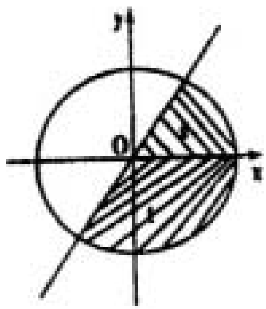
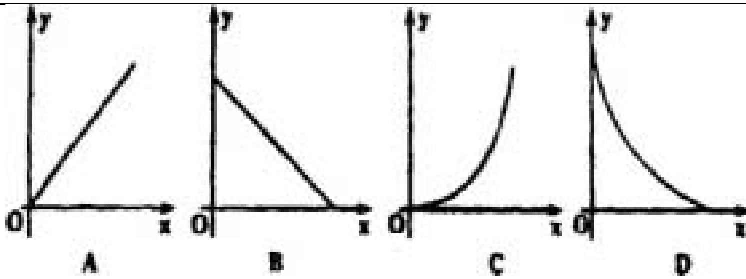
数学单元专题测试三十三　直线与圆锥曲线(一)

学校__________　班级__________　姓名__________

一、选择题

1.(’01 湖北)设椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的面积为 abπ，过坐标原点的直线 l，轴正半轴及椭圆围成的两区域面积分别设为 s、t，则 s 关于 t 的函数图象的大致形状为(　　)





2.('02 西城)已知双曲线 $x^2-y^2=1$ 与直线 $ax+y+2=0$ 只有一个公共点，则 a 的值为(　　)

(A)$a=\pm\sqrt{5}$　　　(B)$a=\pm 1$

(C)$|a|\geq\sqrt{5}$　　　(D)$a=\pm\sqrt{5}$或 $a=\pm 1$

3.('02 广东)设双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右准线与两渐近线交于 A、B 两点， 点 F 为右焦点，若以 AB 为直径的圆经过点 F，则该双曲线的离心率为(　　)

(A)$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　(B)2　(C)$\sqrt{3}$　(D)$\sqrt{2}$

4.('02 广州)过点 M(-2， 0)的直线 l 与椭圆 $x^2+2y^2=2$ 交于 P_1、P_2两点，线段 P_1P_2的中点为 P，设直线 l 的斜率为 $k_1(k_1\neq 0)$，直线 OP 的斜率为 k_2， 则 k_1k_2的值等于(　　)

(A)2　(B)-2　(C)1/2　(D)-1/2

5.('02 天津)已知直线 l 交椭圆 $4x^2+5y^2=80$ 于 M、N 两点，椭圆与 y 轴的正半轴交于 B 点，若△BMN

的重心恰好落在椭圆的右焦点上，则直线 ι 的方程是(　　)

(A)$5x+6y-28=0$　　(B)$5x-6y-28=0$

(C)$6x+5y-28=0$　　(D)$6x-5y-28=0$

6.(’02 大连)若 ι 是过椭圆一个焦点且与长轴不重合的一条直线，则比椭圆与 ι 垂直且被 ι 平分的弦(　　)

(A)有且只有 1 条　　(B)有且只有 2 条

(C)有 3 条　　(D)不存在

7.(’01 唐山)抛物线 $y^2=4x$ 的焦点 F 关于直线 $y=x$ 的对称点 F′的坐标是(　　)

(A)(1， 0)　　(B)(0，1)

(C)(0，-1)　　(D)(-1，0)

8.(’02 石家庄)过定点 P(0，2)作直线 ι，使 ι 与曲线 $y^2=4(x-1)$有且仅有 1 个公共点，这样的直线 ι 共有(　　)

(A)1 条　(B)2 条　(C)3 条　(D)4 条

9.(’02 武汉)直线 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}x$ 与椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的两个交点在 x 轴上的射影恰为椭圆的两个焦点，则椭圆的离心率 c 等于(　　)

(A)$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B)$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C)$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (D)1/2

