

数学单元专题测试三十六 参数 方程极坐标

学校_____ 班级_____ 姓名_____

一、选择题

1. (' 01 广东) 方程 $\begin{cases} x = 2 \\ y = t^2 + 2 \end{cases}$ (t 为参数) 所表示的曲线是 ()

(A) 直线 (B) 射线 (C) 线段 (D) 抛物线

2. (' 01 广东) 方程 $\begin{cases} x = \lg^2 \theta \\ y = \cos 2\theta \end{cases}$ (θ 为参数) 所表示的曲线是双曲线的 ()

(A) 两支 (B) 右支 (C) 左支 (D) 右支的一部分

3. (' 01 广东) 点 $(-1, \pi)$ 化成极坐标是 ()

(A) $(1, -\pi)$

(B) $(\sqrt{\pi^2 + 1}, -\arctg \pi)$

(C) $(\sqrt{\pi^2 + 1}, \pi - \arctg \pi)$

(D) $(\sqrt{\pi^2 + 1}, 0)$

4. (' 01 东城) 过点 $P(1, \pi/4)$ 且平行于极轴的直线的极坐标方程是 ()

(A) $\rho \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) $\rho \sin \theta = 1$

(C) $\rho = -\sin \theta$ (D) $\rho = -\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \theta$

5. ('01 宣武) 参数方程 $\begin{cases} x = \frac{3}{2}(t+t^{-1}) \\ y = \frac{3}{4}(t-t^{-1}) \end{cases}$ (t 为参数) 所确定曲线的离心率是 ()

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(B) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

6. ('01 海淀) 圆 $\rho = \cos \theta + \sin \theta$ 的圆心极坐标可以是 ()

(A) $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 5/4\pi)$ (B) $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 4/3\pi)$

(C) $(-1, -\pi/4)$ (D) $(-1, \pi/4)$

7. ('01 丰台) 参数方程 $\begin{cases} x = \frac{2}{\sin 2\theta} \\ y = \operatorname{tg} \theta - \operatorname{ctg} \theta \end{cases}$ (θ 是参数) 所表示的曲线是 ()

(A) 直线 (B) 抛物线 (C) 椭圆 (D) 双曲线

8. ('01 长春) 在极坐标系中, 方程 $\rho = 3\cos^2 \theta / 2 - \sin^2 \theta / 2 - 1$ 表示的曲线是 ()

(A) 平行于极轴的直线 (B) 垂直于极轴的直线

(C) 圆心在极点的圆 (D) 经过极点的圆

9. ('01 云南) 若直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t + 1 \end{cases}$ (t 为参数), 直线 l_2 的极坐标方程为 $\rho \sin(\theta - \pi$

/4)=2, 则 l_1 与 l_2 的夹角为 ()

- (A) $\arctg 1/3$ (B) $\arctg 3$
(C) $\arctg 1/4$ (D) $\pi/4$

10. (' 01 长春) 已知曲线的参数方程是

$$\begin{cases} x = \cos^2 \frac{\alpha}{2}, \\ y = \frac{1}{2} \sin \alpha \end{cases} \quad (\alpha \text{ 为参数})$$

, 若以原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 则此曲线的极坐标方程是 ()

- (A) $\rho \cos \theta = 1$ (B) $\rho = \cos \theta$
(C) $\rho = 1/2$ (D) $\rho = 2/1\sqrt{2 + (1 + \cos \theta)}$

11. (' 01 成都) 在极坐标系中, 直线 $\rho \cos \theta = \alpha$ /2 被曲线 $\rho = 2\alpha \cos \theta$ 所截, 则截得的弦长为 ()

- (A) 2α (B) α (C) $\sqrt{3}\alpha$ (D) $\sqrt{2}\alpha$

12. (' 01 威海) 圆 $\rho = 5\sqrt{3}\cos \theta - 5\sin \theta$ 的圆心坐标为 ()

- (A) $(-5, \pi/6)$ (B) $(5, -\pi/6)$
(C) $(5, 1/6\pi)$ (D) $(-5, -5/6\pi)$

13. (' 01 威海) 直线 $\begin{cases} x = t \cos \alpha \\ y = 1 + t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数) 被圆 $\begin{cases} x = 3 \cos \alpha \\ y = 1 + 3 \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数) 截得的线段长为 ()

- (A) 3 (B) 6 (C) 0 (D) 与 α 的值有关

14. (' 01 武汉) 方程 $\begin{cases} x = t + \frac{\pi}{3} \\ y = \sin t \end{cases}$ (t 是参数, $t \in \mathbb{R}$) 表示的曲线的对称轴的方程是 ()

(A) $x = 2k\pi + \pi/3$ ($k \in \mathbb{Z}$) (B) $x = k\pi - \pi/6$ ($k \in \mathbb{Z}$)

15. (' 01 福建) 在极坐标系中, 方程 $\rho = -\cos \theta$ ($\pi/2 \leq \theta \leq 3\pi/2$) 所表示的曲线是 ()

