏忽的地方;“说明”是指通过本例阐明解题的一般规律,告诉学生解题的基本方法;“思考”是指当本例题的条件和结论作适当改变时,命题将起何变化,也在解题方法上提出思考性问题;“研究”是更高层次上的“思考”,使学生对某些数学规律能自我发现。

[疑难分析] 将解题中的疑难所在作简明扼要的概括分析。

[基本训练] 通过解题指导和疑难分析之后,让学生进行必要的、基本的解题训练,以使有关的数学知识和数学思想方法及时得到落实。

本书除基本训练之外,还设有单元和本章测试、期末测试,可以进一步帮助学生巩固所学知识,加深理解,熟练技能,收到自我检查的效果。

本书由黄汉禹担任主编,邹一心、周玉刚主审。其中第十九章由杨光编写,

第二十章由李云华编写,第二十一章由朱德均编写,第二十二、二十五章由李国平编写,第二十三、二十四章由徐红编写,第二十六章由顾贻先编写,第一、二学期期末测试题由李国平编写.

本丛书已在教学实践中使用了两至三轮.广大师生在教学过程中,一方面对本书的内容、编制的体例和格局深深厚爱;另一方面又热情地给我们指出了其中的一些不足之处.为使本书修改得更好,本版由吴兴宗、杨光进行了全面修订,黄汉禹审阅了修订稿.限于我们的水平,书中仍难免有不足之处,恳请广大师生、家长多提宝贵意见.

上海科学技术出版社

上海教育出版社

2002年1月

目 录

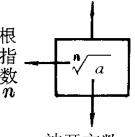
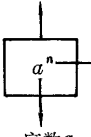
| | |
|-------------------|----|
| 第十九章 数的开方 | 1 |
| 一、平方根与立方根 | 1 |
| 单元测试 A 卷 | 3 |
| 单元测试 B 卷 | 4 |
| 二、实数 | 5 |
| 单元测试 A 卷 | 8 |
| 单元测试 B 卷 | 10 |
| 本章测试 A 卷 | 11 |
| 本章测试 B 卷 | 12 |
| 第二十章 二次根式 | 14 |
| 一、二次根式的乘除 | 15 |
| 单元测试 A 卷 | 18 |
| 单元测试 B 卷 | 19 |
| 二、二次根式的加减法 | 20 |
| 单元测试 A 卷 | 26 |
| 单元测试 B 卷 | 27 |
| 本章测试 A 卷 | 28 |
| 本章测试 B 卷 | 29 |
| 第二十一章 正比例函数与反比例函数 | 31 |
| 一、比例 | 32 |
| 单元测试 A 卷 | 34 |
| 单元测试 B 卷 | 35 |
| 二、正比例函数和反比例函数 | 36 |
| 单元测试 A 卷 | 38 |
| 单元测试 B 卷 | 39 |
| 三、函数 | 40 |
| 单元测试 A 卷 | 42 |
| 单元测试 B 卷 | 43 |
| 本章测试 A 卷 | 43 |
| 本章测试 B 卷 | 44 |
| 第二十二章 几何证明 | 46 |
| 单元测试 A 卷 | 58 |

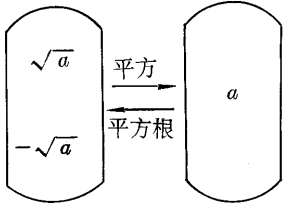
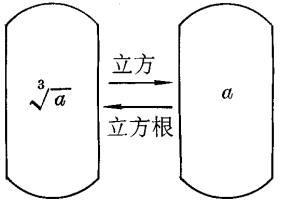
| | |
|-------------------------|-----|
| 单元测试 B 卷 | 60 |
| 本章测试 A 卷 | 63 |
| 本章测试 B 卷 | 66 |
| 第一学期期末测试 A 卷 | 69 |
| 第一学期期末测试 B 卷 | 71 |
| 第二十三章 一次函数 | 73 |
| 本章测试 A 卷 | 78 |
| 本章测试 B 卷 | 79 |
| 第二十四章 一元二次方程与二次函数 | 82 |
| 一、一元二次方程 | 83 |
| 单元测试 A 卷 | 94 |
| 单元测试 B 卷 | 95 |
| 二、二次函数 | 97 |
| 单元测试 A 卷 | 104 |
| 单元测试 B 卷 | 106 |
| 本章测试 A 卷 | 108 |
| 本章测试 B 卷 | 110 |
| 第二十五章 几何作图与几何计算 | 113 |
| 单元测试 A 卷 | 121 |
| 单元测试 B 卷 | 123 |
| 本章测试 A 卷 | 125 |
| 本章测试 B 卷 | 127 |
| 第二十六章 四边形 | 130 |
| 一、平行四边形 | 131 |
| 单元测试 A 卷 | 138 |
| 单元测试 B 卷 | 139 |
| 二、梯形 | 141 |
| 单元测试 A 卷 | 144 |
| 单元测试 B 卷 | 145 |
| 本章测试 A 卷 | 147 |
| 本章测试 B 卷 | 148 |
| 第二学期期末测试 A 卷 | 151 |
| 第二学期期末测试 B 卷 | 153 |
| 参考答案 | 155 |

