数学单元专题测试二十一
空间的角

学校__________　班级__________　姓名__________

一、选择题

1.(’01 广东)在正三棱台 $A_1B_1C_1$-ABC 中，二面角 B_1-BC-A 等于 45°，则侧棱 A_1A 与下底面 ABC 所成的角为　　　　　　　　　　(　　)

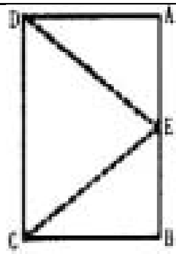
(A)$\mathrm{arctg}\frac{1}{2}$　(B)45°

(C)$\mathrm{arctg}\sqrt{2}$　　　(D)arctg2

2.(’01 济宁)E 是正方形 ABCD 的边 AB 的中点，将△ADE 和△BCE 分别沿 DE、EC 向上折起，使 A、B 两点重合于 P，则二面角 D-PE-C 的大小是　(　　)

(A)90°　(B)60°

(C)45°　(D)大于 90°



3.(’01 武汉)在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E、F 分别为 C_1B_1，D_1B_1的中点，且 AB=BC， $AA_1=2AB$，则 CE 与 BF 所成角的余弦值是　　（　　）

(A)$\frac{\sqrt{10}}{10}$　　(B)$\frac{3\sqrt{10}}{10}$

(C)$\frac{\sqrt{34}}{34}$　　(D)$\frac{5\sqrt{34}}{34}$

4.(’01 崇文)以等腰直角三角形 ABC 的斜边 BC 上的高为折痕，将△ABD 折起，使折起后△ABC 恰成等边三角形，则二面角 C-AD-B 等于　　（　　）

(A)$\frac{\pi}{6}$　(B)$\frac{\pi}{4}$

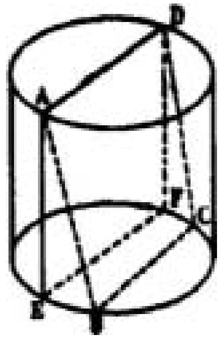
(C)$\frac{\pi}{3}$　(D)$\frac{\pi}{2}$

5.(’01 福州)圆台的侧面积是它的内切球表面积的$\frac{4}{3}$倍，则圆台的母线和底面所成角的大小是

（　　）

(A)30°　(B)45°

(C)60°　(D)75°



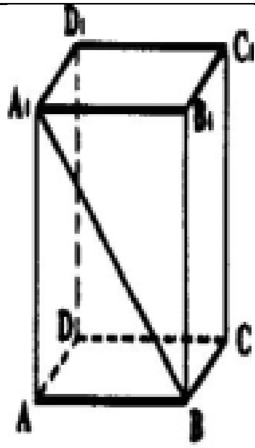
6.(’01 荆州)如图圆柱的高为 2cm， 底面半径为 3cm，AE、DF 是两条母线，B、C 是 EF 所在下底面圆上的两点， 若四边形 ABCD 是正方形， 则平面 ABCD 与底面所成二面角为　　　　　　　　　　(　　)

(A)$\frac{\pi}{6}$　　(B)arctg$\frac{1}{2}$　　(C)$\frac{\pi}{4}$　　(D)arctg$\frac{\sqrt{5}}{5}$

7.(’01 江苏)如图， 在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，过它的任意两条棱作平面， 则能作得与 A_1B 成 30°角的平面的个数为　　　　　　　　　　(　　)

(A)2 个　(B)4 个

(C)6 个　(D)8 个



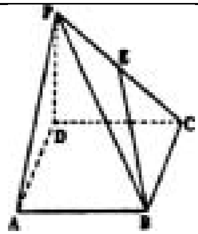
8.(’01 汕头)相交成 90°角的两条直线和一个平面所成的角分别是 30°和 45°，则这两条直线在这个平面上的射影所成的锐角是 (　　)

(A)arc cos($-\frac{\sqrt{3}}{3}$)　(B)arc sin$\frac{\sqrt{6}}{3}$

(C)arc ctg$\sqrt{2}$　(D)arc ctg$\sqrt{6}$

9.(’01 荆州)如图，正四棱锥 P-ABCD 的底面积为 3， 体积为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，E 为侧棱 PC 的中点，则 PA 与 BE 所成的角为 (　　)