(A) 以点 $(1/2, 0)$ 为圆心, 半径为 $1/2$ 的圆

(B) 以点 $(1, \pi)$ 为圆心, 半径为 1 的圆

(C) 以点 $(1/2, \pi)$ 为圆心, 半径为 $1/2$ 的半圆

(D) 以点 $(1/2, \pi)$ 为圆心, 半径为 $1/2$ 的圆

二、填空题

16. (' 01 东城) 已知直线 $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$ (t 为参数) 与抛物线 $y^2 = x$ 交于 A、B 两点, 则 $|AB| =$ _____。

17. (' 01 天津) 参数方程 $\begin{cases} x = \sin \theta + \cos \theta \\ y = \sin \theta \cos \theta + \frac{1}{2} \end{cases}$ (θ 为参数) 化为普通方程为_____。

18. (' 01 长春) 直线 $\begin{cases} x = t \cdot \sin 20^\circ + 1 \\ y = -t \cdot \cos 20^\circ - 1 \end{cases}$ 的倾斜角的大小为_____。

19. (' 01 西城) 极坐标方程 $\rho \cos^2 \theta / 2 = 1$ 所表示的曲线是_____。

20. 圆 $\rho = 2\cos \theta$ 与直线 $\rho \cos \theta = 2$ 的位置关系是_____。

21. (' 02 海淀) 动圆 $x^2 + y^2 - 2x\sin \theta - 2y\cos \theta - \sin \theta - 1 = 0$ 的圆心轨迹与曲线 $y^2 = -x - 1$ 的公共点个数是_____。

22. (' 01 武汉) 直线 $\rho \cos \theta = 1$ 关于直线 $\theta = \pi/4$ 对称的直线的极坐标方程是_____。

23. (' 01 广西) 直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = t - 3 \end{cases}$ (t 为参数), 直线 l_2 的极坐标方程为 $\rho \cos (\theta + \pi/4) = \sqrt{2}$, 则 l_1 与 l_2 的夹角为:_____。

24. (' 01 成都) 下列命题:

参数方程: $\begin{cases} x = |t| \\ y = t^2 \end{cases}$ (t 为参数) 与 $y = x^2$ 表同一曲线;

$\rho = 4\sin \theta$ 与 $\rho \cos \theta = 2$ 相切;

若 $z = 1 - \cos \theta + i\sin \theta$, $\theta \in (\pi, 2\pi)$ 则 $\arg z = \theta/2$ 。

其中正确命题是_____。

三、解答题:

25. (' 01 大连) 过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点引一条直线

l, l 被抛物线截得的弦被焦点分成 2:1, 求 l 的方程。

26. ('01 大连) 点 N 是过原点 O 且倾斜角为锐角 θ 的直线 l 在第一象限部分上的一个动点, 点 M(α , 0) ($\alpha > 0$) 是另一个动点, $\triangle OMN$ 的面积为 8, 求: () 线段 MN 中点 P 的轨迹方程; () $|OP|$ 的最小值, 并求此时 P 点坐标。

参考答案

1-5 BDCAC 6-10 BDDAB 11-15 CBBBA
 16. $\sqrt{26}$ 17. $x^2=89(\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2})$ 18. 110° 19 抛物线
 20 相切 21. 0 22. $\sin \theta = 1$ 23. $\arctg 1/2$ 24
 25. 抛物线焦点为 F(1, 0), 设所求直线方程为

$$\begin{cases} x = 1 + t \cos \alpha \\ y = t \sin \alpha \end{cases} (t \text{ 为参数}) \text{ 代入 } y^2 = 4x \text{ 整理得 } t^2 \sin^2 \alpha - 4t \cos \alpha - 4 = 0$$

$$\therefore \begin{cases} t_1 + t_2 = \frac{4 \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} \\ t_1 t_2 = -\frac{4}{\sin^2 \alpha} \end{cases} \text{ 消去 } t_1, t_2 \text{ 得 } \lg^2 \alpha = 8 \text{ 即 } \lg \alpha = \pm 2\sqrt{2}$$

$$t_1 = -2t_2$$

$$\therefore \text{直线方程为 } y = \pm 2\sqrt{2}(x-1).$$

26. (I) 设 $N(t \cos \theta, t \sin \theta)$ (t 为参数), $P(x, y)$.

$$\begin{cases} x = \frac{a + t \cos \theta}{2} \\ y = \frac{t \sin \theta}{2} \end{cases} \text{ 消去 } a, t \text{ 得 } P \text{ 的轨迹方程为 } x = \frac{4}{y} + y \operatorname{ctg} \theta (x > 0, y > 0).$$

$$\frac{1}{2} a t \sin \theta = 8$$

$$(II) x^2 + y^2 = \left(\frac{4}{y} + y \operatorname{ctg} \theta\right)^2 + y^2 = \frac{16}{y^2} + (1 + \operatorname{ctg}^2 \theta) y^2 + 8 \operatorname{ctg} \theta$$

$$\geq 2 \sqrt{16 \cdot (1 + \operatorname{ctg}^2 \theta)} + 8 \operatorname{ctg} \theta = \frac{8(1 + \cos \theta)}{\sin \theta}.$$

$$\therefore \text{当点 } P \text{ 为 } \left(\frac{2(1 + \cos \theta)}{\sqrt{\sin \theta}}, 2 \sqrt{\sin \theta} \right) \text{ 时, } |OP|_{\min} = 2 \sqrt{\frac{2(1 + \cos \theta)}{\sin \theta}} = 2\sqrt{2} \sqrt{\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}}$$