10.('01 石家庄)若椭圆 x/5+y/m=1(0<m<5)和双曲线 x/3-y/n=1(n＞0)有相同的焦点 F_1、F_2，P 是这两条曲线的一个交点 ， 且 $PF_1\perp PF_2$，则△PF_1F_2的面积为(　　)

(A)1 (B)1/2 (C)2 (D)4

11.('02 重庆)定长为ι(ι＞$2b^2$/a)的线段 AB 的端点在双曲线 $b^2x^2-a^2y^2=a^2b^2$的右以上，则 AB 中点 M 的横坐标的最小值为(　　)

(A)$\frac{al}{2\sqrt{a^2+b^2}}$ (B)$\frac{a+l}{2\sqrt{a^2-b^2}}$ (C)$\frac{a(l-2a)}{2\sqrt{a^2+b^2}}$ (D)$\frac{a(l+2a)}{2\sqrt{a^2+b^2}}$

12.('02 云南)过双曲线 x/9-y/16=1 的右焦点 F 作倾斜角为π/4 的弦 AB，则 AB 的中点到 F 的距离是(　　)

(A)80/7 (B)$\frac{80\sqrt{3}}{7}$ (C)$\frac{80\sqrt{2}}{7}$ (D)$\frac{40\sqrt{2}}{7}$

13.('02 东城)双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的半焦距为 c，直线ι过 A(α，0)，B(0，b)两点 。 若原点到直线ι的距离为$\frac{\sqrt{3}}{4}$c， 则双曲线的离心率为(　　)

(A)2 (B)$\sqrt{3}$ (C)$\sqrt{2}$ (D)$\frac{2}{3}\sqrt{3}$

14.('02 东城)若圆$(x-10^2+(y+1)^2=R^2$ 上有且仅有两个点到直线 4x+3y=11 的距离等于 1，则半径 R 的取值范围是(　　)

(A)R＞1　(B)R＜3　(C)1＜R＜3　(D)R≠2

15.('02 海淀)若抛物线 $y=\alpha x^2-1$ 上总存在关于直线 $x+y=0$ 对称的两点，则实数α的取值范围是(　　)

(A)(1/4+∞)　(B)3/4，+∞)

(C)(0，1/4　(D)(1/4，3/4)

二、填空题

16.直线 v=kx-2 交抛物线 $y^2=8x$ 于 A、B 两点，若 AB 中点横坐标等于 2，则|AB|=___________。

17.('02 威海)已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的一个顶点 B 的坐标为(0，-1)，且右焦点 F 到直线 $x-y+2\sqrt{2}=0$ 的距离为 3，则此椭圆的方程是____。

18.('02 东城)椭圆 $x^2+4y^2=4$ 的长轴上一个顶点为 A，以 A 为直角顶点作一个内接于椭圆的等腰直角三角形，该三角形的面积是____

19.('02 威海)B_1、B_2 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 短轴端点，过左焦点 F 作 x 轴垂线交椭圆于 P，若 $|FB_2|$ 是 $|OF|$、$|B_1B_2|$ 的等比中项(O 为原点，则 $|PF|/OB_2|$=____。

20.('02 武汉)F 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左焦点，MN 是过椭圆中心的弦，△FMN 的面积的最小值是____。

三、解答题

21.('02 春季高考)已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$。过动点 M(α, 0)且斜率为 1 的直线 ι 与该抛物线交于不同的两点 A、B。

(Ⅰ)若|AB|≤2p，求α的取值范围；

(Ⅱ)(文)若线段 AB 的垂直平分线交 AB 于点 Q，交 x 轴于点 N，试求 Rt△MNQ 的面积。

(Ⅲ)(理)若线段 AB 的垂直平分线交 x 轴于点 N，试求△NAB 面积的最大值。

22.('01 广西)已知双曲线 C 的两条渐近线段经过坐标原点，且与以 A($\sqrt{2}$, 0)为圆心，1 为半径的圆相切，双曲线 C 的一个顶点 A′与点 A 关于直线 y=x 对称。