第十九章

数的开方

[知识系统]

| | | | | |
|--|--|---|---|---|
| $x^n = a$ x 是 a 的 n 次方根 $x = \pm \sqrt[n]{a}$ 或 $x = \sqrt[n]{a}$ | a 的 n 次方根  | 当 $n \geq 3$ 的奇数时, $x = \sqrt[n]{a} = \begin{cases} \geq 0, & \text{当 } a \geq 0 \text{ 时;} \\ < 0, & \text{当 } a < 0 \text{ 时} \end{cases}$ 当 $n \geq 2$ 的偶数时, $x = \begin{cases} \pm \sqrt[n]{a}, & \text{当 } a > 0 \text{ 时;} \\ 0, & \text{当 } a = 0 \text{ 时;} \\ \text{不存在} & \text{当 } a < 0 \text{ 时} \end{cases}$ | a 的 n 次幂  | $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ $a \geq 0, m, n$ 是正整数, $n > 1$ $a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}},$ $a > 0, m, n$ 是正整数, $n > 1$ |
|--|--|---|---|---|

| | |
|--|--|
| $n=2$ $a \geq 0, a$ 的平方根为 $\pm \sqrt{a}$  | $n=3$ a 的立方根为 $\sqrt[3]{a}$  |
| 求平方根、立方根的近似值: 1. 用十分位法 2. 用电子计算器 | |

| |
|---|
| <h3 style="text-align: center;">实 数</h3> 有理数 (正有理数、零、负有理数) —— 有限小数或无限循环小数, 例: $2.0, 0.5, -\frac{1}{3}, 0, -1.666\cdots, \cdots$ 无理数 (正无理数、负无理数) —— 无限不循环小数, 例: $\sqrt{2}, \sqrt[3]{10}, 0.101001\cdots, -3.14159265\cdots, \cdots$ |
|---|

一、平方根与立方根

[学习要求]

本单元学习, 要达到下列要求:

1. 理解平方根、平方根的近似值、立方根、 n 次方根的概念, 弄清平方根与正数的正的平方根的联系与区别.
2. 正确、熟练地进行平方根、立方根的计算, 并会用符号表示一个数的平方根、立方根和 n 次方根.
3. 会用计算器求一个数的平方根和立方根.

4. 能根据已知条件正确进行小数点移位, 求出平方根、立方根的值.

[解题指导]

例 1 填空:

(1) 一个数的平方等于 9, 这个数是_____;

(2) 36 的平方根是_____;

(3) -8 的立方根是_____;

(4) $(-7)^2$ 的正的平方根是_____;

(5) $\sqrt{49}$ 的平方根是_____;

(6) 81 的平方根的立方根是_____.

解 (1) ± 3 ; (2) ± 6 ; (3) -2 ; (4) 7 ; (5) $\pm\sqrt{7}$; (6) $\pm\sqrt[3]{9}$.

说明 解此类题目时要紧扣定义. 如第(2)题, 求 36 的平方根, 即求 $(?)^2 = 36$; 第(5)题求 $\sqrt{49}$ 的平方根, 显然与(1)不同, 即求 7 的平方根, 所以是 $\pm\sqrt{7}$.

例 2 求下列各式的值:

(1) $(\sqrt{3})^2$; (2) $\pm\sqrt{0.0016}$;

(3) $\sqrt{\frac{9}{25}}$; (4) $\sqrt{(-5)^2}$;

(5) $\sqrt[3]{-27}$; (6) $\sqrt[3]{(-2)^6}$.

解 (1) 3 ; (2) ± 0.04 ; (3) $\frac{3}{5}$; (4) 5 ; (5) -3 ; (6) 4 .

例 3 说出下列各数的整数部分:

$\sqrt{13}$; $\sqrt{5}$; $\sqrt{59.2}$; $\sqrt{5.76}$.