(A)$\frac{\pi}{6}$　(B) $\frac{\pi}{4}$　(C)$\frac{\pi}{3}$　(D)$\frac{\pi}{2}$



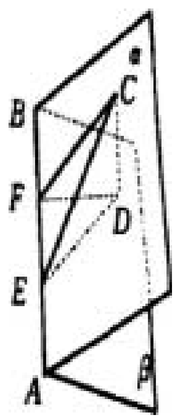
10.('01 东城)如图，二面角α-AB-β的平面角是锐角，C是平面α内一点(它不在棱AB上)，点D是C在β上的射影，点E是棱AB上满足∠CEB为锐角的任意一点，那么 (　　)

(A)∠CEB>∠DEB

(B)∠CEB=∠DEB

(C)∠CEB<∠DEB

(D)∠CEB与∠DEB的大小关系不能确定



11.('01 丰台)在三棱锥 P-ABC 中，PC⊥底面 ABC，$\angle ACB=90°$，AC>BC，D、E 分别是 AB、BC 的中点。设 PA 与 DE 所成的角为 α，PD 与平面 ABC 所成的角为 β，二面角 P-AB-C 的大小为 ν，则 α、β、ν 的大小关系是 (   )

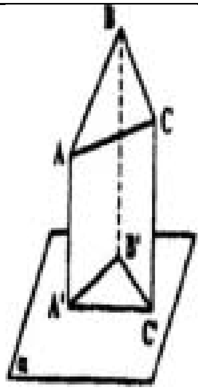
(A) $\alpha<\beta<\nu$ (B) $\alpha<\nu<\beta$

(C) $\beta<\alpha<\nu$ (D) $\nu<\beta<\alpha$

12.('01 西城)如右图，△ABC 是直角三角形，AB 是斜边，三个顶点 A、B、C 在平面 α 内的射影分别是 A'、B'、C'，如果△A'B'C'是等边三角形，且 $AA'=\alpha$，$BB'=\alpha+2$，$CC'=\alpha+1$，并设平面 ABC 与平面 A'B'C'所成的二面角的平面角为 θ $(0<\theta<\frac{\pi}{2})$，则 θ 的值为 (   )

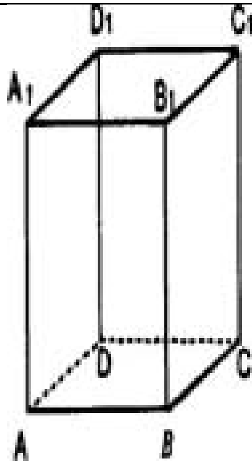
(A) $\arccos\frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $\arccos\frac{\sqrt{6}}{3}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\arccos\sqrt{2}$



二、填空题

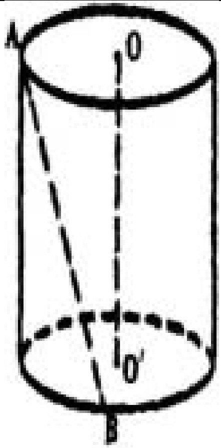
13.(’01 郑州)已知二面角α-l-β为直二面角，A是α内一定点，过A作直线AB交β于B，若直线AB与二面角α-l-β的两个半平面所成的角分别为30°和60°，则这样的直线最多共有____条。



14.('01 海淀)已知如图，正方体 ABC 卜 A_1 B_1 C_1 D_1，过点 A 作截面，使正方体的 12 条棱所在直线与截面所成的角皆相等，式写出满足这样的条件的一个截面____。

15.('02 东城)若一个二面角的一个面 α 内有一点 A，它到棱的距离是它到另一个面 β 的距离的 2 倍，则这个二面角的度数是____。

16.('02 天津)如图，圆柱的高为 8，点 A 和点 B 分别在上下底面的圆周上且 AB=10，则直线 AB 与圆柱的轴 OO′所成角的正切值为____________________.