(Ⅰ)求双曲线 C 的方程；

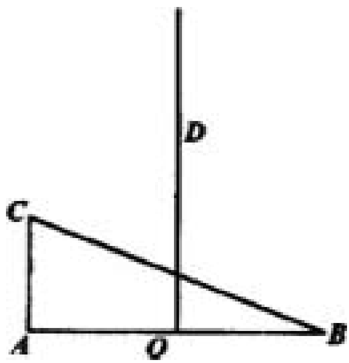
(Ⅱ)是否存在过 A 点的一条直线交比曲线 C 于两点 M、N，且线段 MN 被直线 x=-1 平分 。 如果存在，求出这条直线的方程；如果不存在，请说明理由 。

23.('01 福建)如图， 在 Rt△ABC 中，∠CAB=90°，AB=2，AC=$\frac{\sqrt{2}}{2}$。DO⊥AB 于 O 点，OA=OB ， DO=2，曲线 E 过 C 点 ， 动点 P 在 E 上运动，且保持

|PA|+|PB|的值不变 。

(Ⅰ)建立适当的坐标系，求曲线 E 的方程；

(Ⅱ)过 D 点的直线 ι 与曲线 E 相交于不同的两点 M、N ，且 M 在 D、N 之间，设 DM/DN=λ，求λ的取值范围。



参考答案

1-5 BDDDD　　6-10 DBCBA　　11-15 DCACB

16.$2\sqrt{15}$　17.$x^2/3+y^2=1$ 18.16/25　19.$\frac{\sqrt{2}}{2}$　20.$b\sqrt{a^2-b^2}$

21.解:(I)直线 l 的方程为:y=x-a，

将 $y=x-a$ 代入 $y^2=2px$，得 $x^2-2(a+p)x+a^2=0$。

设直线 l 与抛物线两个不同交点的坐标为 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

则 $\begin{cases}4(a+p)^2-4a^2>0\\ x_1+x_2=2(a+p),\\ x_1x_2=a^2.\end{cases}$ 又 $y_1=x_1-a, y_2=x_2-a$。

$\therefore\ |AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\sqrt{2[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2]}=\sqrt{8p(p+2a)}$，

$\because 0<|AB|\le 2p$，$8p(p+2a)>0$，$\therefore\ 0<\sqrt{8p(p+2a)}\le 2p$。

解得 $-\frac{p}{2}<a\le-\frac{p}{4}$。

（Ⅱ）（文）设 $Q(x_3,y_3)$，由中点坐标方式，得 $x_3=\frac{x_1+x_2}{2}=a+p$。

$y_3=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{(x_1-a)+(x_2-a)}{2}=p$。$\therefore\ |QM|^2=(a+p-a)^2+(p-0)^2=2p^2$。

又△MNQ 为等腰直角三角形，$\therefore\ S_{\triangle MNQ}=\frac{1}{2}|QM|^2=p^2$。

（Ⅱ）（理）设 AB 的垂直平分线交 AB 于点 Q，令坐标为 (x_3,y_3)，则由中点坐标方式，得

$x_3=\frac{x_1+x_2}{2}=a+p$，$y_3=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{(x_1-a)+(x_2-a)}{2}=p$。

$\therefore\ |QM|^2=(a+p-a)^2+(p-0)^2=2p^2$。

又△MNQ 为等腰直角三角形，$\therefore\ |QN|=|QM|=\sqrt{2}P$，

$\therefore\ S_{\triangle NAB}=\frac{1}{2}|AB|\cdot|QN|=\frac{\sqrt{2}}{2}P|AB|\le\frac{\sqrt{2}}{2}P\cdot 2P=\sqrt{2}P^2$，即△$NAB$ 面积最大值为 $\sqrt{2}P^2$。

22.（1）由已知圆方程为 $(x-\sqrt{2})^2+y^2=1$ 设渐近线方程为 $y=kx$，则依题意有 $\frac{|\sqrt{2}k|}{\sqrt{k^2+1}}=1$