解 整数部分分别是: 3 ; 2 ; 7 ; 2 .

[疑难分析]

学习本单元知识时, 接受新概念并不难, 可在解题过程中总有些不该出现的错误. 下面我们就一起来找一找哪些地方容易出现错误.

1. 一个正数有两个平方根, 它们是互为相反数, 但在求平方根时容易漏掉负的那个平方根, 这一点应当引起重视.

2. 在求平方根和立方根时, 首先要明确: 只有正数和零才有平方根, 负数没有平方根; 而不论是正数、负数和零都有立方根; 其次, 任何正数都有两个平方根, 而正数的立方根只有一个.

基本训练 19-1

1. 填空题

(1) 16 的平方根是_____.

(2) -3 是_____的一个平方根.

(3) 0 的平方根是_____.

(4) -27 的立方根是_____.

(5) $(-4)^2$ 的平方根是_____.

(6) $(-3)^3$ 的立方根是_____.

- (7) $\sqrt{10000}$ 的平方根是_____.
- (8) 1 的 4 次方根是_____.
- (9) _____的正的 4 次方根是 3.
- (10) $(-8)^2$ 的六次方根是_____.

2. 判断题*

- (1) 1 的平方根是 1. ()
- (2) -1 是 1 的一个平方根. ()
- (3) $1\frac{7}{9}$ 的平方根是 $\frac{4}{3}$. ()
- (4) $\sqrt{49}$ 的平方根是 -7. ()
- (5) 1 的立方根是 ± 1 . ()

3. 求下列各数的平方根:

$$81, 0.09, \frac{16}{25}, 4900, 20\frac{1}{4}, (-11)^2.$$

4. 求下列各数的立方根:

$$27, 64, -8, 1\frac{61}{64}, 3^3, (-3)^3.$$

5. 求下列各式的值:

$$\sqrt{3600}, \pm\sqrt{\frac{1}{64}}, \sqrt[6]{0}, -\sqrt[3]{0.001}, \sqrt[3]{-0.001}, \sqrt{(-2)^2}, \sqrt[3]{(-3)^3}.$$

6. 求下列各式中 x 的值:

- (1) $x^2 = 0.04$; (2) $x^2 - \frac{1}{256} = 0$;
- (3) $x^3 = 216$; (4) $x^3 = -0.729$;
- (5) $(x-3)^2 = 25$; (6) $(x-1)^3 = -8$.

7. 利用电子计算器求下列各式的值:

- (1) $\sqrt{3}$, $\sqrt{13}$, $\pm\sqrt{0.24}$ (精确到 0.01);
- (2) $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[3]{-7}$, $-\sqrt{22.2}$ (保留三个有效数字).

8. 已知正方体的体积是 11米^3 , 求它的表面积.(精确到 0.01米^2)

单元测试 A 卷

1. 填空题(每个空格 2 分,共 40 分)

- (1) $\frac{1}{4}$ 的平方根是_____, $\frac{1}{16}$ 的正的平方根是_____.
- (2) -9 是_____的平方根.
- (3) 0 的平方根是_____, 0 的立方根是_____.
- (4) 平方是 144 的数有_____个, 它们是_____; 立方是 -729 的数是_____.
- (5) $(-5)^2$ 的平方根是_____, $(-5)^3$ 的立方根是_____.

* 正确的在题后括号内打“√”, 错误的打“×”, 下同.

- (6) 已知: $\sqrt{7.529}=2.744$, $\sqrt{75.29}=8.677$, 那么 $\sqrt{0.7529}=\underline{\hspace{2cm}}$,
 $\sqrt{752.9}=\underline{\hspace{2cm}}$, $-\sqrt{0.07529}=\underline{\hspace{2cm}}$, $\sqrt{752900}=\underline{\hspace{2cm}}$.
- (7) 32 的五次方根是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 16 的四次方根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (8) $-\frac{2}{3}$ 的平方的平方根是 $\underline{\hspace{2cm}}$, $-\frac{2}{3}$ 的立方的立方根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (9) $\sqrt{81}$ 的平方根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (10) 若 $x^2=7\frac{1}{9}$, 则 $x=\underline{\hspace{2cm}}$.

2. 判断题(每题 2 分, 共 10 分)

- (1) 任何有平方根的数的平方根都有两个. ()
- (2) 49 的平方根是 -7 . ()
- (3) 0 的正的平方根等于 0 的立方根. ()
- (4) a^2 的正的平方根是 a . ()
- (5) m 的立方根必是正数. ()

3. 利用电子计算器求下列各式的值(结果要求保留三个有效数字):(每题 3 分, 共 15 分)

- (1) $\sqrt{3.75}$; (2) $\pm\sqrt{35}$; (3) $\sqrt[3]{14}$;
 (4) $-\sqrt{1997}$; (5) $\sqrt[3]{-9791}$.