三、解答题:

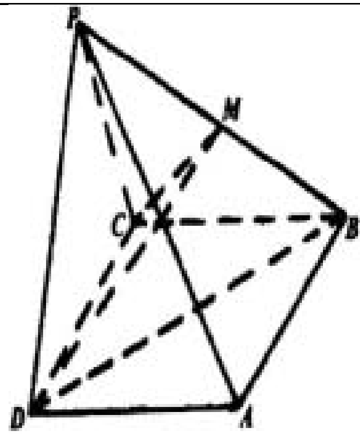
17.(’02 朝阳)如图，在棱锥 P-ABCD 中，侧面 PDC 是边长为 2 的正三角形，且与底面垂直 ， 底面 ABCD 是菱形， 且∠ADC=60°，M 为 PB 的中点。

(I)求证:PA 上 CD；

(Ⅱ)求二面角 P-AB-D 的度数；

(Ⅲ)求证:平面 CDM 上平面 PAB；

(Ⅳ)求三棱锥 B-CDM 的体积。

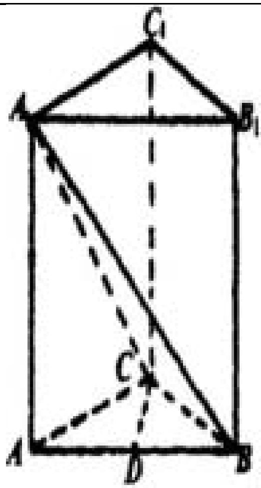


18.('02 丰台)在直三棱柱 ABC-A_1B_{11} 中，底面是等腰直角三角形，∠ACB=90°，AC=1，$AA_1=\sqrt{2}$，连结 A_1B、A_1C 点 D 为 AB 的中点。

(Ⅰ)求证:CD⊥平面 ABB_1A_1；

(Ⅱ)求平面 A_1AB 与平面 A_1BC 所成二面角。

(Ⅲ)求点 B_1 到平面 A_1BC 的距离。

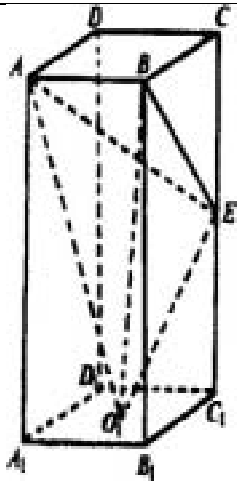


19.('01 天津)已知:如图，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=4$， $AA_1=8$，E 为 CC_1 的中点，O_1 为下底面正方形的中心，求:

(Ⅰ)二面角 $C-AB-O_1$ 的正切值:

(Ⅱ)异面直线 AB 与 EO_1 所成角的正切值；

(Ⅲ)三棱锥 O_1-ABE 的体积。



参考答案

1.A　2.B　3.D　4.D　5.C　6.B　7.B　8.B　9.C　10.A　11.A　12.A　13.1　14.截面 AB_1D_1(不唯

一)15.30°或150°　16.$\frac{3}{4}$

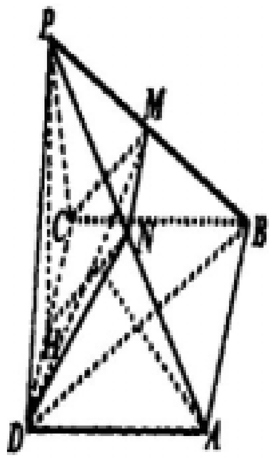
17.(Ⅰ)证明:依条件得 $S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}\cdot 2^2\sin\angle ADC=\sqrt{3}\sin\angle ADC=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\angle ADC=60°$，

∴△ADC 为等边三角形，又△PDC 也为等边三角形。

设 CD 中点为 H，连 PH，AH，

∵PH⊥CD，AH⊥CD，∴CD⊥面 PHA，又 PA⊂面 PHA，∴PA⊥CD，

(Ⅱ)解:∵AB∥CD，由(I)可知 PA⊥AB，AH⊥AB，∴∠PAH 是二面角 P-AB -D 的平面角，



∵∠PHA=90°，PH=AH，∴∠PAH=45°，即二面

角 P-AB-D 的度数为 45°，

(Ⅲ)证明:设平面 CDM 与 PA 交于点 N， 连 MN，HN，∵AB∥CD，∴AB∥面 CDNM，∴AB∥NM，

∵AB⊥PA∴MN⊥PA，①

又∵M 是 PB 的中点，∴N 是 PA 的中点，又在△PHA 中，∠PHA=90°，PH=AH，∴HN⊥PA，②

由①，②得:PA⊥面 CDM，又 PA⊂面 PAB，∴面 CDM⊥面 PAB，

(Ⅳ)解:(文科)∵$V_{B-CDM}=V_{M-BCD}$，又点 M 到面 BCD 的距离等于$\frac{1}{2}$PH，

∴$V_{M-ACD}=\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot2\sqrt{3}=\frac{1}{2}$， 即 $V_{A-CDM}=\frac{1}{2}$，