解得 $k=\pm1$，即渐近线方程为 $y=\pm x$ $\therefore$ 双曲线为等轴双曲线

又点 $A(\sqrt{2},0)$ 关于直线 $y=x$ 的对称点 $A'(0,\sqrt{2})$ 为顶点。

$\therefore a=b=\sqrt{2}$，故所求双曲线方程为 $\frac{y^2}{2}-\frac{x^2}{2}=1$

（2）设所求的直线存在，其方程为 $y=k_1(x-\sqrt{2})$，点 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，由 $\begin{cases}y^2-x^2=2\\ y=k_1(x-\sqrt{2})\end{cases}$

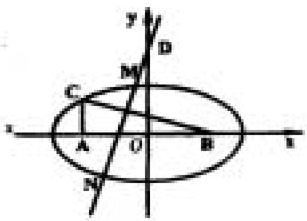
消去 y 得：$(k_1^2-1)x^2-2\sqrt{2}k_1^2x+2(k_1^2-1)=0$

依题意 $k_1\ne\pm1$，由 $\triangle=(-2\sqrt{2}k_1^2)^2-8(k_1^2-1)^2>0$ 得 $k_1^2>\frac{1}{2}$

MN 被 $x=-1$ 平分，$\therefore x_1+x_2=\frac{2\sqrt{2}k_1^2}{k_1^2-1}=-2$ 得：$k_1^2=\frac{1}{\sqrt{2}+1}<\frac{1}{2}$

所求的直线不存在。

23. 解：（Ⅰ）以 AB、OD 所在的直线分别为 x 轴、y 轴，O 为原点建立坐标系



$\because |PA|+|PB|=|CA|+|CB|$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{2^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$ $\therefore$ 动点的轨迹是椭圆。

设其长、短半轴为 a、b，半焦距为 c，

则 $a=\sqrt{2}, c=1, b=1$ $\therefore$ 曲线 E 的方程为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$

（Ⅱ）设 l：$y=kx+2$ 代入椭圆方程得 $\frac{x^2}{2}+(kx+2)^2=1$

整理得：$(2k^2+1)x^2+8kx+6=0$ 设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，则

$\begin{cases}\triangle=(8k)^2-4(2k^2+1)\cdot6>0, & ①\\ x_1+x_2=-\frac{8k}{2k^2+1}, & ②\\ x_1\cdot x_2=\frac{6}{2k^2+1} & ③\end{cases}$

（1）当 l 与 y 轴重合时 $\lambda=\frac{|DM|}{|DN|}=\frac{1}{3}$

(2)当 l 与 y 轴不重合时， 由①得 $k^2>\frac{3}{2}$ 又 $\because \lambda=\frac{DM}{DN}=\frac{x_0-x_M}{x_0-x_N}=\frac{x_1}{x_2}$，

$\because x_2<x_1<0$ 或 $x_2>x_1>0$， $\therefore 0<\lambda<1$， $\therefore \frac{(x_1+x_2)^2}{x_1\cdot x_2}=\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}+2=\lambda+\frac{1}{\lambda}+2$。

$\because \frac{(x_1+x_2)^2}{x_1\cdot x_2}=\frac{64k^2}{6(2k^2+1)}=\frac{32}{3(2+\frac{1}{k^2})}$ 而 $k^2>\frac{3}{2}$，$\therefore 6<3(2+\frac{1}{k^2})<8$。

$\therefore 4<\frac{32}{3(2+\frac{1}{k^2})}<\frac{16}{3}$。 $\therefore 4<\lambda+\frac{1}{\lambda}+2<\frac{16}{3}$ 即 $2<\lambda+\frac{1}{\lambda}<\frac{10}{3}$。

$\therefore \begin{cases} 0<\lambda<1, \\ \lambda+\frac{1}{\lambda}>2, \\ \lambda+\frac{1}{\lambda}<\frac{10}{3}. \end{cases}$ 解得 $\frac{1}{3}<\lambda<1$。 综合(1)(2)得 λ 的取值范围为 $[\frac{1}{3},1)$。