4. 求下列各式的值:(每题 3 分, 共 15 分)

- (1) $\sqrt{225}$; (2) $\sqrt[3]{-343}$; (3) $\pm\sqrt{3\frac{6}{25}}$;
 (4) $\sqrt[5]{-\frac{1}{243}}$; (5) $\sqrt[6]{(-1)^2}$.

5. 求下列各式中 x 的值:(每题 3 分, 共 12 分)

- (1) $x^3=729$; (2) $x^2-1=0$;
 (3) $25x^2-81=0$; (4) $(x-1)^2=1$.

6. (本题 4 分) 已知五个同样大小的正方体的体积共为 625 厘米³, 求每个正方体的棱长.

7. (本题 4 分) 有一批大小相同的铁球, 要知道它的半径. 现已测得 6 个铁球的体积为 5000 π 厘米³, 求铁球的半径. (精确到 0.01, 体积公式 $V=\frac{4}{3}\pi R^3$).

单元测试 B 卷

1. 填空题(每个空格 3 分, 共 45 分)

- (1) $5\frac{4}{9}$ 的平方根是 $\underline{\hspace{2cm}}$, -0.027 的立方根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (2) 如果 $x^2=0.0121$, 那么 $x=\underline{\hspace{2cm}}$; 如果 $x^3=-\frac{27}{64}$, 那么 $x=\underline{\hspace{2cm}}$.
- (3) -27 的相反数的立方根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (4) x 的平方是 4, x 的三次方是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (5) $\sqrt{100}$ 的平方根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (6) -1 的七次方根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (7) 数 a 没有平方根, 则 $a \underline{\hspace{2cm}}$.

- (8) 已知: $\sqrt{7.042}=2.653$, $\sqrt{x}=265.3$, 则 $x=$ _____.
- (9) 已知: $a=4, b=5$, 则 $\sqrt{b^2-a^2}=$ _____.
- (10) $\sqrt{11}$ 的小数部分是 _____, $\sqrt{5}$ 的整数部分是 _____.
- (11) 若 $\sqrt{x^2}=5$, 则 $x=$ _____.
- (12) 1 的五次方根是 _____, 16 的四次方根是 _____.

2. 求下列各式中的 x (每题 5 分, 共 20 分)

- (1) $x^2 = \sqrt{81}$; (2) $x^2 - 1 = 1 \frac{1}{4}$;
- (3) $(x-1)^2 = 1 \frac{9}{16}$; (4) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = \sqrt[3]{64}$.

3. 求下列各式的值 (每题 5 分, 共 20 分)

- (1) $-\sqrt[3]{-125}$; (2) $\sqrt[3]{\left(3 \frac{3}{8}\right)^2}$;
- (3) $\pm \sqrt{\left(4 \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)^2}$; (4) $\sqrt{(0.5 \div 8)^3}$.

4. (本题 7 分) 已知: 一个正方体的棱长是 5 厘米, 再做一个正方体, 它的体积是原正方体的 8 倍, 求所做正方体的棱长.

5. (本题 8 分) 已知: $A = x^{+2y-3}\sqrt{x+1}$ 是 $x+1$ 的正的平方根, $B = x^{-3y-12}\sqrt[3]{y+10}$ 是 $y+10$ 的立方根. 求: $A \div B$.

二、实 数

[学习要求]

本单元学习, 要达到下列要求:

1. 掌握无理数和实数的概念.
2. 了解实数与数轴上的点是一一对应的, 会进行实数大小的比较.
3. 基本掌握 $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a, & \text{当 } a > 0 \text{ 时;} \\ 0, & \text{当 } a = 0 \text{ 时;} \\ -a, & \text{当 } a < 0 \text{ 时.} \end{cases}$
4. 能把根式与分数指数幂进行互化, 初步掌握分数指数幂的运算.
5. 能正确、熟练地进行实数的四则运算.

[解题指导]

例 1 求下列各数的绝对值:

- (1) $\sqrt{5}$; (2) -3^2 ; (3) $\sqrt{5}-3$.

解 (1) $|\sqrt{5}| = \sqrt{5}$;

(2) $|-3^2| = 9$;

(3) $|\sqrt{5}-3| = 3 - \sqrt{5}$.