∵M 为 PB 的中点，∴$S_{\triangle PDM}=S_{\triangle BDM}$，∴$V_{C-PDM}=V_{C-BDM}=V_{M-BCD}$，

∵$V_{M-BCD}=\frac{1}{2}$，即 $V_{C-PDM}=\frac{1}{2}$，

18.证明:(I)在等腰直角三角形 ABC 中，∵CD 为斜边 AB 的中线，∴CD⊥AB。

由直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 可知 AA_1⊥平面 ABC，CD∈平面 ABC，

∴CD⊥AA_1。 又∵AB∩AA_1=A， ∴CD⊥平面 ABB_1A_1

解:(Ⅱ)在平面 ABB_1A_1 中，过 D 作 $DE\perp A_1B$ 于 E，连结 CE，

∵DE 是 CE 在平面 A_1AB 上的射影，

∴由三垂线定理得 $CE\perp A_1B$ 。∴$DE\cap CE=E$∴$A_1B\perp$ 平面 CDE。

∴∠CED 为平面 A_1AB 与平面 A_1BC 所成二面角的平面角

在 Rt△EDC 中，∠CDE=90° $BD=\frac{1}{2}AB=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ∵ $AB=A_1A=\sqrt{2}$，∠DEB=90°

∴∠EBD=45°

∴$DE=\frac{1}{2}$ $CD=\frac{1}{2}AB=\frac{\sqrt{2}}{2}$(∠ACB=90°) ∴$tg\angle CED=\frac{CD}{DE}=\sqrt{2}$。

∴平面 A_1AB 与平面 A_1BC 所成二面角为 $arctg\sqrt{2}$

解:(Ⅲ)由 $BC\parallel B_1C_1$ $BC\in$平面 A_1BC，B_1C_1 平面 A_1BC，知 $B_1C_1\parallel$平面 A_1BC。

∴点 B_1 到面 A_1BC 的距离就是 C_1 到面 A_1BC 的距离，

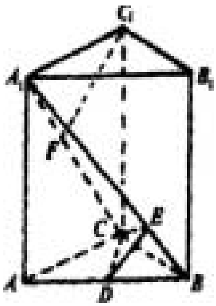
又∵$BC\perp C_1C$，$BC\perp AC$，$C_1C\cap AC=C$，∴BC⊥平面 ACC_1A_1。

过 C_1 作 $C_1F\perp A_1C$ 于 F 则 $C_1F\perp A_1B$。$A_1C\cap A_1B=A_1$

$\therefore C_1F\perp$平面A_1BC。

在$Rt\triangle A_1C_1$中，$\angle A_1C_1C=90°$，$A_1C=\sqrt{1+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}$

由$Rt\triangle A_1C_1F\sim Rt\triangle A_1CC_1$，得$C_1F=\frac{A_1C_1\cdot CC_1}{A_1C}=\frac{1\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$



19.解:(Ⅰ)取上底面的中心O，作$OF\perp AB$于F，连OO_1和FO_1，由长方体的性质，得$OO_1\perp$平面ABCD，由三垂线定理，得$O_1F\perp AB$。则$\angle OFO_1$为二面角$C-AB-O_1$的平面角　$OF=\frac{1}{2}BC=2$，$OO_1=AA_1=8$。在$Rt\triangle O_1OF$中，$tg\angle OFO_1=\frac{EG}{O_1G}=4$

(Ⅱ)取B_1C_1的中点G，连O_1G和EC。易证明O_1G∥AB，$\angle EO_1G$为所求

$O_1G=\frac{1}{2}AB=2, EG=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$　在$Rt\triangle EO_1G$中，$tg\angle EO_1G=\frac{EG}{O_1G}=\sqrt{5}$

(Ⅲ)连BG，AG，由O_1G∥AB易证明O_1G∥平面ABE。$\therefore$　$V_{O_1}-ABE=V_{G-ABE}=V_{A-BGE}=\frac{1}{3}\cdot S_{\triangle BGE}\cdot AB$

$S_{\triangle BGE}=32-\frac{1}{2}(2\times8+2\times4+4\times4)=12$。

$\therefore v_{o_1}=\frac{1}{2}\cdot 12\cdot 4=16$