说明 要求一个数的绝对值, 首先要判断这个数是正数、零还是负数, 然后根据一个正数的绝对值是它本身, 一个负数的绝对值等于它的相反数, 零的绝对值是零来进行解题.

例 2 比较下列各组数的大小:

$$(1) -\sqrt{3} \text{ 和 } \sqrt{2}; \quad (2) -\sqrt{3} \text{ 和 } -\sqrt{2}.$$

分析 第1题根据正数大于一切负数可进行大小比较;第2题两个负数的大小比较可按照绝对值较大的负数反而小来进行判断.

解 (1) $-\sqrt{3} < \sqrt{2}$;

(2) $\because |-\sqrt{3}| = \sqrt{3}, |-\sqrt{2}| = \sqrt{2}$.

而 $\because \sqrt{3} > \sqrt{2}, \therefore -\sqrt{3} < -\sqrt{2}$.

例3 计算:

$$(1) 3\sqrt{2} - \left(\frac{1}{2}\sqrt{2} + 5\sqrt{2}\right); \quad (2) \sqrt{3} \times \sqrt{5} \div \frac{1}{\sqrt{3}};$$

$$(3) \sqrt{(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{3})^2} - \sqrt{(-3)^2 - (\sqrt{5})^2}.$$

分析 在进行实数运算时,运算性质、运算顺序和运算法则与有理数类同.

解 (1) 原式 $= 3\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = \left(3 - \frac{1}{2} - 5\right)\sqrt{2}$
 $= -\frac{5}{2}\sqrt{2}.$

(2) 原式 $= \sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} = (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{5}$
 $= 3\sqrt{5}.$

(3) 原式 $= \sqrt{6+3} - \sqrt{9-5} = \sqrt{9} - \sqrt{4}$
 $= 1.$

注意 本例题第1题的结果为 $-\frac{5}{2}\sqrt{2}$, 不要写成 $-2\frac{1}{2}\sqrt{2}$. 因为 $-\frac{5}{2}\sqrt{2}$ 表示 $-\frac{5}{2}$ 与 $\sqrt{2}$ 的乘积, 而 $-2\frac{1}{2}\sqrt{2}$ 会误认为 $-2 + \frac{1}{2}\sqrt{2}$.

例4 计算:

(1) $\sqrt{10} + \frac{6}{7} - \pi$ (精确到 0.01);

(2) $(-4) \times \sqrt{7} + \frac{1}{2} \times \sqrt{6}$ (结果保留三个有效数字).

解 (1) 原式 $\approx 3.162 + 0.857 - 3.142 \approx 0.88$.

(2) 原式 $\approx (-4) \times 2.646 + \frac{1}{2} \times 2.449 \approx -9.36$.

注意 在实数的运算中,如碰到无理数需要求出结果的近似值时,可按照题目要求的近似值的精确度,将小数代表无理数.如第(1)题结果要求精确到 0.01,在运算的过程中要多保留一位小数.例如, $\sqrt{10} \approx 3.162, \frac{6}{7} \approx 0.857, \pi \approx 3.142$, 最后结果再用四舍五入法精确到 0.01. 第(2)小题结果要求保留三个有效数字,在运算的过程中,要多保留一个有效数字.

说明 求无理数的近似值,可用电子计算器,也可查数学用表.

例5 (1) 把下列带根号的数写成被开方数的幂的形式:

$$\sqrt{3}, -\sqrt{3}; \quad \sqrt[3]{-3}, -\sqrt[3]{3};$$

$$\sqrt[4]{3}, \sqrt[4]{3^3}; \quad \sqrt{a}, \sqrt[3]{-a}, \sqrt{a+b}.$$

(2) 用带根号的数表示下列各数:

$$19^{\frac{1}{2}}, (-19)^{\frac{1}{3}}, -29^{\frac{1}{2}}.$$

解 (1) $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}, -\sqrt{3} = -3^{\frac{1}{2}};$

$$\sqrt[3]{-3} = (-3)^{\frac{1}{3}}, \quad -\sqrt[3]{3} = -3^{\frac{1}{3}};$$

$$\sqrt[4]{3} = 3^{\frac{1}{4}}, \quad \sqrt[4]{3^3} = 3^{\frac{3}{4}};$$

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}, \quad \sqrt[3]{-a} = (-a)^{\frac{1}{3}}, \quad \sqrt{a+b} = (a+b)^{\frac{1}{2}}.$$

$$(2) 19^{\frac{1}{2}} = \sqrt{19}, \quad (-19)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-19}, \quad -29^{\frac{1}{2}} = -\sqrt{29}.$$

注意 在进行用带根号的数和幂这两种形式互化时,要注意符号.

例 6 计算:

$$(1) \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}};$$

$$(2) \left(-\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}};$$

$$(3) \left(2\frac{7}{9}\right)^{-\frac{1}{2}};$$

$$(4) 0.0625^{\frac{1}{2}}.$$

解法一 (1) $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3};$

$$(2) \left(-\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-\frac{8}{27}} = -\frac{2}{3};$$

$$(3) \left(2\frac{7}{9}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\left(\frac{25}{9}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5};$$

$$(4) 0.0625^{\frac{1}{2}} = (625 \times 10^{-4})^{\frac{1}{2}} = 625^{\frac{1}{2}} \times 10^{-2} = 25 \times 10^{-2} = 0.25.$$

解法二 (1) $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3};$

$$(2) \left(-\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^3\right]^{\frac{1}{3}} = -\frac{2}{3};$$

$$(3) \left(2\frac{7}{9}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{5}{3}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{5}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{5};$$

$$(4) 0.0625^{\frac{1}{2}} = [(0.25)^2]^{\frac{1}{2}} = 0.25.$$

[疑难分析]

1. 带根号的数一定是无理数吗? 无理数一定是带根号的数吗? 有的同学看到有些带有“ $\sqrt{\quad}$ ”的数开不尽,就误认为凡带有“ $\sqrt{\quad}$ ”的数一定是无理数,其实这种想法是错误的.例如, $\sqrt{4}$ 、 $\sqrt{100}$ 都带有“ $\sqrt{\quad}$ ”,但 $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{100}=10$,显然他们是有理数而不是无理数.反过来,无理数也不一定都带“ $\sqrt{\quad}$ ”.例如,我们常见的圆周率 π ,就不带“ $\sqrt{\quad}$ ”,但它是一个无限不循环小数,所以它是一个无理数.

2. 一些比较复杂的实数混合运算,在计算的过程中,往往错误率很高,怎样解决这一问题呢? 一般可先分析运算的顺序,采用正确的运算法则进行运算,其中的一些基本运算必须熟练掌握.这样,解题才能准确.

基本训练 19-2

1. 下列各数中哪些是有理数? 哪些是无理数?

$$\sqrt{4}, \quad \frac{\pi}{3}, \quad \frac{22}{7}, \quad -\sqrt{2}, \quad 3.14, \quad 0.0\dot{3}1\dot{3}, \quad 0.1010010001\cdots.$$

2. 判断题

- (1) 带根号的数都是无理数. ()
- (2) 数轴上所有的点表示的数是全体正数和负数. ()
- (3) 无理数都是无限小数,有理数都是有限小数. ()
- (4) 无理数可分为正无理数、负无理数. ()
- (5) 两个无理数的和是无理数. ()

3. 求 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 的正的平方根和立方根, 并指出哪些是有理数? 哪些是无理数?

4. 求下列各式的值

- (1) $\sqrt{84^2 - 36^2}$; (2) $\sqrt{(-18) \cdot (-72)}$;
- (3) $\sqrt[3]{\frac{37}{64} - 1}$; (4) $\sqrt{5\frac{4}{9}}$;
- (5) $\sqrt[4]{(-\sqrt{13})^2 + (\sqrt{3})^2}$.

5. 化去绝对值符号

- (1) $|3.14 - \pi|$; (2) $|4 - \sqrt{17}|$.

6. 计算

- (1) $\sqrt{\left(-1 + \frac{3}{4}\right)^2} + \sqrt[3]{\frac{1}{64}}$; (2) $\left(2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}\right)^2$;
- (3) $\left(-\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}} \div \frac{1}{3}$.

7. 求下列各式的值

- (1) $\sqrt{11} + \sqrt{2}$ (精确到 0.01); (2) $\sqrt{6} - \sqrt{7}$ (保留三个有效数字);
- (3) $\pi \times \sqrt{10}$ (精确到 0.01); (4) $\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{3}\sqrt[3]{3} - \frac{1}{6}\pi$ (保留两个有效数字).

8. 已知: $x > 0$ 且 $|x + 1| = 2$, 求 x^{2001} .

单元测试 A 卷

1. 填空题 (每个空格 2 分, 共 40 分)

- (1) $\sqrt{(-3)^2}$ 的值等于 _____.
- (2) _____ 和 _____ 统称为实数.
- (3) _____ 和数轴上的点是一一对应的.
- (4) 下列根式在哪两个整数之间:
 _____ $< \sqrt{21} <$ _____; _____ $< -\sqrt{71} <$ _____.
- (5) $|1 - \sqrt{3}| =$ _____.
- (6) 用不等号连结下列各组数:
 $-2\sqrt{3}$ _____ $-3\sqrt{2}$, $\sqrt{10}$ _____ π .
- (7) 当 $b < 0$ 时, $|2b| =$ _____.
- (8) 计算: $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} =$ _____; $(-\sqrt[3]{-5})^3 =$ _____.
- (9) 把下列各数填入相应的集合括号内:

$$3.5, -(-2), 0, |-5|, \pi, -\left|-3\frac{1}{3}\right|, -\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2}, \frac{22}{7},$$

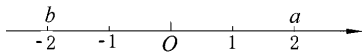
正整数集合 { _____ };

整数集合 { _____ };

分数集合 { _____ };

无理数集合 { _____ }.

(10) 已知:有理数 a, b 如图所示,



则 $a+b=$ _____,

$a-b=$ _____.

[第(10)题]

2. 单项选择题*(每题 2 分,共 10 分)

(1) 在数 $3.14, \pi, 0.\dot{3}, \sqrt{2}, \sqrt{9}, \frac{1}{8}$ 中,无理数的个数为()

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

(2) 下列运算正确的是()

- (A) $(-\sqrt{3})^2 = -3$. (B) $-(\sqrt{3})^2 = 3$.
(C) $\sqrt{3^2} = 3$. (D) $\sqrt{(-3)^2} = -3$.

(3) $(0.01)^{\frac{1}{2}} =$ ()

- (A) 10. (B) 100. (C) $\frac{1}{10}$. (D) $\pm\frac{1}{10}$.

(4) 无论 x 取任何实数,都表示正实数的式子是()

- (A) $x^2 + 1$. (B) $(x+1)^2$. (C) \sqrt{x} . (D) $|x|$.

(5) 如果两个实数的绝对值相等,则这两个实数的关系是()

- (A) 相等. (B) 互为相反数.
(C) 相等或互为相反数. (D) 不能确定.

3. 计算题(每题 6 分,共 30 分)

(1) $\sqrt[3]{-8} + \sqrt{(-2)^2}$;

(2) $(-3)^{-1} \div \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}}$;

(3) $\left(-\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{-1}$;

(4) $\sqrt{\left(4\frac{3}{8}-1\right)^2} + \left(\frac{81}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}$;

(5) $\frac{1}{2} \times \sqrt{6} \times \pi$ (精确到 0.01).

4. 求下列各数的绝对值(每题 5 分,共 15 分)

(1) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(3\frac{1}{2}\right)^2$; (2) $-\sqrt{5} + \sqrt{7}$;

(3) $\sqrt{46} - 7$.

5. (本题 5 分) 已知: $\sqrt{3}$ 的整数部分为 a , 小数部分为 b , 求 a^3b 的值.

* 本书中的单项选择题,每小題都给出了代号为 A、B、C、D 的四个结论,其中只有一个结论是正确的,把你认为正确结论的代号写在题后的括号内,下同.

单元测试 B 卷

1. 多项选择题* (每题 3 分, 共 15 分)

(1) 下列说法中, 正确的是()

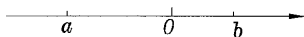
- (A) 绝对值较大的数较大. (B) 绝对值较大的负数较小.
 (C) 绝对值相等的两数相等. (D) 相等两数的绝对值相等.

(2) 下列各数中, 是负数的是()

- (A) $-(-19)$. (B) $(-\sqrt{11})^2$. (C) $(-11)^{-3}$. (D) $-|-11|$.

(3) 如图, 数轴上的 a, b 两点表示实数, 下列各式中, 正确的是()

- (A) $a > b$. (B) $|a| > |b|$.
 (C) $a^2 b > 0$. (D) $a^3 b > 0$.



[第(3)题]

(4) 若 $x^2 = 16, y^2 = 36$, 则下列结论中, 正确的是()

- (A) $|x| + |y| = 10$. (B) $|x| + y = 10$.
 (C) $|x + y|$ 等于 10 或 2. (D) $x + y$ 等于 ± 10 或 ± 2 .

(5) 若 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, n 的绝对值为 2, 则下列结论中, 正确的是()

- (A) $a + b = 0$. (B) $c + d = 1$.
 (C) $\frac{a+b}{n} + n^2 = 4$. (D) $n^2 + cd = 5$.

2. 填空题 (每空 3 分, 共 30 分)

(1) 把 $\sqrt[3]{(-3)^2}$ 写成分数指数幂是_____.

(2) 若 $\sqrt{x-5} + |y+2| = 0$, 则 $x^y =$ _____.

(3) $1 - \sqrt{6}$ 的相反数是_____, 绝对值是_____.

(4) 如果 a 是实数, 那么 $\sqrt{a^2} =$ _____.

(5) 计算: $\sqrt{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)^2} =$ _____ ; $(16 \times 81)^{0.25} =$ _____.

(6) 如果 $\frac{|x|}{x} = -1$, 则 x _____.

(7) 化简: $|\pi - 3.15| + |3.14 - \pi| =$ _____.

(8) 如果 $\sqrt{-(a+1)^2}$ 是实数, 那么 $a =$ _____.

3. 计算题 (每题 7 分, 共 28 分)

(1) $0.027^{-\frac{1}{3}} + 16^{0.75} - 0.3^{-1}$; (2) $-4 \div \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}} \div \left(-\frac{4}{9}\right)^{-2}$;

(3) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^2 + \left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(-3\frac{3}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$; (4) $-81^{\frac{3}{4}} \div |-2|^3 + \left(\frac{16}{49}\right)^{-\frac{1}{2}}$.

4. (本题 7 分) 已知: $x^2 = 4, y^2 = 3$, 又 $|x - y| = y - x$. 求 $x + y$ 的值.

5. (本题 10 分) 在下列这些数中, 哪些数为互为相反数? 哪些数为互为倒数?

* 本书中的多项选择题, 每小題都给出了代号为 A、B、C、D 的四个结论, 其中至少有一个结论是正确的, 把你认为正确的结论的代号全都写在题后的括号内, 下同.

$$-\left(-\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}, \sqrt{25}, |-0.1|, -\sqrt{(-2)^2}, 0.2.$$

6. (本题 10 分) 已知: $|3x-2y-4|+|3x+2y-8|=0$, 求: $\sqrt[4]{x+14}+\sqrt[3]{-8y^5}$.

本章测试 A 卷

1. 填空题(每空 2 分,共 40 分)

- (1) 平方根和立方根都等于本身的数是_____.
- (2) 729 的平方根是_____; $\sqrt{729}$ 的立方根是_____.
- (3) 已知: $\sqrt{5.467}=2.338$, $\sqrt{54.67}=7.394$,则
 $\sqrt{546.7}=\underline{\hspace{2cm}}$; $\sqrt{0.005467}=\underline{\hspace{2cm}}$.
- (4) -8 的立方根是_____; -8 是_____的立方根.
- (5) $\frac{1}{16}$ 的四次方根是_____; -1 的五次方根是_____.
- (6) 计算:

$$\sqrt[3]{-\frac{64}{125}}=\underline{\hspace{2cm}}; \quad \left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}=\underline{\hspace{2cm}}.$$

- (7) $-\frac{1}{4}$ 的平方的平方根是_____, $a^2=64$, a 的立方根是_____.
- (8) 若 $2x^2-128=0$, 则 $x=\underline{\hspace{2cm}}$.
 若 $|x|=\pi$, 则 $x=\underline{\hspace{2cm}}$.
 若 $\sqrt{x}=3$, 则 $x=\underline{\hspace{2cm}}$.
- (9) 当 a _____ 时, $|a|=-a$.
- (10) 在实数范围内, 一个数与它的倒数相等的数有_____个. 它们是_____.
- (11) 数轴上到原点距离是 $\sqrt{10}$ 的点所对应的数是_____.

2. 单项选择题(每题 2 分,共 10 分)

- (1) 下列各数中,是有理数的是()
 (A) $0.02020020002\dots$. (B) $\frac{\pi}{2}$. (C) $\sqrt[3]{-1}$. (D) $-\sqrt{2}$.
- (2) 在实数里,有()
 (A) 最大的有理数. (B) 最小的无理数.
 (C) 绝对值最大的数. (D) 绝对值最小的数.
- (3) 下列各式求值正确的是()
 (A) $\sqrt{0.01}=\pm 0.1$. (B) $\sqrt{10000}=1000$.
 (C) $\sqrt{10000}=100$. (D) $\pm\sqrt{0.01}=0.1$.
- (4) 绝对值小于 3 的所有整数之积为()
 (A) $+9$. (B) -4 . (C) 0 . (D) 不能确定.
- (5) 数轴上所有的点表示的数是()
 (A) 全体有理数. (B) 全体无理数.
 (C) 全体实数. (D) 全体正数和负数.